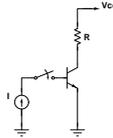


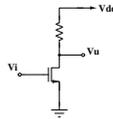
DE e DTE: PROVA SCRITTA DEL 10 Giugno 2014

ESERCIZIO 1 (DE,DTE) Il transistoro bipolare in figura è n^+pn ($N_{Abase} = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $N_{Dcollettore} = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $\mu_n = 0.1 \text{ m}^2/\text{Vs}$, $\tau_n = 10^{-6} \text{ s}$, $W_{base} = 2.5 \text{ }\mu\text{m}$, $S = 1 \text{ mm}^2$). Per il circuito $I = 80 \text{ }\mu\text{A}$, $R = 1 \text{ k}\Omega$, $V_{CC} = 12 \text{ V}$. Trascurare le regioni di svuotamento delle giunzioni polarizzate con $V \geq 0$ (in diretta). A $t = 0$ il tasto viene chiuso.



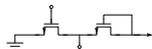
- 1) Determinare il tempo di accensione t_{on} per cui la corrente di collettore raggiunge circa il suo valore massimo, ed eseguire un grafico qualitativo del transitorio della corrente di collettore e della carica in base.[3]
- 2) Determinare le tensioni V_{BE} e V_{CE} a regime.[4]
- 3) Determinare il transitorio della corrente di collettore se il tasto viene chiuso a $t = 0$ e aperto a $t = \tau_n$. [3]

ESERCIZIO 2 (DE,DTE) Il transistoro n -MOS in figura (condensatore MOS ideale) è caratterizzato da $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $t_{ox} = 30 \text{ nm}$, $\mu_n = 800 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $W=10\mu\text{m}$, $L=1 \text{ }\mu\text{m}$. La tensione di ingresso $V_i = V_{GS}$ è pari a 5 V ($V_{DD} = 5 \text{ V}$, $R = 10 \text{ k}\Omega$).



- 1) Determinare la tensione di uscita (Attenzione: il MOS non è in saturazione, verificare). [3]
- 2) A metà dell'ossido (a $t_{ox}/2$), in uno strato di spessore trascurabile, vengono introdotti degli stati localizzati carichi negativamente (carica unitaria), per una concentrazione di 10^{13} cm^{-2} (per unità di superficie, che carica introducono?). Determinare l'andamento del campo elettrico nel silicio e nell'ossido in funzione della caduta di tensione nel silicio ψ_S (per $V_{GS} < V_{TH}$). Determinare l'espressione della V_{GS} in funzione di ψ_S . SUGGERIMENTO: eseguire dei grafici. [5]
- 3) Determinare la tensione V_{GS} di inversione e calcolare la tensione di uscita nel circuito in figura. [2]

ESERCIZIO 3 (DTE)

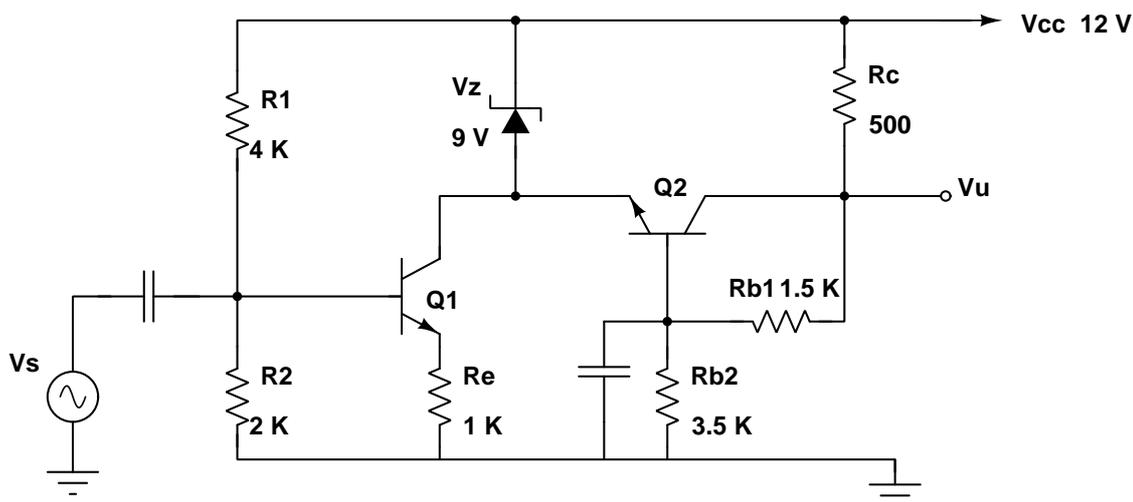


1) Descrivere i passi di processo per la realizzazione di un transistor *n*-MOS con LDD.[5]

2) Disegnare le maschere per la realizzazione del circuito in figura, realizzato secondo il processo LDD.[5]

ESERCIZIO 4 (DE) Nel circuito in figura, Q_1 e Q_2 sono transistori bipolari *npn* con $\gamma = 0.992$, $N_{Abase} = N_{Dcollettore} = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $\tau_n = 10^{-6} \text{ s}$, $\mu_n = 1000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$.

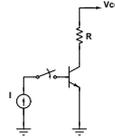
1) Supponendo γ indipendente dall'ampiezza di base, determinare $W_{metallurgica}$ che garantisca un $\beta_f > 100$. [3]



2) Calcolare il punto di riposo dei transistori (attenzione: il diodo zener è polarizzato?). [3]

3) Determinare il massimo valore di R_C per cui entrambi i transistori risultano correttamente polarizzati in zona attiva diretta. [4]

ESERCIZIO 1 (DE,DTE) Il transistoro bipolare in figura è n^+pn ($N_{Abase} = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $N_{Dcollettore} = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $\mu_n = 0.1 \text{ m}^2/\text{Vs}$, $\tau_n = 10^{-6} \text{ s}$, $W_{base} = 2.5 \text{ }\mu\text{m}$, $S = 1 \text{ mm}^2$). Per il circuito $I = 80 \text{ }\mu\text{A}$, $R = 1 \text{ k}\Omega$, $V_{CC} = 12 \text{ V}$. Trascurare le regioni di svuotamento delle giunzioni polarizzate con $V \geq 0$ (in diretta). A $t = 0$ il tasto viene chiuso.



- 1) Determinare il tempo di accensione t_{on} per cui la corrente di collettore raggiunge circa il suo valore massimo, ed eseguire un grafico qualitativo del transitorio della corrente di collettore e della carica in base.[3]
- 2) Determinare le tensioni V_{BE} e V_{CE} a regime.[4]
- 3) Determinare il transitorio della corrente di collettore se il tasto viene chiuso a $t = 0$ e aperto a $t = \tau_n$. [3]

SOLUZIONE 1

- 1) Calcoliamo i parametri relativi alle correnti misurate:

$$D_n = \frac{kT}{q} \mu_n = 2.59 \times 10^{-3}$$

$$L_n = \sqrt{D_n \tau_n} = 50.82 \quad \mu\text{m}$$

Alla chiusura del tasto, il transitorio della carica ha la ben nota espressione (vedi dispense):

$$Q_B(t) = I_B \tau_n \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_n}}\right) \quad (1)$$

Dove $I_B = I$ del generatore di corrente. Per $t = t_{on}$ la giunzione base-collettore è al limite della saturazione, $V_{BC} = 0$. Come visto a lezione, la corrente di collettore si può approssimare con $I_C = V_{CC}/R = 12 \text{ mA}$. Quindi basta imporre la relazione (vedi dispense):

$$i_c(t_{on}) = \frac{I_B \tau_n \left(1 - e^{-\frac{t_{on}}{\tau_n}}\right)}{\tau_t} = \frac{V_{CC}}{R} \quad (2)$$

dove il tempo di transito τ_t può essere calcolato usando la lunghezza metallurgica della base, poichè la giunzione base-emettitore è polarizzata in diretta, mentre la giunzione base-collettore ha $V = 0$:

$$\tau_t = \frac{W^2}{2D_n} = 1.21 \quad \text{nS} \quad (3)$$

Svolgendo alcuni semplici passaggi avremo ($\beta_f = \tau_n/\tau_t = 829$):

$$t_{on} = \tau_n \ln \left(\frac{1}{1 - \frac{V_{CC}}{RI_B \beta_f}} \right) = 0.2 \quad \mu\text{s} \quad (4)$$

La corrente I_C aumenta esponenzialmente fino a t_{on} , quando assume il valore pari a circa V_{CC}/R poi rimane costante. La carica invece aumenta esponenzialmente fino a $I_B \tau_n$, secondo l'esponenziale "di carica" la cui espressione è riportata sopra.

2) A regime avremo che $Q_B = I_B \tau_n$, mentre $I_C \simeq V_{CC}/R$. Il profilo di portatori minoritari (elettroni) in base è dunque trapezoidale, $W \simeq W_{MET}$, e possiamo scrivere le due relazioni ($\delta_n(0) = \delta_{n0}$, $\delta_n(W) = \delta_{nW}$):

$$\begin{aligned} Q_B &= qS \frac{\delta_{n0} + \delta_{nW}}{2} W = I_B \tau_n = 80 \cdot 10^{-11} \quad \text{C} \\ I_C &= qSD_n \frac{\delta_{nW} - \delta_{n0}}{W} = \frac{V_{CC}}{R} = 12 \quad \text{mA} \end{aligned}$$

Avremo:

$$\begin{aligned} \delta_{n0} + \delta_{nW} &= \frac{2I_B \tau_n}{qS} = 9.987 \times 10^{14} \quad \text{m}^{-3} \\ \delta_{n0} - \delta_{nW} &= \frac{V_{CC} W}{RqSD_n} = 7.23 \times 10^{13} \quad \text{m}^{-3} \end{aligned}$$

Da cui con semplici passaggi si ottiene:

$$\begin{aligned} \delta_{n0} &= 5.35 \times 10^{14} \quad \text{m}^{-3} \\ \delta_{nW} &= 4.63 \times 10^{14} \quad \text{m}^{-3} \end{aligned}$$

Nota: siamo in bassa iniezione. Dai valori delle concentrazioni agli estremi delle regioni di svuotamento base-emettitore e base-collettore (regioni di svuotamento trascurate, come suggerito dal testo) possiamo ricavare le tensioni ($n_{p0} = n_i^2/N_{Abase} = 2.25 \cdot 10^{10} \text{ m}^{-3}$):

$$\delta_{n0} = \delta_n(0) = n_{p0} e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} \quad (5)$$

$$\delta_{nW} = \delta_n(0) = n_{p0} e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} \quad (6)$$

$$V_{BE} = V_T \ln \left(\frac{\delta_{n0}}{n_{p0}} \right) = 0.26 \quad \text{V} \quad (7)$$

$$V_{BC} = V_T \ln \left(\frac{\delta_{nW}}{n_{p0}} \right) = 0.257 \quad \text{V} \quad (8)$$

$$(9)$$

E quindi $V_{CE} \simeq 0$, ma non esattamente 0.

3) Se il tasto viene aperto a $t = \tau_n$, la corrente di collettore ha già raggiunto il suo valore di regime ($t_{on} = 0.2 \mu\text{s} < \tau_n$), mentre la carica in base vale:

$$Q_B(\tau_n) = I_B \tau_n \left(1 - e^{-\tau_n \text{ over } \tau_n} \right) = I_B \tau_n \left(1 - \frac{1}{e} \right) = 5.05 \times 10^{-11} \quad \text{C} \quad (10)$$

Il transistoro per $t = \tau_n$ è già in saturazione. Quando il tasto viene aperto, $Q_B(\tau_n)$ è la carica in base all'inizio del transitorio di spegnimento. Per $t > \tau_n$ La carica in base seguirà il transitorio, fino ad esaurimento:

$$Q_B(t) = Q_B(\tau_n) e^{-\frac{t-\tau_n}{\tau_n}} \quad (11)$$

Dopo τ_n , la corrente I_C rimane pressochè costante finchè il transistoro rimane in saturazione, cioè fino al tempo t_{SD} dall'apertura del tasto:

$$I_C = \frac{V_{CC}}{R} = \frac{Q_B(\tau_n) e^{-\frac{t_{SD}-\tau_n}{\tau_n}}}{\tau_t} \quad (12)$$

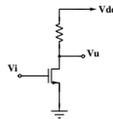
Ponendo l'origine dei tempi in τ_n avremo (vedi dispense):

$$\tau_{SD} = \tau_n \ln \left(\frac{Q_B(\tau_n)}{\tau_t \frac{V_{CC}}{R}} \right) = 1.24 \quad \mu\text{s} \quad (13)$$

Quindi all'accensione la corrente di collettore sale esponenzialmente fino a $t_{on} = 0.2 \mu\text{s}$, dopodichè rimane costante, mentre la carica in base tende a

raggiungere il valore di regime $I_B\tau_n$. All'apertura del tasto (per $t = \tau_n$) la carica in base diminuisce esponenzialmente, partendo dal valore a cui era arrivata, mentre la corrente di collettore rimane costante fino a $\tau_n + \tau_{SD}$ calcolato sopra. Da qui, la corrente di collettore diminuisce esponenzialmente, seguendo la carica in base.

ESERCIZIO 2 (DE,DTE) Il transistoro n -MOS in figura (condensatore MOS ideale) è caratterizzato da $N_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $t_{ox} = 30 \text{ nm}$, $\mu_n = 800 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $W=10\mu\text{m}$, $L=1 \mu\text{m}$. La tensione di ingresso $V_i = V_{GS}$ è pari a 5 V ($V_{DD} = 5 \text{ V}$, $R = 10 \text{ k}\Omega$).



1) Determinare la tensione di uscita (Attenzione: il MOS non è in saturazione, verificare). [3]

2) A metà dell'ossido (a $t_{ox}/2$), in uno strato di spessore trascurabile, vengono introdotti degli stati localizzati carichi negativamente (carica unitaria), per una concentrazione di 10^{13} cm^{-2} (per unità di superficie, che carica introducono?). Determinare l'andamento del campo elettrico nel silicio e nell'ossido in funzione della caduta di tensione nel silicio ψ_S (per $V_{GS} < V_{TH}$). Determinare l'espressione della V_{GS} in funzione di ψ_S . SUGGERIMENTO: eseguire dei grafici. [5]

3) Determinare la tensione V_{GS} di inversione e calcolare la tensione di uscita nel circuito in figura. [2]

SOLUZIONE 2

1) Calcoliamo la tensione di soglia:

$$\psi_B = \frac{kT}{q} \ln \left(\frac{N_A}{n_i} \right) = 0.347 \quad \text{V}$$

$$\begin{aligned}
\Phi_{MS} &= 0 \quad \text{V} \\
C_{ox} &= \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} = 1.15 \times 10^{-3} \quad \text{F/m}^2 \\
V_{TH} &= \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{C_{ox}} + 2\psi_B = 1.11 \quad \text{V}
\end{aligned}$$

Con una V_{GS} applicata pari a 5 V, la struttura MOS è in inversione. Il testo suggerisce che il transistor non è in saturazione, quindi è in zona triodo o in zona lineare. Supponendo il transistor in zona lineare (da verificare), avremo:

$$\begin{aligned}
V_{DS} &= V_{DD} - RI_{DS} \\
I_{DS} &= \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} (V_{GS} - V_{TH}) (V_{DD} - RI_{DS}) \\
I_{DS} &= 0.017894 - 35.8 I_{DS} \\
I_{DS} &= 0.486 \quad \text{mA}
\end{aligned}$$

Da cui si ricava:

$$V_{DS} = 0.13 \quad \text{V} \quad (14)$$

Quindi l'approssimazione lineare è ragionevole. Avremo ovviamente $V_u = V_{DS} = 0.13$ V.

2) Mettiamo l'origine degli assi all'interfaccia ossido-silicio, in maniera tale che lo strato di carica Q_{ox} si trova a $-t_{ox}/2$, e il gate si trova a $-t_{ox}$. Nel silicio il campo elettrico ε è lineare, e dipende dagli accettori ionizzati fino ad una profondità $x = W(\psi_s)$. Per $x > 0$ avremo:

$$\varepsilon(x) = \frac{qN_a}{\epsilon_{Si}} (W(\psi_s) - x) \quad 0 < x < W(\psi_s) \quad (15)$$

All'interfaccia ossido-silicio, nell'ossido, avremo:

$$\varepsilon = -\frac{Q_{Si}}{\epsilon_{ox}} = \frac{qN_a}{\epsilon_{ox}} W(\psi_s) = \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A \psi_s}}{\epsilon_{ox}} \quad (16)$$

e rimane costante per $-t_{ox}/2 < x < 0$. A metà dell'ossido il campo elettrico ha una brusca discontinuità (carica concentrata), e per $-t_{ox} < x < t_{ox}/2$ avremo:

$$\varepsilon = -\frac{Q_{ox}}{\epsilon_{ox}} - \frac{Q_{Si}}{\epsilon_{ox}} = -\frac{Q_{ox}}{\epsilon_{ox}} + \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A \psi_s}}{\epsilon_{ox}} \quad (17)$$

Di conseguenza, il potenziale è parabolico nel silicio, e lineare nei due tratti dell'ossido (ma con pendenza diversa). Nel silicio avrà l'espressione parabolica solita, determinabile usando l'approssimazione di svuotamento completo ($W = W(\psi_s)$).

$$\psi(x) = \frac{qN_A}{2\epsilon_{Si}} (Wx - x^2) \quad (18)$$

nel silicio, per $0 < x < W$. Nell'ossido avremo:

$$\psi(x) = -\frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A \psi_s}}{\epsilon_{ox}} x + \psi_s \quad (19)$$

per $-t_{ox}/2 < x < 0$ e:

$$\psi(x) = \frac{Q_{ox}}{\epsilon_{ox}} \left(\frac{t_{ox}}{2} + x \right) - \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A \psi_s}}{\epsilon_{ox}} x + \psi_s \quad (20)$$

Avremo dunque per la $V_{GS} = \psi(x = -t_{ox}/2)$:

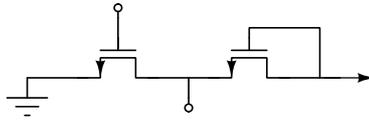
$$V_{GS} = -\frac{Q_{ox}}{2\epsilon_{ox}} t_{ox} + \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A \psi_s}}{\epsilon_{ox}} t_{ox} + \psi_s \quad (21)$$

3) All'inversione ($V_{GS} = V_{TH}$ con carica nell'ossido) avremo che $\psi_s = 2\psi_B$. Per quanto riguarda la carica nell'ossido Q_{ox} , introdotta dagli stati localizzati, avremo $Q_{ox} = 1.602 \cdot 10^{-19} \times 10^{17} = 1.6 \times 10^{-2} \text{ C/m}^2$. Dall'espressione sopra ricaviamo:

$$V_{GS} = -\frac{Q_{ox}}{2C_{ox}} + \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{C_{ox}} + 2\psi_B = 8.1 \quad (V) \quad (22)$$

Di conseguenza, nel circuito il transistore MOS è interdetto ($V_i = V_{GS} < V_{TH}$) e l'uscita del circuito è alta ($V_u = V_{CC}$). NOTA: questo esercizio si basa sul principio-base delle memorie flash, dove degli stati localizzati nell'ossido vengono caricati o meno a seconda dello stato logico da codificare (alto o basso).

ESERCIZIO 3 (DTE)



1) Descrivere i passi di processo per la realizzazione di un transistor n -MOS con LDD.[5]

2) Disegnare le maschere per la realizzazione del circuito in figura, realizzato secondo il processo LDD.[5]

SOLUZIONE 3

Essendo un esercizio puramente scolastico, si rimanda alla dispensa per la sua soluzione.

ESERCIZIO 4 (DE) Nel circuito in figura, Q_1 e Q_2 sono transistori bipolari nnp con $\gamma = 0.992$, $N_{Abase} = N_{Dcollettore} = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $\tau_n = 10^{-6} \text{ s}$, $\mu_n = 1000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$.

1) Supponendo γ indipendente dall'ampiezza di base, determinare $W_{metallurgica}$ che garantisca un $\beta_f > 100$. [3]

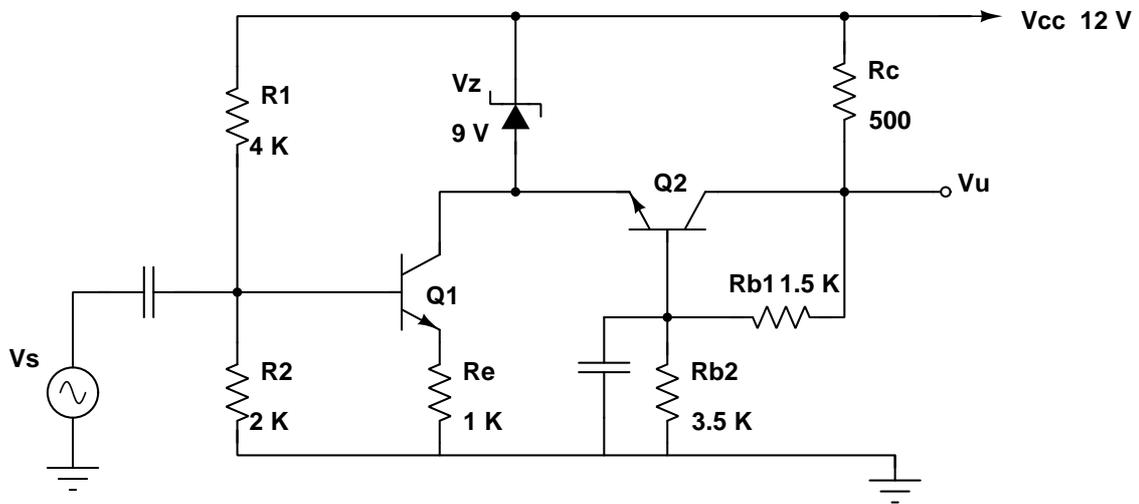
2) Calcolare il punto di riposo dei transistori (attenzione: il diodo zener è polarizzato?). [3]

3) Determinare il massimo valore di R_C per cui entrambi i transistori risultano correttamente polarizzati in zona attiva diretta. [4]

SOLUZIONE 4

1) Il guadagno del transistor β_f dipende da α_f e quindi da γ :

$$\beta_f = \frac{\alpha_f}{1 - \alpha_f}$$



$$\alpha_f = \frac{\beta_f}{1 + \beta_f} = 0.9900990099$$

$$\alpha_t = \frac{\alpha_f}{\gamma} = 0.998084$$

Poichè $\alpha_t = 1/\cosh(W/L_n)$:

$$D_n = \frac{kT}{q} \mu_n = 2.59 \times 10^{-3}$$

$$L_n = \sqrt{D_n \tau_p} = 50.82 \quad \mu\text{m}$$

$$W = L_n \operatorname{acosh}\left(\frac{1}{\alpha_t}\right) = 3 \quad \mu\text{m}$$

In zona attiva diretta, la lunghezza effettiva di base sarà senz'altro inferiore a questo valore, quindi β_f sarà sicuramente maggiore di 100. Questo valore di β_f sarà usato nei punti successivi come $\beta_{f\text{minimo}}$.

2) Per il punto di riposo, abbiamo:

$$V_{B1} = 4 \quad \text{V}$$

$$V_{E1} = 3.3 \quad \text{V}$$

$$I_{E1} = 3.3 \quad \text{mA}$$

Se i transistori sono correttamente polarizzati (da verificare) il diodo zener è interdetto. Serve solo come protezione, per evitare una eventuale eccessiva saturazione di Q_1 . La corrente $I_{E1} \simeq I_{C1} = I_{E2} \simeq I_{C2}$ scorre in R_C , insieme alla corrente I_R in R_{B1} e R_{B2} . Avremo (ip. partitore pesante):

$$\begin{aligned} V_{CC} &= (I_R + I_{C2})R_C + (R_{B1} + R_{B2})I_R \\ I_R &= \frac{V_{CC} - I_{C2}R_C}{R_C + R_{B1} + R_{B2}} = 1.89 \quad \text{mA} \\ V_{B2} &= R_{B2}I_R = 6.58 \quad \text{V} \end{aligned}$$

Da ciò segue $V_{E2} = V_{C1} = 5.9 \text{ V}$. Verifichiamo il partitore pesante:

$$\begin{aligned} I_{B1max} &= \frac{I_{C1}}{\beta_{fminimo}} = 33 \mu\text{A} \ll I_{R1} \quad I_{R2} = 2 \quad \text{mA} \\ I_{B2max} &= \frac{I_{C2}}{\beta_{fminimo}} = 33 \mu\text{A} \ll I_{R1} \quad I_{R2} = 1.9 \quad \text{mA} \end{aligned}$$

Avremo dunque che Q_1 è correttamente polarizzato:

$$\begin{aligned} I_{C1} &\simeq I_{E1} = 3.3 \quad \text{mA} \\ I_{B1} &= \frac{I_C}{\beta_{fmin}} = 33 \quad \mu\text{A} \\ V_{BE1} &\simeq V_\gamma = 0.7 \quad \text{V} \\ V_{CE1} &= V_{E2} - V_{E1} = 5.9 - 3.3 = 2.6 \quad \text{V} \end{aligned}$$

Anche Q_2 risulta correttamente polarizzato:

$$\begin{aligned} I_{C2} &\simeq I_{E2} = 3.3 \quad \text{mA} \\ I_{B2} &= \frac{I_{C2}}{\beta_{fmin}} = 33 \quad \mu\text{A} \\ V_{BE2} &\simeq V_\gamma = 0.7 \quad \text{V} \\ V_{CE2} &= V_{C2} - V_{E2} = V_{CC} - R_C(I_{C2} + I_R) - V_{E2} = 3.45 \quad \text{V} \end{aligned}$$

3) Le due tensioni critiche sono le due V_{CE} , che per una corretta polarizzazione in zona attiva diretta devono essere maggiori di 0.7 V. Da notare che $V_{BC2} < 0$ e quindi $V_{CE2} > 0.7 \text{ V}$, per cui Q_2 funziona, finchè Q_1 è in ZAD.

Avremo $V_{C1min} = V_{E2min} = 4$ V, $V_{B2min} = 4.7$ V, $I_{Rmin} = 4.7/3.5 = 1.35$ mA. Quindi, per quanto riguarda la polarizzazione di $Q1$, la R_{Cmax} :

$$\begin{aligned} V_{CC} &= (I_R + I_{C2})R_C + (R_{B1} + R_{B2})I_R \\ R_{Cmax} &= \frac{V_{CC} - (R_{B1} + R_{B2})I_{Rmin}}{I_{Rmin} + I_{C2}} = 1.13 \quad \text{k}\Omega \end{aligned}$$

Per completezza verifichiamo che Q_2 risulta correttamente polarizzato con questo valore di R_C . $V_{E2} = 4$ V, $V_{C2} = V_{CC} - R_C I_{C2} + I_{Rmin} = 6.75$ V, $V_{CE2} = 2.75$ V.