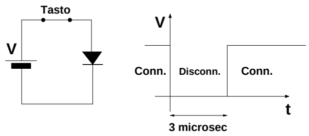
DE e DTE: PROVA SCRITTA DEL 10 Settembre 2012

ESERCIZIO 1 (DE,DTE) Una giunzione pn è polarizzata con $V = 0.5$ V. I dati della giunzione sono: $N_D = 10^{16}$ cm^{-3}, $N_A = 10^{15}$ cm^{-3}, $\mu_n = 1100$ cm^2/Vs, $\mu_p = 400$ cm^2/Vs, $\tau_n = \tau_p = 10^{-6}$ s.



1) Verificare l'ipotesi di bassa iniezione; calcolare la densità di corrente e la capacità differenziale totale per unità di superficie.[4]

2) Calcolare il campo elettrico per $x = 200$ μm ($x = 0$ sul piano della giunzione, trascurare l'ampiezza della regione di svuotamento) e confrontarlo con il campo elettrico massimo nella giunzione.[3]

3) A $t = 0$ la batteria viene scollegata ($I = 0$ per $t = 0^+$) per 3 μs, e poi ricollegata (vedi il transitorio riportato in figura). Determinare l'espressione del transitorio della carica.[3]

SOLUZIONE 1

1) L'ipotesi di bassa iniezione è verificata se:

$$\delta p \gg p_{n0} \;\; e \;\; \delta p \ll n_{n0} \tag{1}$$
$$\delta n \gg n_{p0} \;\; e \;\; \delta n \ll p_{p0} \tag{2}$$

Svolgendo i conti:

$$\delta p = p_{n0}\left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1\right) = \frac{n_i^2}{N_D}\left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1\right) = 5.5 \times 10^{12} \;\; \mathbf{cm}^{-3} \tag{3}$$
$$\delta n = n_{p0}\left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1\right) = \frac{n_i^2}{N_A}\left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1\right) = 5.5 \times 10^{13} \;\; \mathbf{cm}^{-3} \tag{4}$$
$$\tag{5}$$

Le condizioni di bassa iniezione sono verificate sia per le lacune che per gli elettroni. Per il calcolo della corrente, valutiamo le lunghezze di diffusione:

$$
\begin{aligned}
D_n &= \frac{kT}{q}\mu_n = 2.845 \times 10^{-3} && (6)\\
L_n &= \sqrt{D_n \tau_n} = 53.4 \qquad \mu\mathbf{m} && (7)\\
D_p &= \frac{kT}{q}\mu_p = 1.036 \times 10^{-3} && (8)\\
L_p &= \sqrt{D_p \tau_p} = 32.2 \qquad \mu\mathbf{m} && (9)\\
& && (10)
\end{aligned}
$$

La densità di corrente si calcola con la formula usuale:

$$
J = q\ n_i^2 \left(\frac{D_n}{L_n N_A} + \frac{D_p}{L_p N_D} \right) \left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1 \right) = 493 \qquad A/m^2 \qquad (11)
$$

La capacità differenziale totale è la somma dei contributi dovuti allo svuotamento C_W e all'iniezione di minoritari C_{diff}. La capacità di svuotamento per unità di superficie risulta:

$$
\begin{aligned}
C_W &= \frac{\epsilon_s}{W} && (12)\\
W &= \sqrt{2\epsilon_s overq \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right) (V_0 - V)} && (13)\\
V_0 &= kToverqln \left(\frac{N_A N_D}{n_i^2} \right) = 0.635 \qquad \mathrm{V} && (14)\\
W &= 0.44 \qquad \mu\mathrm{m} && (15)\\
C_W &= 2.38 \times 10^{-4} \qquad F/m^2 && (16)
\end{aligned}
$$

La capacità dovuta alla diffusione (per unità di superficie) risulta ($\tau_p = \tau_n = \tau$):

$$
C_{diff} = \frac{\tau}{r_d} = \frac{\tau}{\frac{V_T}{J}} = 19 \qquad \mathrm{mF/m^2} \qquad (17)
$$

La capacità totale è la somma delle 2, ma essenzialmente prevale C_{diff}.

2) Nella parte n, a 200 μm dal piano della giunzione, la corrente di trascinamento degli elettroni è essenzialmente pari alla corrente nella giunzione

poichè $L_p = 30 << 200$ μm. Avremo dunque semplicemente ($n = N_D$):

$$J_n = J = \sigma\varepsilon \tag{18}$$

$$\varepsilon = \frac{J}{\sigma} = \frac{J}{q\mu_n n} = 0.0338 \qquad \text{V/m} \tag{19}$$

Il campo elettrico massimo nella giunzione è quello per $x = 0$, dovuto alla regione di svuotamento.

$$\epsilon_{max} = \frac{qN_D}{\epsilon_s} x_n \tag{20}$$

$$x_n = W \frac{N_A}{N_D + N_A} \tag{21}$$

$$\epsilon_{max} = \frac{qW}{\epsilon_s} \frac{N_A N_D}{N_D + N_A} = 608 \qquad \text{kV/m} \tag{22}$$

che è molto maggiore di quello nella regione quasi-neutra.

3) Dal momento che $\tau_n = \tau_p = \tau$ la carica immagazzinata totale, dovuta sia all'iniezione di lacune e all'iniezione di elettroni, si può scrivere direttamente con il modello a controllo di carica:

$$J_0 = \frac{Q}{\tau} \tag{23}$$

$$Q = J_0\tau \qquad \text{F/m}^2 \tag{24}$$

dove $J_0 = J(V = 5)$. Quindi per $t > 0$ e $t < t_0 = 3$ μs possiamo scrivere:

$$Q(t) = J_0\tau e^{-\frac{t}{\tau}}$$

All'istante $t = t_0$ la carica è pari a:

$$Q(t_0) = J_0\tau e^{-\frac{t_0}{\tau}}$$

Per $t > t_0$ la carica riprende a crescere esponenzialmente tentendo di nuovo al valore $J\tau$. Il transitorio si può scrivere con la formula generale:

$$Q(t) = Q(\infty) + (Q(t_0) - Q(\infty))e^{\frac{t-t_0}{\tau}}$$

dove $Q(\infty) = J_0\tau$ e $Q(t_0) = J_0\tau e^{-\frac{t_0}{\tau}}$. Riassumendo avremo: Per $0 < t < t_0$:

$$Q(t) = J_0\tau e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Per $t > t_0$:

$$Q(t) = J_0\tau + J_0\tau\left(1 - e^{-\frac{t_0}{\tau}}\right)e^{\frac{t-t_0}{\tau}}$$

ESERCIZIO 2 (DE,DTE) **ESERCIZIO 2 (DE,DTE)** Ad una struttura n-MOS ideale ($N_A = 10^{16}$ cm^{-3}, $t_{ox} = 50$ nm, $\tau_n = \tau_p$ molto lunghi) viene applicato un gradino di tensione pari a 5 V ($V_{GSubs} = 5$ V per $t > 0$).

1) Determinare la caduta di tensione nel silicio, l'ampiezza della regione di svuotamento e la carica nel silicio per $t = 0^+$ ($Q_n(0^+) = 0$).[4]

2) Determinare il campo elettrico nel silicio, in funzione di x, e nell'ossido. Disegnare l'andamento quotato del potenziale.[3]

3) Per tempi molto lunghi (a regime, approssimazioni usuali): determinare la carica mobile Q_n; determinare la caduta di tensione ed il campo elettrico nell'ossido. [3]

SOLUZIONE 2

1) A $t = 0^+$ avremo:

$$V_{GS} = -\frac{Q_W(\psi_s)}{C_{ox}} + \psi_s \tag{25}$$

$$C_{ox} = \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} = 6.906 \times 10^{-4} \quad \text{F/m}^2 \tag{26}$$

$$Q_W(\psi_s) = \sqrt{2\epsilon_s q N_A \psi_s} \tag{27}$$

$$V_{GS} = \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_A \psi_s}}{C_{ox}} + \psi_s \tag{28}$$

$$\tag{29}$$

Risolvendo in ψ_s otteniamo $\psi_s = 3.44$ V. Avremo:

$$Q_W(\psi_s) = \sqrt{2\epsilon_s q N_A \psi_s} = 1.08 \times 10^{-3} \quad \text{C/m}^2 \tag{30}$$

$$W(\psi_s) = 0.672 \quad \mu\text{m} \tag{31}$$

2) Il campo elettrico nel silicio a $t = 0^+$ è dato dalla carica fissa qN_A (negativa). Quindi il campo elettrico nella regione svuotata del silicio dipende

da x, come in una giunzione p^+n, ed è pari a ($x = 0$ all'interfaccia ossido-silicio):

$$\varepsilon_{Si}(x) = \frac{qN_A}{\epsilon_s}(W - x)$$

Il campo elettrico nell'ossido è pari al campo elettrico nel silicio per $x = 0$, moltiplicato per il rapporto delle costanti dielettriche (continuità del vettore spostamento elettrico all'interfaccia ossido-silicio):

$$\varepsilon_{ox} = Cost. = \varepsilon_{Si}(x = 0)\frac{\epsilon_s}{\epsilon_{ox}} = \frac{qN_A}{\epsilon_{ox}}W$$

Il potenziale varia linearmente nell'ossido e parabolicamente nel silicio. In $x = 0$ (interfaccia ossido-silicio) la derivata è pari al rapporto tra le costanti dielettriche.

3) Secondo le approssimazioni usuali, a regime nella struttura MOS:

$$\begin{aligned}
Q_n &= C_{ox}(V_{GS} - V_{TH}) && (32)\\
V_{TH} &= \frac{\sqrt{2\epsilon_s qN_A 2\psi_B}}{C_{ox}} + 2\psi_B && (33)\\
\psi_B &= V_T ln\left(\frac{N_A}{n_i}\right) = 0.347 && (34)\\
V_{TH} &= 1.39 \quad \text{V} && (35)\\
Q_n &= 2.49 \times 10^{-3} \quad \text{C/m}^2 && (36)
\end{aligned}$$

Facendo l'approssimazione usuale che la caduta nel silicio sia pari a $2\psi_B$ avremo che la caduta nell'ossido sarà il resto della tensione:

$$V_{ox} = V_{GS} - 2\psi_B = 4.306 \quad \text{V}$$

e il campo elettrico (costante) nell'ossido è pari a:

$$\varepsilon = \frac{V_{ox}}{t_{ox}} = 86.12 \quad \text{MV/m}$$

ESERCIZIO 3 (DTE) Si consideri il processo SBC standard *npn*.

1) Si disegnino le maschere per realizzare un transistore $JFET$ a canale p. SUGGERIMENTO: si disegni la sezione del dispositivo considerando i passi di processo SBC necessari per realizzarlo. [5]

2) Considerando valori ragionevoli, si dia una stima a) della resistenza di quadro del canale per $V_G = 0$ [2] e b) del valore di tensione $V_G = V_G^*$ che svuota completamente il canale[3].

SOLUZIONE 3

1) Il canale p si realizza con la diffusione di base. Il gate si realizza con la diffusione di emettitore $n+$. Per il resto, le maschere seguono quelle SBC standard (vedi dispensa), con l'accortezza di provvedere due contatti alle estremità del canale p.

2) Valori ragionevoli possono essere: $N_{Abase} = N_{Acanale} = 10^16$, $\mu_p = 400$ cm^2/Vs, spessore diffusione di base $t_base = 2\mu$m. Resistenza di quadro: resistenza per $L = W$:

$$R_{quadro} = \frac{1}{q\mu_p p}\frac{1}{t_{base}} = 7.8 \qquad k\Omega \tag{37}$$

Una stima di V_G^* si può dare come:

$$W = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{qN_A}(V_0 + V_G^*)} = t_{base} \tag{38}$$

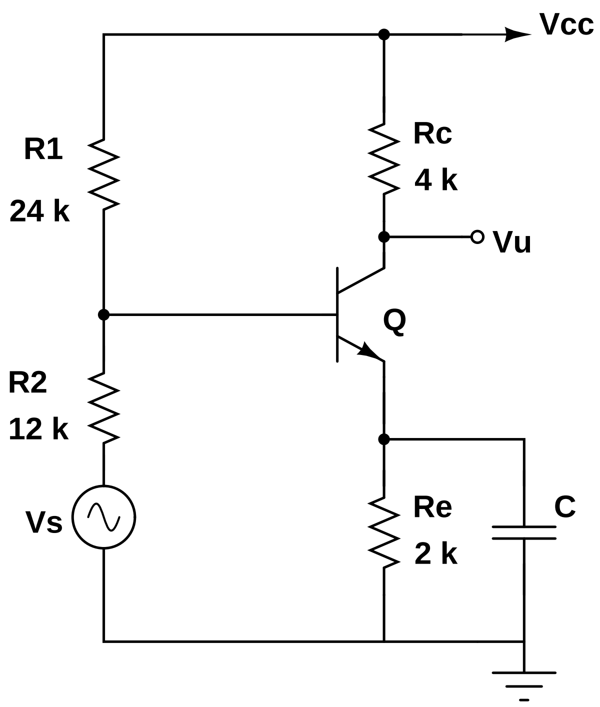
$$V_G^* = \frac{qN_A}{2\epsilon_s}t_{base}^2 = 30 \qquad \text{V} \tag{39}$$

ESERCIZIO 4 (DE) ESERCIZIO 4 (DE) Per l'amplificatore in figura viene usato un transistore bipolare n^+pn con $N_{Abase} = N_{Dcollettore} = 10^{16}$ cm^{-3}, $\mu_n = 1000$ cm^2/Vs, $\mu_p = 400$ cm^2/Vs, $\tau_n = \tau_p = 10^{-6}$ s, lunghezza metallurgica della base pari a 3 μm. $V_{CC} = 12$ V.

1) Calcolare il $\beta_{fminimo}$ considerando la lunghezza metallurgica della base. Determinare il punto di riposo verificando l'ipotesi di partitore pesante con $\beta_{fminimo}$.[3]

2) Determinare l'amplificazione al centro-banda (condensatore cortocircuitato), considerando $h_{ie} \simeq r_{b'e}$, $h_{fe} \simeq \beta_{fminimo}$ e $h_{oe} \to 0$.[3]

3) Il transistore viene per errore montato al contrario, con il collettore e l'emettitore scambiati. In questo caso, l'efficienza 'di collettore', che funziona come emettitore, è pari a $\gamma_C = 0.9$. Verificare se l'ipotesi di partitore



pesante è verificata e calcolare il punto di riposo usando il $\beta_{fminimo}$ di questa configurazione.[4]

SOLUZIONE 4

1) Calcoliamo $\alpha_F = \frac{1}{1+\frac{W^2}{2L_n^2}}$:

$$D_n = \frac{kT}{q}\mu_n = 2.59 \times 10^{-3} \quad (40)$$

$$L_n = \sqrt{D_n \tau_n} = 50.9 \quad \mu\text{m} \quad (41)$$

$$\alpha_f = \frac{1}{1+\frac{W^2}{2L_n^2}} = 0.998265 \quad (42)$$

$$\beta_{fminimo} = \frac{\alpha_f}{1-\alpha_f} = 575 \quad (43)$$

Calcolando il punto di riposo con l'approssimazione di partitore pesante avremo:

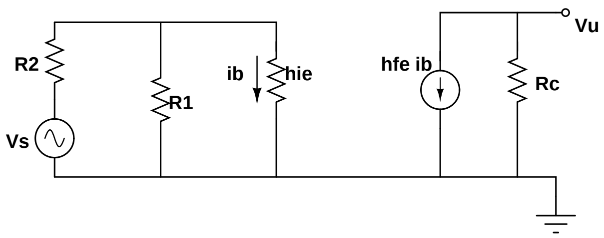
$$\begin{aligned} V_B &= V_{CC}\frac{R_2}{R_1+R_2} = 4 \qquad \mathrm{V} && (44)\\ V_E &= V_B - V_\gamma = 3.3 \qquad \mathrm{V} && (45)\\ I_E \simeq I_C &= \frac{V_E}{R_E} = 1.65 \qquad \mathrm{mA} && (46)\\ V_{CE} &= V_{CC} - R_C I_C - V_E = 2.1 \qquad \mathrm{V} && (47) \end{aligned}$$

e quindi:

$$\begin{aligned} I_E \simeq I_C &= 1.65 \qquad \mathrm{mA} && (48)\\ V_{CE} &= 2.1 \qquad \mathrm{V} && (49)\\ I_B &= \frac{I_C}{\beta_{fminimo}} = 2.8 \qquad \mu\mathrm{A} && (50) \end{aligned}$$

Il partitore pesante è verificato poichè $I_B << V_{CC}/R_1 + R_2 = 0.33$ mA.

2) Con riferimento al circuito equivalente in figura avremo:



$$\begin{aligned} V_u &= -h_{fe} i_b R_C && (51)\\ i_b &= \frac{V_s}{R_2 + R_1 \| h_{ie}} \frac{R_1}{R_1 + h_{ie}} && (52)\\ \frac{V_u}{V_s} &= -h_{fe}\frac{R_C}{R_2 + R_1 \| h_{ie}} \frac{R_2}{R_2 + h_{ie}} && (53) \end{aligned}$$

Calcolando $h_{ie} = V_T/I_B = 9250\ \Omega$ avremo:

$$\frac{V_u}{V_s} = 89$$

3) Nel caso il collettore sia scambiato con l'emettitore avremo che il β è molto più piccolo del caso precedente.

$$\alpha_f = \gamma_C \frac{1}{1+\frac{W^2}{2L_n^2}} = 0.898438 \tag{54}$$

$$\beta_{fminimo} = \frac{\alpha_f}{1-\alpha_f} = 8.9 \simeq 9 \tag{55}$$

È immediato verificare che l'approssimazione di partitore pesante non è verificata. Bisogna allora calcolare il punto di riposo facendo uso del $\beta_{fminimo}$. Applicando Thevenin alla maglia di ingresso avremo:

$$V_{CC}\frac{R_2}{R_1+R_2} = R_1 \| R_2 I_B + (\beta+1)R_E I_B + V_\gamma$$

e quindi:

$$I_B = \frac{V_{CC}\frac{R_2}{R_1+R_2} - V_\gamma}{R_1\|R_2 + (\beta+1)R_E} = 0.2 \quad \text{mA}$$

Da cui possiamo calcolare il punto di riposo:

$$I_E = (\beta+1)I_B = 2.0 \quad \text{mA} \tag{56}$$

$$I_C = \beta I_B = 1.8 \quad \text{mA} \tag{57}$$

$$V_{CE} = V_{CC} - I_C R_C - I_E R_E = 0.8 \quad \text{V} \tag{58}$$

Il transistore è ancora polarizzato, ma è vicino alla saturazione.