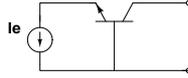


## DE e DTE: PROVA SCRITTA DEL 22 Luglio 2014

**ESERCIZIO 1 (DE,DTE)** Un transistoro  $n^+pn^+$  (simmetrico,  $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $\mu_n = 0.1 \text{ m}^2/\text{Vs}$ ,  $\tau_n = 10^{-6} \text{ s}$ ,  $W = 3 \text{ }\mu\text{m}$ ,  $S=10 \text{ mm}^2$ ), è polarizzato come in figura:  $I_E = 1 \text{ mA}$ , uscente. Trascurare l'ampiezza delle regioni di svuotamento per le giunzioni con  $V > 0$ .

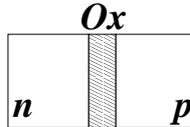


1) Determinare  $\alpha_f$ ,  $\alpha_r$ ,  $I_{ES}$ ,  $I_{CS}$  (per queste ultime si può usare l'espressione valida per un diodo a base corta. NOTA:  $V_{BC} > 0$ , da verificare nel punto 2).[3]

2) Determinare  $V_{BC}$ . [4]

3) Determinare  $V_{BE}$  e  $V_{CE}$ . [3]

**ESERCIZIO 2 (DE,DTE)** Per il condensatore MOS in figura, la parte  $n$  è drogata con  $N_D = 5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ , la parte  $p$  è drogata con  $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $t_{ox} = 30 \text{ nm}$ .



1) Calcolare la differenza di potenziale di contatto tra parte  $n$  e  $p$  e disegnare un diagramma di massima delle bande e del campo elettrico all'equilibrio ( $V_{np} = 0 \text{ V}$ ). [4]

2) Per  $V_{np} = 0 \text{ V}$  determinare le cadute nel silicio  $\psi_{sn}$ ,  $\psi_{sp}$  e la caduta di potenziale nell'ossido (SUGGERIMENTO: carica totale nulla). [3]

3) Per  $V_{np} = 5 \text{ V}$  (ben oltre la tensione di soglia) determinare  $\psi_{sn}$ ,  $\psi_{sp}$  e la caduta di potenziale nell'ossido. [3]

### ESERCIZIO 3 (DTE)

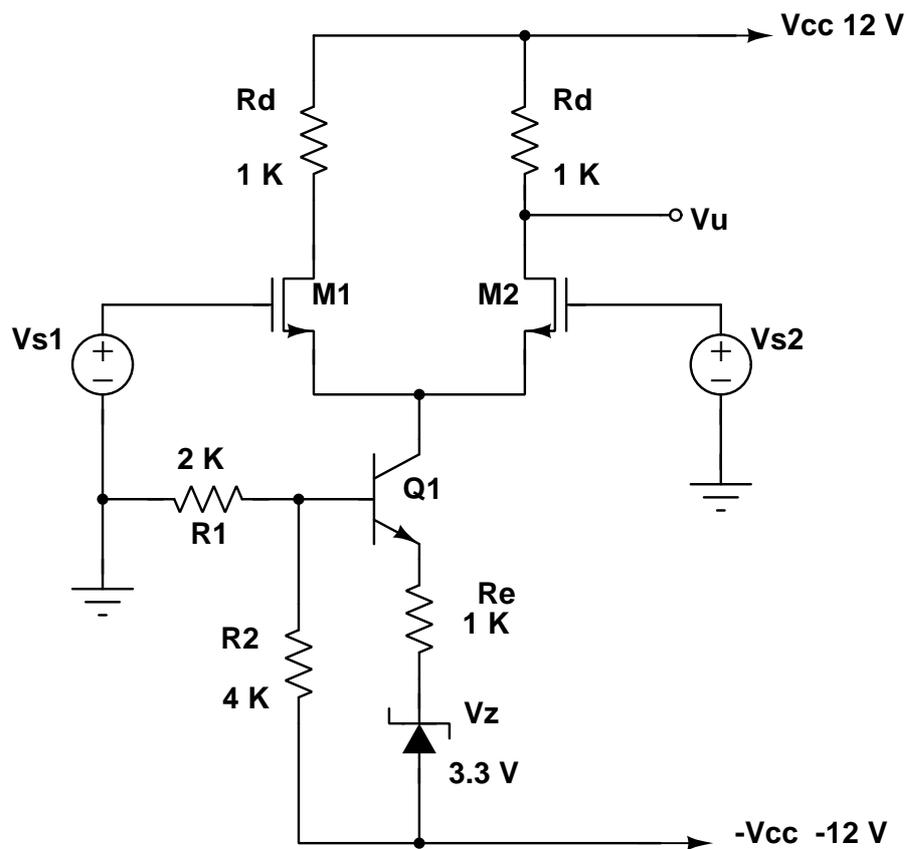
1) Descrivere i passi di processo necessari per la fabbricazione di una cella solare. [3]

2) Derivare una espressione per la corrente nella cella solare, in presenza di una  $G_{op}$  nota. [4]

3) Disegnare il circuito equivalente e la caratteristica  $I - V$  di una cella solare, determinando graficamente la condizione di carico per la massima potenza in uscita. [3]

**ESERCIZIO 4 (DE)** Nel circuito in figura, il transistore bipolare ha  $\beta_f \text{ minimo} = 300$ , mentre  $M_1$  e  $M_2$  sono transistori  $n$ -MOS identici con gate in metallo ( $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $\mu_n = 0.08 \text{ m}^2/\text{Vs}$ ,  $t_{ox} = 30 \text{ nm}$ ,  $W/L = 20$ ). Per misurare la tensione di soglia, i transistori MOS sono stati caratterizzati con  $V_{GS} = 5 \text{ V}$ , ottenendo per basse  $V_{DS}$  una resistenza di quadro pari a  $R_{quadro} = 2600 \Omega$ .

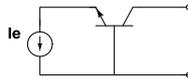
1) Determinare la funzione di lavoro del metallo.[4]



2) Calcolare il punto di riposo dei transistori e le correnti nel circuito.[4]

3) Determinare  $V_u$  per  $V_{S1} = -12 \text{ V}$  in continua, verificando la polarizzazione dei transistori.[2]

**ESERCIZIO 1 (DE,DTE)** Un transistoro  $n^+pn^+$  (simmetrico,  $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $\mu_n = 0.1 \text{ m}^2/\text{Vs}$ ,  $\tau_n = 10^{-6} \text{ s}$ ,  $W = 3 \text{ }\mu\text{m}$ ,  $S=10 \text{ mm}^2$ ), è polarizzato come in figura:  $I_E = 1 \text{ mA}$ , uscente. Trascurare l'ampiezza delle regioni di svuotamento per le giunzioni con  $V > 0$ .



1) Determinare  $\alpha_f$ ,  $\alpha_r$ ,  $I_{ES}$ ,  $I_{CS}$  (per queste ultime si può usare l'espressione valida per un diodo a base corta. NOTA:  $V_{BC} > 0$ , da verificare nel punto 2).[3]

2) Determinare  $V_{BC}$ . [4]

3) Determinare  $V_{BE}$  e  $V_{CE}$ . [3]

### SOLUZIONE 1

1) Calcoliamo i parametri:

$$D_n = \frac{kT}{q} \mu_n = 2.59 \times 10^{-3}$$

$$L_n = \sqrt{D_n \tau_n} = 50.82 \quad \mu\text{m}$$

La giunzione base-emettitore è in diretta, poichè la corrente di emettitore è uscente, e  $V_{BC} > 0$ , quindi  $W_{eff} = W$ . Il transistoro è a base corta e, visto che è simmetrico, avremo:

$$\alpha_f = \alpha_r = \frac{1}{1 + \frac{W^2}{2L_n^2}} = 0.998265$$

$$I_{ES} = I_{CS} = qS \frac{D_n}{W} \frac{n_i^2}{N_A} = 31.1 \quad \text{pA}$$

2) Si può fare riferimento alle equazioni di Ebers-Moll:

$$I_E = -I_{ES} \left( e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right) + \alpha_r I_{CS} \left( e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1 \right)$$

$$I_C = \alpha_f I_{ES} \left( e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right) - I_{CS} \left( e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1 \right)$$

Svolgendo alcuni semplici passaggi, simili a quelli necessari per ricavare la caratteristica di uscita a base comune, e imponendo  $I_C = 0$ , otteniamo (NOTA:  $I_E$  uscente, quindi negativa secondo le convenzioni dei segni usate nelle equazioni di EB):

$$I_C = -\alpha_f I_E - (1 - \alpha_f \alpha_r) I_{CS} \left( e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1 \right)$$

$$V_{BC} = V_T \ln \left( \frac{\alpha_f |I_E|}{(1 - \alpha_f \alpha_r) I_{CS}} + 1 \right) = 0.594 \quad \text{V}$$

3) Dalla prima equazione di Ebers-Moll otteniamo:

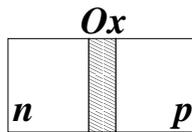
$$I_E = -I_{ES} \left( e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right) + \alpha_r I_{CS} \left( e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1 \right)$$

$$I_{ES} \left( e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right) = I_E + \alpha_r I_{CS} \left( e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1 \right)$$

$$V_{BE} = V_T \ln \left( \frac{I_E + \alpha_r I_{CS} \left( e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} - 1 \right)}{I_{ES}} + 1 \right) = 0.594$$

Quindi la caduta di tensione  $V_{CE} \simeq 0$ .

**ESERCIZIO 2 (DE,DTE)** Per il condensatore MOS in figura, la parte  $n$  è drogata con  $N_D = 5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ , la parte  $p$  è drogata con  $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $t_{ox} = 30 \text{ nm}$ .



1) Calcolare la differenza di potenziale di contatto tra parte  $n$  e  $p$  e disegnare un diagramma di massima delle bande e del campo elettrico all'equilibrio ( $V_{np} = 0 \text{ V}$ ). [4]

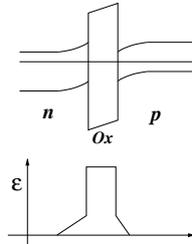
2) Per  $V_{np} = 0 \text{ V}$  determinare le cadute nel silicio  $\psi_{sn}$ ,  $\psi_{sp}$  e la caduta di potenziale nell'ossido (SUGGERIMENTO: carica totale nulla). [3]

3) Per  $V_{np} = 5 \text{ V}$  (ben oltre la tensione di soglia) determinare  $\psi_{sn}$ ,  $\psi_{sp}$  e la caduta di potenziale nell'ossido. [3]

## SOLUZIONE 2

1) Qualitativamente, l'andamento delle bande all'equilibrio è come in figura, a causa della  $V_0$  (o impropriamente  $\phi_{MS}$ ) dovuta alla differenza tra i livelli di Fermi del silicio  $n$  e  $p$ . Il campo elettrico è lineare (pendenza proporzionale al drogaggio, maggiore nella parte  $p$ ) nel silicio, e costante nell'ossido. La discontinuità è pari al rapporto tra le costanti dielettriche. Avremo semplicemente:

$$V_0 = V_T \ln \left( \frac{N_D N_A}{n_i^2} \right) = 0.677 \quad \text{V} \quad (1)$$



Il campo elettrico ha una pendenza maggiore nella parte più drogata, è discontinuo all'interfaccia ossido-silicio, poichè il campo elettrico nell'ossido è circa 3 volte quello nel silicio, ed è costante nell'ossido.

2) Come in una struttura MOS, possiamo scrivere:

$$V_{np} = \psi_{sn} + \frac{|Q|}{C_{ox}} + \psi_{sp} - V_0 \quad (2)$$

Quindi all'equilibrio ( $V_{np} = 0$ ) avemo:

$$V_0 = \psi_{sn} + \frac{|Q|}{C_{ox}} + \psi_{sp} \quad (3)$$

Questa equazione ha come incognite  $\psi_{sn}$  e  $\psi_{sp}$ . Una seconda equazione si può ottenere ricordando che la carica positiva nel silicio  $n$  deve essere uguale alla carica negativa nel silicio  $p$ :

$$|Q_n| = |Q_p|$$

$$\begin{aligned}\sqrt{2\epsilon_s q N_D \psi_{sn}} &= \sqrt{2\epsilon_s q N_A \psi_{sp}} \\ \psi_{sn} &= \frac{N_A}{N_D} \psi_{sp}\end{aligned}$$

Quindi l'equazione sopra si può riscrivere come:

$$V_0 = \frac{N_A}{N_D} \psi_{sp} + \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A \psi_{sp}}}{C_{ox}} + \psi_{sp} \quad (4)$$

Risolvendo questa equazione è possibile ottenere  $\psi_{sp} = 0.159$  V. Quindi  $\psi_{sn} = 0.318$  V e  $V_{ox} = V_0 - \psi_{sn} - \psi_{sp} = 0.201$  V. In alternativa, possiamo calcolare  $V_{ox} = \sqrt{2\epsilon_s q N_A \psi_{sp}} / C_{ox} = 0.201$  V.

3) Per  $V_{np} > 0$  alla parte  $n$  vengono richieste cariche positive, e alla parte  $p$  cariche negative. Dato che siamo ben oltre la tensione di soglia (non è richiesta la verifica) sia la parte  $n$  che la parte  $p$  sono oltre l'inversione, per cui avremo:

$$\begin{aligned}\psi_{sn} &= 2\psi_{Bn} = 2V_T \ln\left(\frac{N_D}{n_i}\right) = 0.658 \\ \psi_{sp} &= 2\psi_{Bp} = 2V_T \ln\left(\frac{N_A}{n_i}\right) = 0.694\end{aligned}$$

La caduta nell'ossido risulta dunque  $V_{ox} = V_{np} - \psi_{sn} - \psi_{sp} + V_0 = 4.32$  V.

**ESERCIZIO 3 (DTE)** 1) Descrivere i passi di processo necessari per la fabbricazione di una cella solare. [3]

2) Derivare una espressione per la corrente nella cella solare, in presenza di una  $G_{op}$  nota. [4]

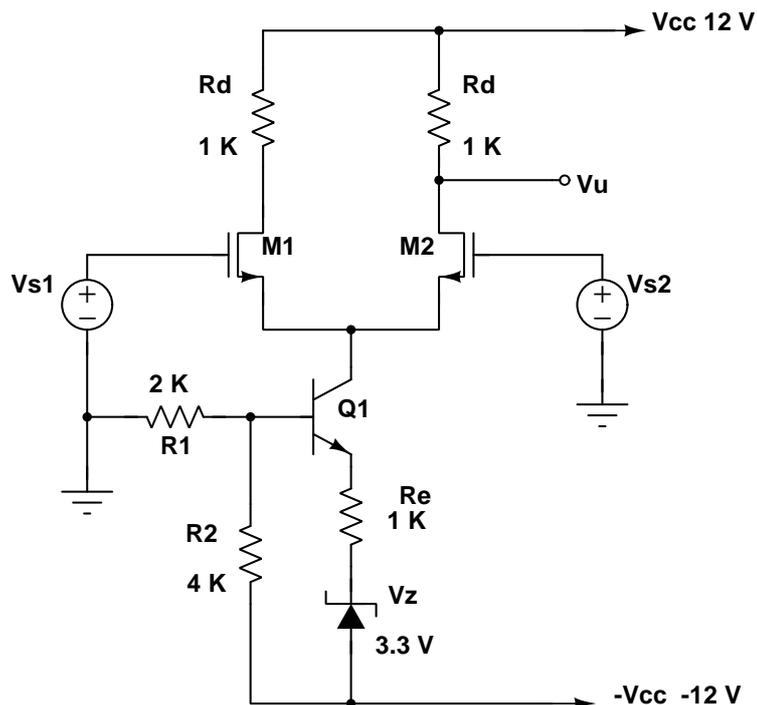
3) Disegnare il circuito equivalente e la caratteristica  $I - V$  di una cella solare, determinando graficamente la condizione di carico per la massima potenza in uscita.[3]

### SOLUZIONE 3

Si rimanda alla dispensa per la trattazione completa della cella solare, compresa una sezione del dispositivo, da cui è immediato ricavare i passi di processo.

**ESERCIZIO 4 (DE)** Nel circuito in figura, il transistorore bipolare ha  $\beta_f \text{ minimo} = 300$ , mentre  $M_1$  e  $M_2$  sono transistorori  $n$ -MOS con gate in metallo ( $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $\mu_n = 0.08 \text{ m}^2/\text{Vs}$ ,  $t_{ox} = 30 \text{ nm}$ ,  $W/L = 20$ ). Per misurare la tensione di soglia, sono stati caratterizzati con  $V_{GS} = 5 \text{ V}$ , ottenendo per basse  $V_{DS}$  una resistenza di quadro pari a  $R_{quadro} = 2600 \Omega$ .

1) Determinare la funzione di lavoro del metallo.[4]



2) Calcolare il punto di riposo dei transistorori e le correnti nel circuito.[4]

3) Determinare  $V_u$  per  $V_{S1} = -12 \text{ V}$ , verificando la polarizzazione dei transistorori.[2]

#### SOLUZIONE 4

1) Ricordiamo che per piccole  $V_{DS}$  e per  $W = L$  ( $C_{ox} = \epsilon_{ox}/t_{ox} = 1.15 \times 10^{-3} \text{ F/m}^2$ ):

$$I_{DS} = \mu_n C_{ox} (V_{GS} - V_{TH}) V_{DS}$$

$$R_{quadro} = \frac{1}{\mu_n C_{ox} (V_{GS} - V_{TH})}$$

$$V_{TH} = V_{GS} - \frac{1}{\mu_n C_{ox} R_{quadro}} = 0.82 \quad \text{V}$$

Quindi avremo:

$$V_{TH} = \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{C_{ox}} + 2\psi_B + \Phi_{MS}$$

$$\psi_B = \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{N_A}{n_i}\right) = 0.347 \quad \text{V}$$

$$\Phi_{MS} = V_{TH} - \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{C_{ox}} - 2\psi_B = -0.29 \quad \text{V}$$

$$\Phi_M = \Phi_S - 0.29 = 4.1 + 0.54 + 0.347 - 0.29 = 4.70 \quad \text{V}$$

2) Iniziamo dalla base di  $Q_1$ ,  $V_B = -4$  V con l'approssimazione di partitore pesante, conseguentemente  $V_E = -4.7$  V. L'anodo dello zener si trova ad una tensione pari a  $-12 + 3.3 = -8.7$  V, e quindi  $I_E = (-4.7 - (-8.7))/1$  k=4 mA. Poichè lo stadio è simmetrico, avremo  $I_E \simeq I_C$   $I_{S1} = I_{S2} = I_C/2$ . Quindi  $V_{GS1} = V_{GS2}$ :

$$I_{DS} = \frac{\mu_n C_{ox} W}{2 L} (V_{GS} - V_{TH})^2$$

$$V_{GS} = \sqrt{\frac{2I_{DS}}{\mu_n C_{ox} \frac{W}{L}}} + V_{TH} = 2.3 \quad \text{V}$$

Quindi  $V_{G1} = V_{G2} = 0$  V,  $V_{S1} = V_{S2} = V_C = -2.3$  V,  $V_{CE} = 2.40$  V.  $V_{D1} = V_{D2} = V_{CC} - R_D I_{DS} = 10$  V,  $V_{DS1} = V_{DS2} = 10 - (-2.3) = 12.3$  V  $>$   $V_{GS} - V_{TH}$ . Avremo inoltre  $I_{R1} I_{R2} = 12/6 = 2$  mA e  $I_{B \max} = I_C / \beta_{f \min} = 13$   $\mu$ A, quindi il partitore pesante è verificato. Avremo per i due MOS:

$$I_{DS} = 2 \quad \text{mA}$$

$$V_{GS} = 2.3 \quad \text{V}$$

$$V_{DS} = 12.3 \quad \text{V}$$

E per il bipolare:

$$I_C \simeq I_E = 4 \quad \text{mA}$$

$$\begin{aligned}
I_{B \max} &= \frac{I_C}{\beta_{fmin}} = 13 \quad \mu\text{A} \\
V_{BE} &\simeq V_\gamma = 0.7 \quad \text{V} \\
V_{CE} &= 2.4 \quad \text{V}
\end{aligned}$$

3) Per  $V_G = -12 \text{ V}$  il transistoro  $M_1$  è sicuramente interdetto. Se  $M_1$  è interdetto, tutta la corrente  $I_C$  scorre in  $M_2$ , e quindi avremo  $I_{DS2} = 4 \text{ mA}$  e quindi:

$$V_{GS} = \sqrt{\frac{2I_{DS}}{\mu_n C_{ox} \frac{W}{L}}} + V_{TH} = 2.9 \quad \text{V} \quad (5)$$

Avremo dunque che  $V_{S2} = V_C = -2.9 \text{ V}$ ,  $V_{CE} = 1.8 \text{ V}$ ,  $V_u = V_{D1} = 8 \text{ V}$ ,  $V_{DS1} = 10.9 \text{ V}$ ,  $> V_{GS1} - V_{TH}$ . Quindi i transistori  $M_2$  e  $Q$  rimangono polarizzati correttamente (in saturazione il MOS e in zona attiva diretta il bipolare).