DE e DTE: PROVA SCRITTA DEL 21 Febbraio 2013

ESERCIZIO 1 (DE,DTE) Si consideri una struttura MOS con $t_{ox} = 30$ nm, substrato di tipo p, $N_A = 10^{16}$ cm^{-3}, $\Phi_{MS} = 0$. Nell'ossido è presente una carica fissa costituita da ioni sodio, distribuita uniformemente per tutto lo spessore dell'ossido, con una concentrazione $N_{Na^+} = 10^{16}$ cm^{-3}.

1) Si consideri il range di tensioni di svuotamento $V_{GS} < V_{th}$, $Q_n = 0$, $Q_W = Q_W(\psi_s)$. Determinare il campo elettrico nell'ossido all'interfaccia ossido-silicio e il campo elettrico nell'ossido all'interfaccia ossido-gate. [4]

2) Determinare un'espressione per $\psi(x)$ nell'ossido. Determinare la caduta di tensione nell'ossido, in funzione di ψ_s. (SUGGERIMENTO: si può porre l'origine degli assi all'interfaccia ossido-silicio, cosi che $\psi(0) = \psi_s$) [4]

3) Determinare la tensione di soglia V_{th}. [2]

ESERCIZIO 2 (DE,DTE) Un transistore bipolare n^+pn ($N_{Abase} = N_{Dcollettore} = 10^{16}$ cm^{-3}, $\tau_n = 10^{-6}$ s, $\mu_n = 1000$ cm^2/Vs, $S = 1$ mm^2) è polarizzato con $V_{BE} = 0.55$ V, $V_{CE} = 5$ V. È stata misurata una corrente $I_C = 3$ mA.

1) Determinare la lunghezza effettiva e metallurgica della base (trascurare la regione di svuotamento base-emettitore). [4]

2) Determinare la corrente I_B con il modello a controllo di carica. Conseguentemente, determinare α_F e β_F. [3]

3) Determinare la corrente di collettore per $V_{BE} = 0$ ($V_{CE} = 5$ V). [3]

ESERCIZIO 3 (DTE) Su un substrato drogato con boro ($p = 10^{15}$ cm^{-3}) si esegue una impiantazione ionica con arsenico ($R_{pSi} = 58.2$ nm, $\Delta R_{pSi} = 20.7$ nm, $R_{pOx} = 47.3$ nm, $\Delta R_{pOx} = 15.1$ nm), dose $Q = 10^{12}$ ioni As /cm^2.

1) Calcolare lo spessore di ossido necessario affinchè il massimo del profilo di impiantazione nel silicio si trovi all'interfaccia ossido-silicio. [3]

2) Questo spessore di ossido deve essere cresciuto mediante ossidazione dry a 1100 ^{o}C ($A = 0.090$ μm, $B = 0.027$ μm^2/hr, $\tau = 0.067$ hr). Calcolare i secondi di crescita necessari. [4]

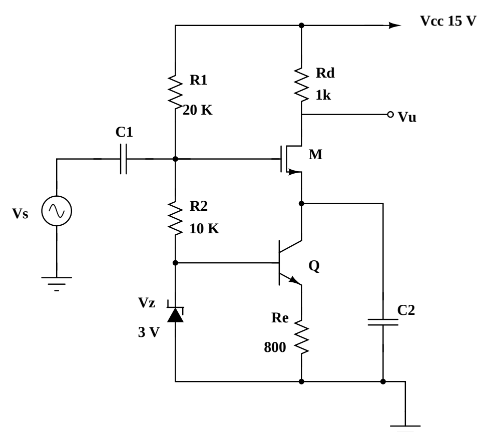
3) Scrivere l'espressione del profilo di drogaggio nel silicio e calcolare la profondità di giunzione. [3]

ESERCIZIO 4 (DE) Per l'amplificatore in figura, il transistore Q è un n^+pn con $\beta_{Fminimo} = 300$, il diodo zener è ideale e il transistore M è un $n - MOS$ con gate in polisilicio, $t_{ox} = 30$ nm, $N_A = 10^{16}$ cm^{-3}, $\mu_n = 800$ cm^2/Vs, $W = 200$ μm, $L = 4$ μm.

1) Calcolare la tensione di soglia del MOS e il punto di riposo dei transistori (condensatori aperti). Per questo punto, trascurare gli effetti di modulazione del canale. [4]

2) Indicare con P il punto di strozzamento del canale nel MOS. La regione di svuotamento drain-P può essere approssimata con l'ampiezza di svuotamento dovuta alla tensione V_{DP}. Calcolare la resistenza differenziale r_d del transistore MOS. [4]

3) Disegnare il circuito equivalente per le variazioni (considerare una frequenza tale che i condensatori siano corto-circuiti). [2]



ESERCIZIO 1 (DE,DTE) Si consideri una struttura MOS con $t_{ox} = 30$ nm, substrato di tipo p, $N_A = 10^{16}$ cm^{-3}, $\Phi_{MS} = 0$. Nell'ossido è presente una carica fissa costituita da ioni sodio, distribuita uniformemente per tutto lo spessore dell'ossido, con una concentrazione $N_{Na^+} = 10^{16}$ cm^{-3}.

1) Si consideri il range di tensioni di svuotamento $V_{GS} < V_{th}$, $Q_n = 0$, $Q_W = Q_W(\psi_s)$. Determinare il campo elettrico nell'ossido all'interfaccia ossido-silicio e il campo elettrico nell'ossido all'interfaccia ossido-gate. [4]

2) Determinare un'espressione per $\psi(x)$ nell'ossido. Determinare la caduta di tensione nell'ossido, in funzione di ψ_s. (SUGGERIMENTO: si può porre l'origine degli assi all'interfaccia ossido-silicio, cosi che $\psi(0) = \psi_s$) [4]

3) Determinare la tensione di soglia V_{th}. [2]

SOLUZIONE 1

1) Basta applicare il teorema di Gauss all'interfaccia ossido-silicio:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{ox} &= -\frac{Q_{Si}}{\epsilon_{ox}} \qquad (1)\\ \varepsilon_{ox} &= \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_a \psi_s}}{\epsilon_{ox}} \qquad (2)\end{aligned}$$

Applicandolo all'interfaccia ossido-gate (RICORDARE gli ioni sodio sono positivi, quindi $Q_{ox} > 0$):

$$\begin{aligned}\varepsilon_{ox} &= -\frac{Q_{Si}}{\epsilon_{ox}} - \frac{Q_{ox}}{\epsilon_{ox}} \qquad (3)\\ \varepsilon_{ox} &= \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_a \psi_s}}{\epsilon_{ox}} - \frac{q N_{Na} t_{ox}}{\epsilon_{ox}} \qquad (4)\end{aligned}$$

2) Basta scrivere l'equazione di Poisson nell'ossido:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -\frac{q N_{Na}}{\epsilon_{ox}} \qquad (5)$$

risolvendola con le dovute condizioni a contorno. L'origine degli assi può essere messa o all'interfaccia ossido-silicio, o all'interfaccia ossido-gate. Ponendo l'origine degli assi all'interfaccia ossido-silicio, il gate è posizionato a $x = -t_{ox}$. In questo caso, le condizioni a contorno si possono scrivere come:

$$\begin{aligned}\frac{dpsi}{dx}(0) &= -\varepsilon_{ox}(0) = \frac{Q_{Si}(\psi_s)}{\epsilon_{ox}}\\ \psi(0) &= \psi_s\end{aligned}$$

e quindi, integrando la prima volta:

$$\begin{aligned}\frac{d\psi}{dx} &= -\frac{q N_{Na}}{\epsilon_{ox}} x + C_1\\ C_1 &= \frac{Q_{Si}(\psi_s)}{\epsilon_{ox}}\\ \frac{d\psi}{dx} &= -\frac{q N_{Na}}{\epsilon_{ox}} x + \frac{Q_{Si}(\psi_s)}{\epsilon_{ox}}\end{aligned}$$

Integrando una seconda volta:

$$\begin{aligned}
\psi(x) &= -\frac{qN_{Na}}{2\epsilon_{ox}}x^2 + \frac{Q_{Si}(\psi_s)}{\epsilon_{ox}}x + C_2 \\
\psi(0) &= \psi_s \\
C_2 &= \psi_s \\
\psi(x) &= -\frac{qN_{Na}}{2\epsilon_{ox}}x^2 + \frac{Q_{Si}(\psi_s)}{\epsilon_{ox}}x + \psi_s
\end{aligned}$$

Quindi la caduta di tensione nell'ossido è pari a:

$$\begin{aligned}
V_{ox} &= \psi(-t_{ox}) - \psi(0) \\
V_{ox} &= \left(-\frac{qN_{Na}}{2\epsilon_{ox}}t_{ox}^2 - \frac{Q_{Si}(\psi_s)}{\epsilon_{ox}}t_{ox} + \psi_s\right) - \psi_s \\
V_{ox} &= -\frac{qN_{Na}}{2\epsilon_{ox}}t_{ox}^2 - \frac{Q_{Si}(\psi_s)}{\epsilon_{ox}}t_{ox}
\end{aligned}$$

Possiamo riscriverlo in maniera più convenzionale, sapendo che $C_{ox} = \epsilon_{ox}/t_{ox}$:

$$\begin{aligned}
V_{ox} &= -\frac{Q_{Si}(\psi_s)}{C_{ox}} - \frac{qN_{Na}}{2C_{ox}}t_{ox} \\
V_{ox}(\psi_s) &= \frac{\sqrt{2\epsilon_s qN_a\psi_s}}{C_{ox}} - \frac{qN_{Na}}{2C_{ox}}t_{ox}
\end{aligned}$$

3) Ricordiamo che:

$$V_{GS} = V_{ox}(\psi_s) + \psi_s \qquad (6)$$

Per $V_{GS} = V_{TH}$, la caduta di tensione nel silicio è pari a $2\psi_B$. Basta quindi sostituire $\psi_s = 2\psi_B$ nell'espressione sopra:

$$V_{GS} = \frac{\sqrt{2\epsilon_s qN_a 2\psi_B}}{C_{ox}} + 2\psi_B - \frac{qN_{Na}}{2C_{ox}}t_{ox} \qquad (7)$$

ESERCIZIO 2 (DE,DTE) Un transistore bipolare n^+pn ($N_{Abase} = N_{Dcollettore} = 10^{16}$ cm^{-3}, $\tau_n = 10^{-6}$ s, $\mu_n = 1000$ cm^2/Vs, $S = 1$ mm^2) è polarizzato con $V_{BE} = 0.55$ V, $V_{CE} = 5$ V. È stata misurata una corrente $I_C = 3$ mA.

1) Determinare la lunghezza effettiva e metallurgica della base (trascurare la regione di svuotamento base-emettitore). [4]

2) Determinare la corrente I_B con il modello a controllo di carica. Conseguentemente, determinare α_F e β_F. [3]

3) Determinare la corrente di collettore per $V_{BE} = 0$ ($V_{CE} = 5$ V). [3]

SOLUZIONE 2

1) Ci sono molti modi per determinare la lunghezza effettiva di base. Possiamo scrivere (in valore assoluto, I_C entrante):

$$\begin{aligned}
I_C &= qSD_n \frac{d\delta n}{dx} = qSD_n \frac{\delta n(0)}{W_{eff}} \\
\delta n(0) &= n_{p0}\left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1\right) = \frac{n_i^2}{N_A}\left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1\right) = 3.7 \times 10^{19}\ \mathrm{m}^{-3} \\
W_{eff} &= qSD_n \frac{\delta n(0)}{I_C} = 5.19 \qquad \mu\mathrm{m}
\end{aligned}$$

La tensione $V_{CB} = 5 - 0.55 = 4.45$ V e quindi la regione di svuotamento base-collettore è:

$$\begin{aligned}
V_{0BC} &= V_T ln\left(\frac{N_A N_D}{n_i^2}\right) = 0.695 \qquad \mathrm{V} \\
W_{BC} &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{2qN_A}\left(V_{0BC} + V_{BC}\right)} = 0.58 \qquad \mu\mathrm{m}
\end{aligned}$$

E quindi:

$$W_{met} = W_{eff} + \frac{W_{BC}}{2} = 5.48 \qquad \mu\mathrm{m} \tag{8}$$

2) La corrente di base si calcola immediatamente:

$$I_B = \frac{Q_B}{\tau_n} = \frac{qS\delta n(0)W_{eff}}{2\tau_n} = 15.3 \qquad \mu\mathrm{A} \tag{9}$$

Di conseguenza:

$$\begin{aligned} \beta_F &= \frac{I_C}{I_B} = 200 \\ \alpha_F &= \frac{\beta_F}{\beta_f + 1} = 0.99502 \end{aligned}$$

3) Per $V_{BE} = 0$ avremo che $\delta n(0) = 0$, mentre $\delta n(W) = -n_{p0}$. La caduta di tensione base-collettore è pari a 5 V, e quindi a rigore andrebbe ricalcolata la regione di svuotamento BE e la lunghezza effettiva di base W_{eff}. Con buona approssimazione possiamo considerare la stessa lunghezza effettiva calcolata nel punto 1 (altrimenti basta ricalcolarla). Avremo:

$$\begin{aligned} I_C &= qSD_n \frac{d\delta n}{dx} \\ I_C &= qSD_n \frac{\delta n(0) - \delta n(W_{eff})}{W_{eff}} \end{aligned}$$

In questo caso, infatti, non si può trascurare $\delta n(W_{eff})$. Avremo:

$$\begin{aligned} I_C &= qSD_n \frac{-\delta n(W_{eff})}{W_{eff}} \\ I_C &= qSD_n \frac{\delta n_{p0}}{W_{eff}} = 1.8 \qquad \text{pA} \end{aligned}$$

Risulta dunque molto piccola.

ESERCIZIO 3 (DTE) Su un substrato drogato con boro ($p = 10^{15}$ cm^{-3}) si esegue una impiantazione ionica con arsenico ($R_{pSi} = 58.2$ nm, $\Delta R_{pSi} = 20.7$ nm, $R_{pOx} = 47.3$ nm, $\Delta R_{pOx} = 15.1$ nm), dose $Q = 10^{12}$ ioni As /cm^2.

1) Calcolare lo spessore di ossido necessario affinchè il massimo del profilo di impiantazione nel silicio si trovi all'interfaccia ossido-silicio. [3]

2) Questo spessore di ossido deve essere cresciuto mediante ossidazione dry a 1100 ^{o}C ($A = 0.090$ μm, $B = 0.027$ μm^2/hr, $\tau = 0.067$ hr). Calcolare i secondi di crescita necessari. [4]

3) Scrivere l'espressione del profilo di drogaggio nel silicio e calcolare la profondità di giunzione. [3]

SOLUZIONE 3

1) Per avere il massimo del profilo di impiantazione coincidente con l'interfaccia ossido-silicio bisogna imporre $t_{ox} = R_{pOx} = 47.3$ nm.

2) Visto l'esiguo spessore di ossido, possiamo usare la relazione di crescita lineare:

$$\begin{aligned} t_{ox} &= \frac{B}{A}(\tau + t) \\ t &= t_{ox}\frac{A}{B} - \tau = 0.0907 \quad \text{hr} \end{aligned}$$

che, riportata in secondi:

$$t = 0.0907 \times 3600 = 326 \quad \text{s}$$

3) Ponendo l'origine degli assi all'interfaccia ossido-silicio, il profilo di drogaggio nel silicio si può scrivere come:

$$N_D(x) = \frac{Q}{\sqrt{2\pi}\Delta R_{pSi}} e^{-\frac{x^2}{2\Delta R_{pSi}^2}} \tag{10}$$

e quindi la profondità di giunzione x_i si trova come:

$$\begin{aligned} N_D(x_i) &= N_A = \frac{Q}{\sqrt{2\pi}\Delta R_{pSi}} e^{-\frac{x_i^2}{2\Delta R_{pSi}^2}} \\ x_i &= \Delta R_{pSi}\sqrt{2ln\left(\frac{Q}{\sqrt{2\pi}\Delta R_{pSi}N_A}\right)} = 67 \quad \text{nm} \end{aligned}$$

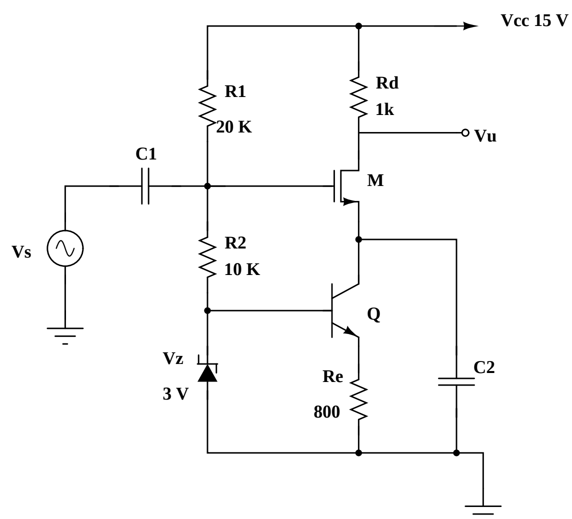
ESERCIZIO 4 (DE)

Per l'amplificatore in figura, il transistore Q è un n^+pn con $\beta_{Fminimo} = 300$, il diodo zener è ideale e il transistore M è un $n-MOS$ con gate in polisilicio, $t_{ox} = 30$ nm, $N_A = 10^{16}$ cm^{-3}, $\mu_n = 800$ cm^2/Vs, $W = 200$ μm, $L = 4$ μm.

1) Calcolare la tensione di soglia del MOS e il punto di riposo dei transistori (condensatori aperti). Per questo punto, trascurare gli effetti di modulazione del canale. [4]

2) Indicare con P il punto di strozzamento del canale nel MOS. La regione di svuotamento drain-P può essere approssimata con l'ampiezza di svuotamento dovuta alla tensione V_{DP}. Calcolare la resistenza differenziale r_d del transistore MOS. [4]

3) Disegnare il circuito equivalente per le variazioni (considerare una frequenza tale che i condensatori siano corto-circuiti). [2]



SOLUZIONE 4

1) Per la tensione di soglia:

$$C_{ox} = \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} = 1.15 \times 10^{-3} \qquad \mathrm{F/m^2}$$

$$\psi_B = V_T ln\left(\frac{N_A}{n_i}\right) = 0.347$$
$$\mid \Phi_{MS} \mid = \frac{E_g}{2q} + \psi_B = 0.887$$
$$V_{TH} = \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A 2\psi_B}}{C_{ox}} + 2\psi_B - \mid \Phi_{MS} \mid = 0.227 \quad \text{V}$$

Per il punto di riposo:

$$\begin{aligned} V_B &= 3 \quad \text{V} \\ V_E &= 2.3 \quad \text{V} \\ I_E &= \frac{2.3}{0.8} = 2.88 \quad \text{mA} \\ I_E &\simeq I_C = I_{DS} = 2.88 \quad \text{mA} \\ I_{DS} &= \mu_n C_{ox}\frac{W}{2L}\left(V_{GS} - V_{TH}\right)^2 \end{aligned}$$

Dall'ultima relazione si può ricavare:

$$\begin{aligned} V_{GS} - V_{TH} &= \sqrt{\frac{2I_{DS}}{\mu_n C_{ox}\frac{W}{L}}} = 1.12 \quad \text{V} \\ V_{GS} &= 1.34 \quad \text{V} \end{aligned}$$

Dalla maglia di ingresso ricaviamo:

$$\begin{aligned} V_G &= V_Z + (V_C C - V_Z)\frac{R_2}{R_1 + R_2} = 7 \quad \text{V} \\ V_S = V_C &= V_G - V_{GS} = 5.66 \quad \text{V} \end{aligned}$$

Il valore di V_D è $V_D = V_{CC} - I_{DS}R_D = 12.12$ V. Quindi per il transistore MOS:

$$\begin{aligned} V_{GS} &= 1.34 \quad \text{V} \\ I_{DS} &= 2.88 \quad \text{mA} \\ V_{DS} &= 6.46 \text{ V} > V_{GS} - V_{TH} \end{aligned}$$

Per il bipolare:

$$\begin{aligned} I_C &\simeq I_E = 2.88 \quad \text{mA} \\ I_{BMax} &= \frac{I_C}{\beta_{min}} = 9.3 \quad \mu\text{A} \\ V_{BE} &\simeq V_\gamma = 0.7 \quad \text{V} \\ V_{CE} &= 3.36 \quad \text{V} \end{aligned}$$

2) La resistenza r_D del MOS è definita come:

$$\frac{1}{r_d} = \frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{DS}} |_{V_{GS}=cost}$$

Consideriamo la V_{GS} di polarizzazione, $V_{GS} = 1.34$ V, $V_{GS} - V_{TH} = 1.12$ V. Scegliamo due valori di $V_{DS} > V_{DSSat}$ e calcoliamo I_{DS} per questi due valori. Calcoliamo poi r_d come:

$$\frac{1}{r_d} = \frac{I_{DS2} - I_{DS1}}{V_{DS2} - V_{DS1}}$$

Per semplicità scegliamo $V_{DS1} = V_{DSSat} = V_{GS} - V_{TH} = 1.12$ V, per cui la corrente è pari a $I_{DS} = 2.88$ mA già calcolata sopra (cioè la lunghezza effettiva di canale è 4 μm). Per V_{DS2} possiamo scegliere qualsiasi valore, una buona scelta può essere $V_{DS2} = 12$ V (un'altra scelta possibile è 10 V) ($N_{Dsource} = 10^{19}$ cm^{-3}):

$$\begin{aligned}
V_{0DSusbs} &= V_T ln\left(\frac{N_D N_A}{n_i^2}\right) = 0.873 \qquad \text{V} \\
V_{DP} &= V_{DS} - V_{PS} = V_{DS} - V_{DSSat} = 12 - 1.12 = 10.88 \qquad \text{V} \\
W_{DP} &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_A}\left(V_{0DSubs} + V_{DP}\right)} = 1.24 \qquad \mu\text{m}
\end{aligned}$$

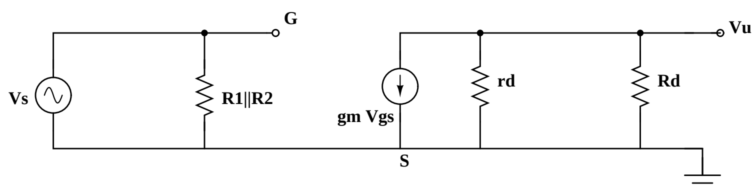
Da questo possiamo ricavare la lunghezza effettiva del canale e la corrente I_{DS} per $V_{DS} = 12$ V:

$$\begin{aligned}
L_{eff} &= 4 - 1.24 = 2.76 \qquad \mu\text{m} \\
I_{DS}(V_{DS} = 10) &= \mu_n C_{ox} \frac{W}{2L_{eff}} \left(V_{GS} - V_{TH}\right)^2 = 4.18 \qquad \text{mA}
\end{aligned}$$

E quindi la resistenza differenziale di uscita risulta:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{r_d} &= \frac{4.18 - 2.88}{12 - 1.12} = 1.19 \times 10^{-4} \\
r_d &= 8400 \qquad \text{k}\Omega
\end{aligned}$$

3) Il circuito equivalente risulta:


G
Vu
Vs
R1||R2
gm Vgs
rd
Rd
S