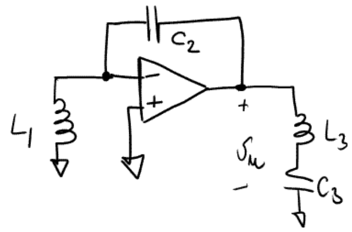
Esame di Elettronica - Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni
21 giugno 2006

Parte A

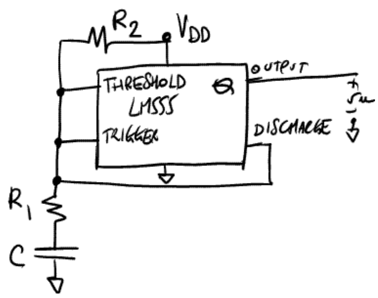
1. Si consideri un amplificatore con amplificazione di tensione in continua A_V=2000, R_{in} = 10 KΩ, R_{out} = 500 Ω. Inoltre sia R_s = 1 KΩ la resistenza del generatore di segnale e R_L = 200 Ω la resistenza del carico. Si reazioni il circuito in modo da ottenere una resistenza di ingresso di compresa tra 40 e 60 Ω e una resistenza di uscita minore di 300 Ω.

2. Disegnare il circuito e dimensionare i transistori di una porta CMOS complessa che implementi la seguente funzione logica: $Y = (A+C)(A+B)(D+\overline{A})$. Scegliere la soluzione che richiede il numero minimo di transistori.

3. Verificare le condizioni di innesco dell'oscillatore disegnato a fianco, e determinare la frequenza di oscillazione. Sia L_1=L_3=100 μH, C_3=10 nF, C_2=1 nF. L'amplificatore è un amplificatore ideale di tensione con A_V=100.



4. Descrivere il funzionamento del circuito a lato e disegnare e quotare l'andamento nel tempo della tensione sulla capacità e della tensione di uscita. Sia C=100 nF, R_1=1 KΩ, R_2=5 KΩ, V_{DD}=5 V.



Punteggio totale Parte A: 14

Parte B

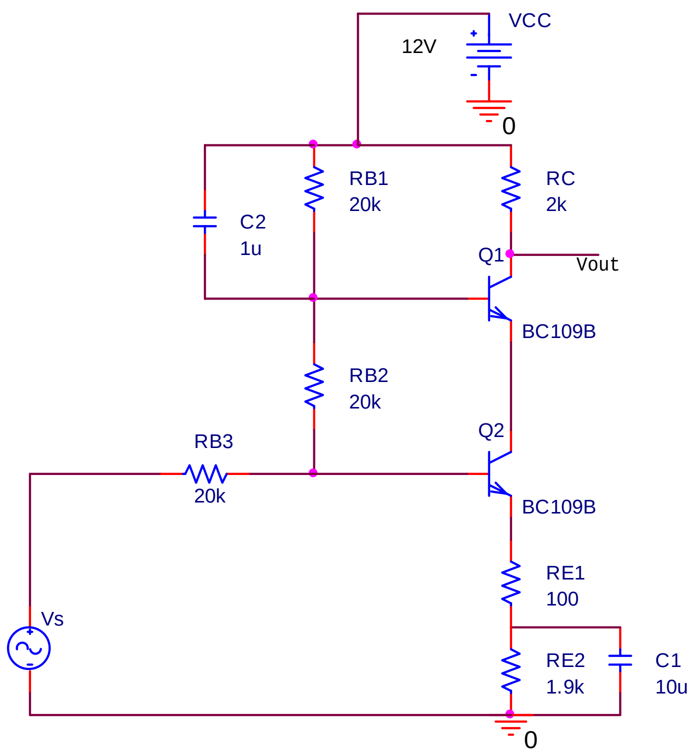
Con riferimento al circuito mostrato a lato, calcolare:

- il punto di riposo dei due transistori Q1 e Q2 e i parametri del circuito di piccolo segnale
- la funzione di trasferimento a centro banda
- il limite superiore di banda
- il limite inferiore di banda

Assunzioni semplificative:

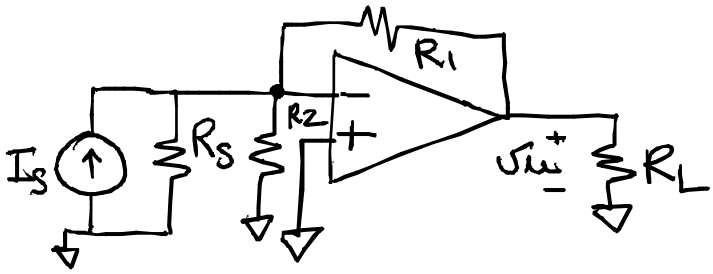
- considerare per Q1 h_{re}=0
- considerare Q2 completamente resistivo e con h_{re}=0

Punteggio totale Parte B: 14/30

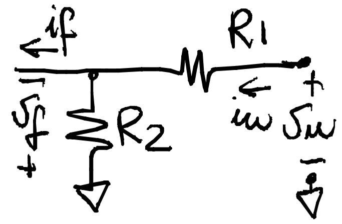


Parte A

L'amplificatore ha inizialmente $R_{in} = 10\,k\Omega$ e $R_{out} = 500\,\Omega$. Vogliamo $40\Omega < R_{IF} < 60\,\Omega$ e $R_{OF} < 300\,\Omega$. Abbiamo quindi bisogno di una reazione con prelievo di tensione e inserzione di corrente



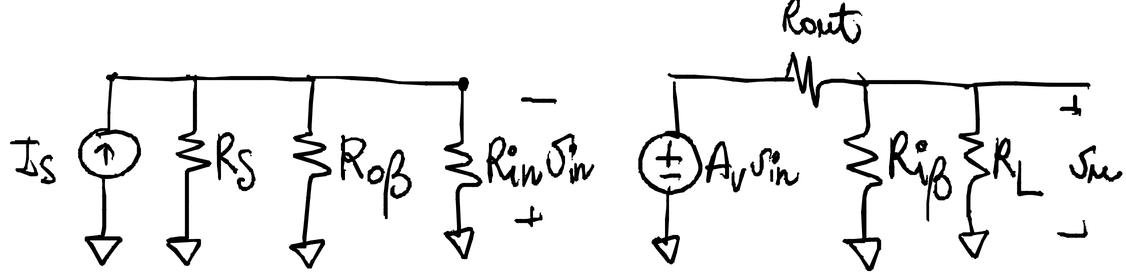
Rete di reazione



$$i_f = \beta v_u + v_f / R_{o\beta}$$
$$i_u = v_u / R_{i\beta} + \cancel{K} v_f$$

$$\beta = \left.\frac{i_f}{v_u}\right|_{v_f=0} = \frac{1}{R_1}\,; \quad R_{o\beta} = \left.\frac{v_f}{i_f}\right|_{v_u=0} = R_1 /\!/ R_2\,; \quad R_{i\beta} = \left.\frac{v_u}{i_u}\right|_{v_f=0} = R_1$$

Rete di Ae



$$v_{in} = -I_S (R_S /\!/ R_{o\beta} /\!/ R_{in}) \qquad v_u = A_v v_{in} \frac{R_{i\beta} /\!/ R_L}{R_{i\beta} /\!/ R_L + R_{out}}$$

$$A_e = \frac{v_u}{i_s} = -A_v \frac{R_{i\beta} /\!/ R_L}{R_{i\beta} /\!/ R_L + R_{out}} (R_S /\!/ R_{o\beta} /\!/ R_{in})$$

Fattore di reazione

$$1 - \beta A_e = 1 + \frac{A_v}{R_1} \frac{R_1 /\!/ R_L}{R_1 /\!/ R_L + R_{out}} (R_S /\!/ R_1 /\!/ R_2 /\!/ R_{in})$$

Abbiamo $R_{OF} = \dfrac{(R_{i\beta} /\!/ R_{out})}{1 - \beta A_e |_{R_L \to \infty}} < 300\,\Omega$

$$R_{IF} = \frac{R_{O\beta} /\!/ R_{in}}{1-\beta A_e|_{R_S \to \infty}} \qquad 40\Omega < R_{IF} < 60\Omega$$

La condizione più difficile da soddisfare è su R_{IF}. Possiamo ottenere R_{IF} di circa 50Ω se scegliamo $R_{O\beta} = 5\,K\Omega$ e $-\beta A_e|_{R_S \to \infty} \cong 66$

Con un valore di $-\beta A_e$ così grande la condizione su R_{OF} è molto probabilmente soddisfatta.

A questo punto abbiamo
- $R_{O\beta} = R_1 /\!/ R_2 = 5\,K\Omega$
- $$\frac{A_V}{R_1} \frac{R_1 /\!/ R_L}{R_1 /\!/ R_L + R_{out}} (R_1 /\!/ R_2 /\!/ R_{in}) = 66$$

poiché $R_S = 1K\Omega$ e $R_L = 200\Omega$ possiamo fare le seguenti approssimazioni: $R_1 /\!/ R_L \simeq R_1$ e $R_1 /\!/ R_2 /\!/ R_{in} = 3{,}3K\Omega$

abbiamo quindi:

$$\frac{\overset{2000}{A_V}}{R_1} \frac{\overset{200\Omega}{R_L}}{R_L + R_{out}} (R_1 /\!/ R_2 /\!/ R_{in}) = 67 \rightarrow \frac{2000}{R_1} \frac{200}{700} 3300 = 66$$

otteniamo $\quad R_1 = \frac{13.2 \cdot 10^8}{700 \cdot 66} = 28.5\ K\Omega$

poiché $R_1 /\!/ R_2 = 5K\Omega \rightarrow R_2 = \left[\frac{1}{R_1 /\!/ R_2} - \frac{1}{R_1}\right]^{-1} = 6060\ \Omega$

Facciamo ora il calcolo esatto di R_{IF} e R_{OF}

$$R_{IF} = \frac{R_1 /\!/ R_2 /\!/ R_{in}}{1 + \frac{A_V}{R_1} \frac{R_1 /\!/ R_L}{R_1 /\!/ R_L + R_{out}} (R_1 /\!/ R_2 /\!/ R_{in})} \simeq \frac{3333}{1 + \frac{2000}{28600} \frac{200}{200+500} 3333} = 49{,}3\ \Omega$$

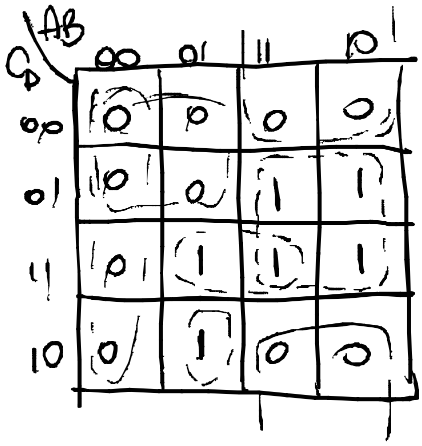
$$R_{OF} = \frac{R_1 /\!/ R_{out}}{1 + \frac{A_V}{R_1} \frac{R_1}{R_1 + R_{out}} (R_S /\!/ R_1 /\!/ R_2 /\!/ R_{in})} = \frac{28600 /\!/ 500}{1 + \frac{2000}{28600+500} (200 /\!/ 3333)} =$$

$$= \frac{491}{1 + 12{,}96} = 35{,}17\ \Omega$$

2 Funzione $Y=(A+C)(A+B)(D+\bar{A}) =$

$(A+AC+AB+BC)(D+\bar{A}) =$

$AD+ACD+ABD+BCD+\bar{A}BC =$



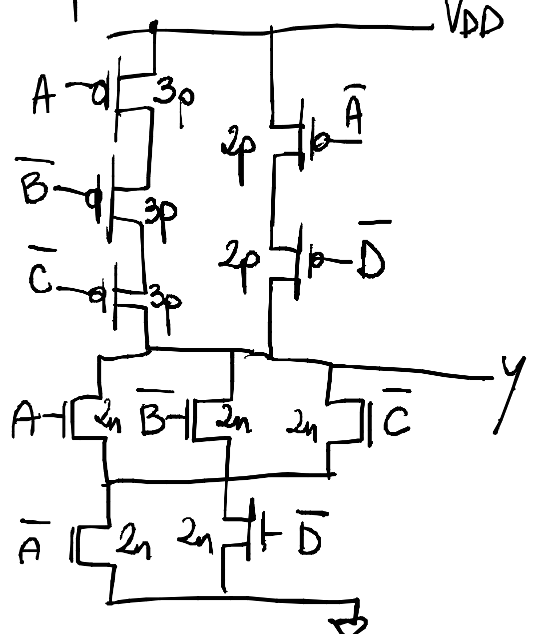
$Y = \underline{AD+BCD+\bar{A}BC}$

$Y = AD + \bar{A}BC$

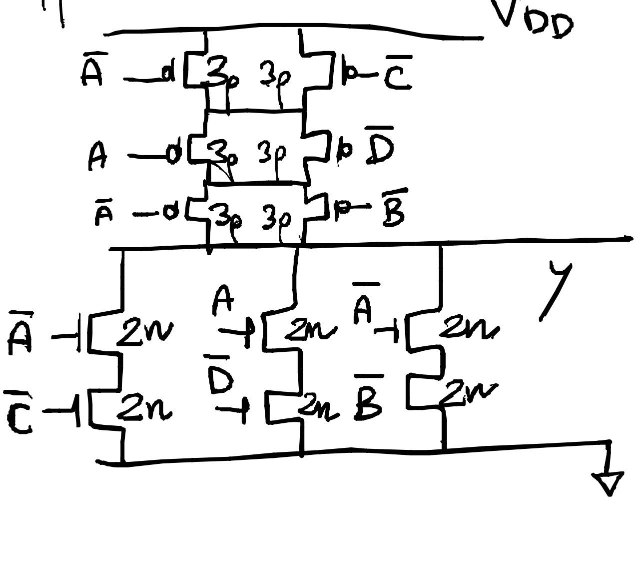
oppure

$\boxed{\bar{Y} = \bar{A}\bar{C} + A\bar{D} + \bar{A}\bar{B}}$

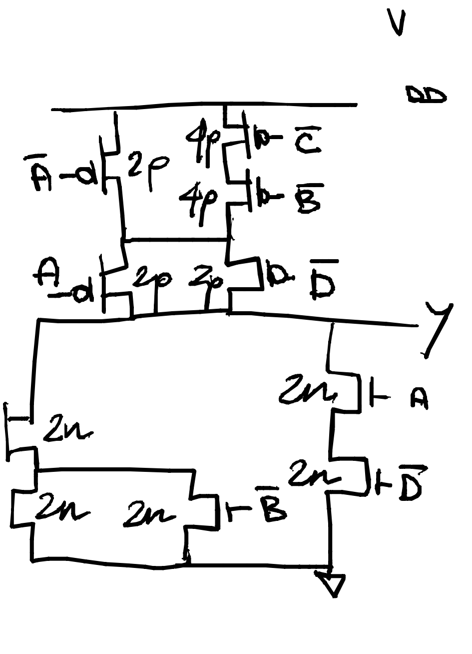
La prima soluzione richiede meno transistori



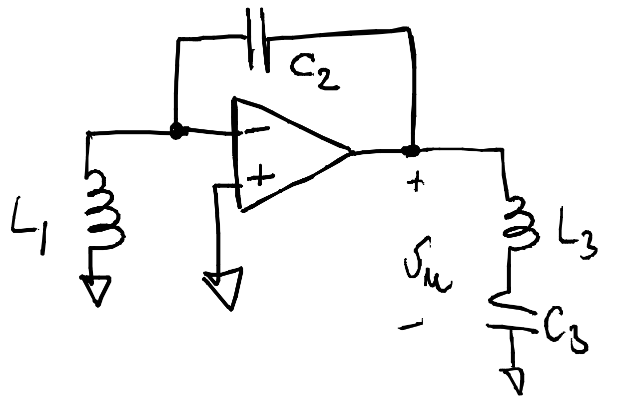
oppure con la seconda soluzione ;



oppure



3



$A_V = 100$

$L_1 = 10\,\mu H$
$L_3 = 10\,\mu H$
$C_3 = 10\,nF$
$C_2 = 1\,nF$

Deve essere soddisfatto il criterio di Barkhausen
Applichiamo il teorema dei tre punti:

$$X_1 + X_2 + X_3 = 0 \rightarrow \omega L_1 - \frac{1}{\omega C_2} + \omega L_3 - \frac{1}{\omega C_3} = 0$$

abbiamo $L_3 = L_1$ e $C_3 = 10 C_2$, quindi

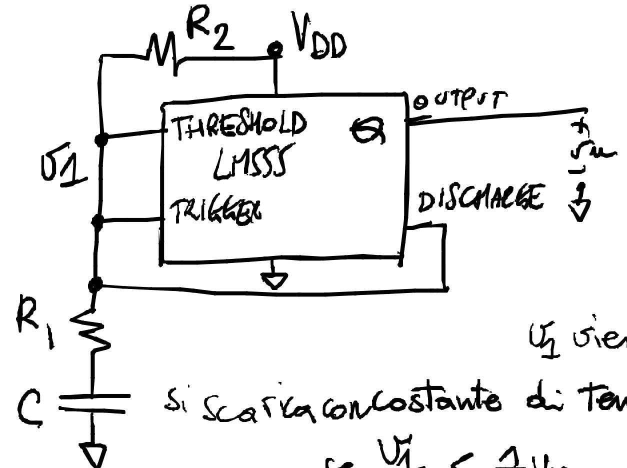
$$\rightarrow 2\omega L_1 - \frac{11}{\omega C_3} = 0 \rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{11}{2 L_1 C_3}} = 7{,}41 \cdot 10^6 \text{ rad/s}$$

la seconda condizione è

in $\omega = \omega_0$: $A_V \frac{X_3}{X_1} > 1 \rightarrow$

$$100 \cdot \frac{\omega_0 L_3 - \frac{1}{\omega_0 C_3}}{\omega_0 L_1} = 100\left(1 - \frac{1}{\omega_0^2 L_1 C_3}\right) = 100\left(1 - \frac{2}{11}\right) = \frac{900}{11} > 1$$

④

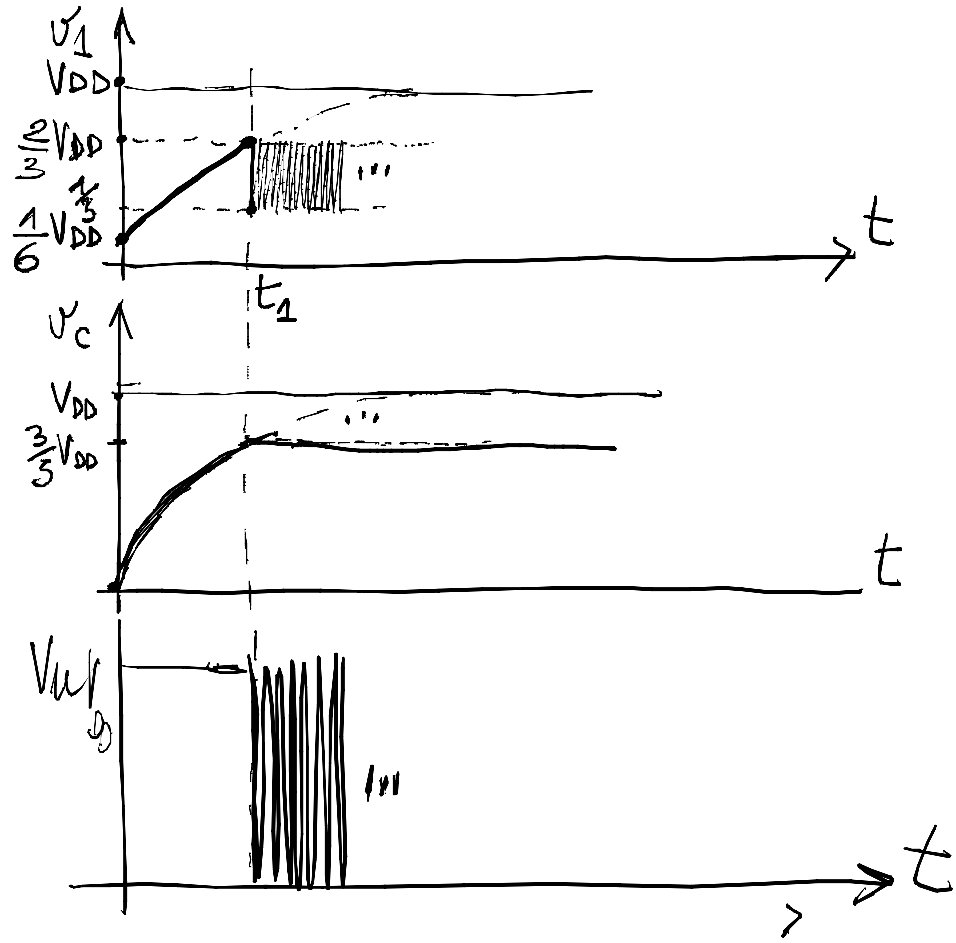


Funzionamento:
se $v_1 > \frac{2}{3} V_{DD}$ abbiamo
$Q = 0$ discharge a massa

v_1 viene portato a massa e la capacità si scarica con costante di tempo $R_1 C$

se $v_1 < \frac{1}{3} V_{DD}$ $Q = 1$ e discharge è in alta impedenza.

C si carica verso V_{DD} con costante di tempo $(R_1 + R_2) C$



Poniamo che per $t=0$ la capacità sia scarica. Se $v_C=0$ abbiamo

$$v_1 = \frac{R_1}{R_1+R_2} V_{DD} = \frac{1}{6} V_{DD}$$

la capacità comincia a caricarsi verso V_{DD} con costante di tempo $\underbrace{\tau = (R_1+R_2)C}$
anche v_1 si carica esponenzialmente con ~~la~~ stessa costante di tempo
con asintoto V_{DD}.
Al tempo t_1 la tensione $v_1 = \frac{2}{3}V_{DD}$

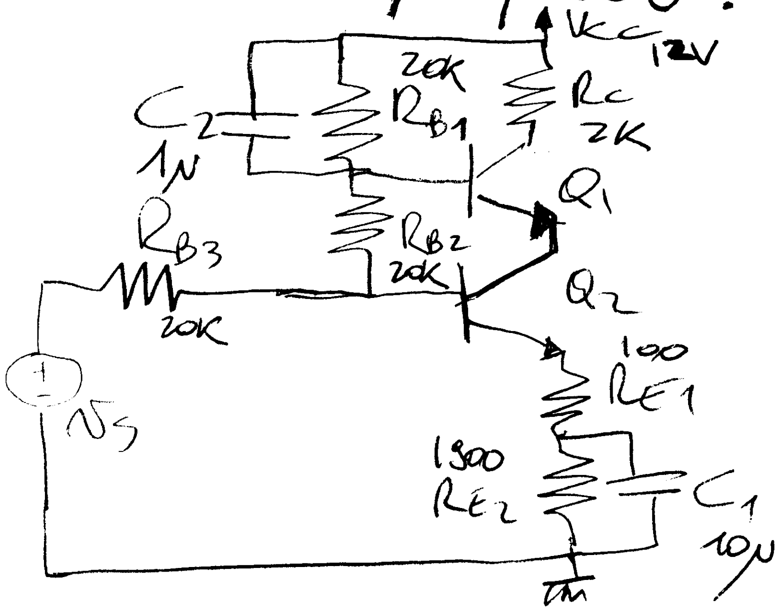
$$v_1(t) = \frac{1}{6}V_{DD} + \frac{5}{6}V_{DD}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

$$v_1(t_1) = \frac{2}{3}V_{DD} \rightarrow \frac{2}{3} = 1 - \frac{5}{6}e^{-t_1/\tau} \rightarrow t_1 = \tau \ln 5/2$$

All'istante t_1 l'uscita va a 0 e il punto v_1 va a massa attraverso il terminale discharge in modo praticamente istantaneo. Appena v_1 arriva a $\frac{1}{3}V_{DD}$ l'uscita torna a 1 e discharge va in alta impedenza. v_1 torna a $\frac{2}{3}V_{DD}$ e si ha una nuova commutazione. La tensione v_1 varia continuamente e molto velocemente tra $\frac{1}{3}V_{DD}$ e $\frac{2}{3}V_{DD}$, e l'uscita varia da 1 a 0. La tensione sulla capacità rimane invece al valore costante

$$\underbrace{v_C(t_1) = \frac{3}{5}V_{DD}}$$

COMPITO 22/06/2006.

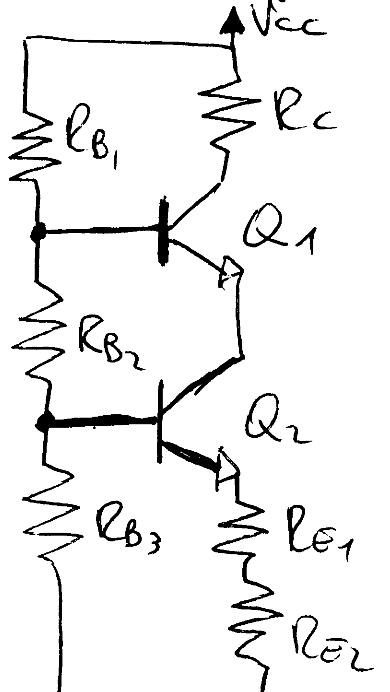


Q_2: resistivo

$h_{re1} = h_{re2} = 0$

Q_1, Q_2: BC109B.

PUNTO DI RIPOSO



· Hp: $I_{B1}, I_{B2} \ll I^*$ con

$$I^* = \frac{V_{CC}}{R_{B_1}+R_{B_2}+R_{B_3}}$$

$$V_{B2} = \frac{V_{CC}}{R_{B_1}+R_{B_2}+R_{B_3}} \cdot R_{B3} = 4V$$

$$V_{E2} = V_{B2} - V_\gamma = 3{,}3V$$

Abbiamo fatto l'ipotesi che Q_2 sia in Zona Attiva Diretta.

$$I_{E2} = \frac{V_{E2}}{R_{E1}+R_{E2}} = 1{,}65\,mA$$

$$I_{E2} \simeq I_{C2} = I_{E1} \simeq I_{C1}$$

$$V_{B1} = \frac{V_{CC}}{R_{B1}+R_{B2}+R_{B3}} \cdot (R_{B2}+R_{B3}) = 8V$$

2

$V_{E1} = V_{B1} - V_\gamma = 7{,}3V = V_{C2}$

Abbiamo ipotizzato che Q_1 sia in zona Attiva Diretta

$V_{CE2} = V_{C2} - V_{E2} = 4V$ ($V_{CE2} > V_{CESAT}$, si Z.A.D.)

$V_{CE1} = \underbrace{V_{CC} - R_C I_{C1}}_{V_{C1}} - V_{E1} = 1{,}4V.$ ($V_{CE1} > V_{CESAT}$, si Z.A.D.)

Calcoliamo adesso I_{B1}, I_{B2} per vedere se è verificata l'ipotesi iniziale.

$I_{B1} \simeq I_{B2} = \frac{I_C}{h_{FE}}$, $h_{FE} \simeq 290 \cdot 0{,}95 = 275$

$$\boxed{I_{B1} \simeq I_{B2} = 6\mu A \cancel{\leq} I^* = 200\mu A.}$$

- Vediamo i parametri di piccolo segnale.

$h_{fe1} = h_{fe2} = 300$

Calcoliamo r_b.

$h_{ie}@2mA = r_b + r_\pi@2mA$

$4{,}8K\Omega = r_b + \frac{V_T}{2\cdot 10^{-3}} \cdot 300 \Rightarrow r_{b_{1,2}} = 912\Omega$

$r_{\pi_{1,2}} = \frac{V_T}{I_C} h_{fe} = 4{,}7K\Omega \Rightarrow h_{ie1} = h_{ie2} = 5{,}62K\Omega.$

$h_{oe1} = h_{oe2} = 16{,}5\ \mu S$ ✱ $\qquad r_{o1} = r_{o2} = 60{,}6\ K\Omega$ (3)

$f_{T1} = f_{T2} \simeq 135\ MHz$

Calcoliamo V_{CB} per il calcolo delle capacità:

$V_{CB1} = V_{C1} - V_{B1} = V_{CC} - R_C I_C - V_{B1} = 0{,}7V$.

$C_{\mu 1} = 7pF$

$$C_\pi = \frac{g_m}{2\pi f_T} - C_\mu$$

$$\boxed{\text{con } g_{m1} = \frac{I_C}{V_T} = 63{,}7\,mA/V \qquad g_{m2} = g_{m1}}$$

$C_\pi = 68\ pF$

✱ $$\frac{h_{oe}@2mA}{2\,mA} = \frac{h_{oe}@1{,}65mA}{1{,}65mA}$$

$$\Downarrow$$

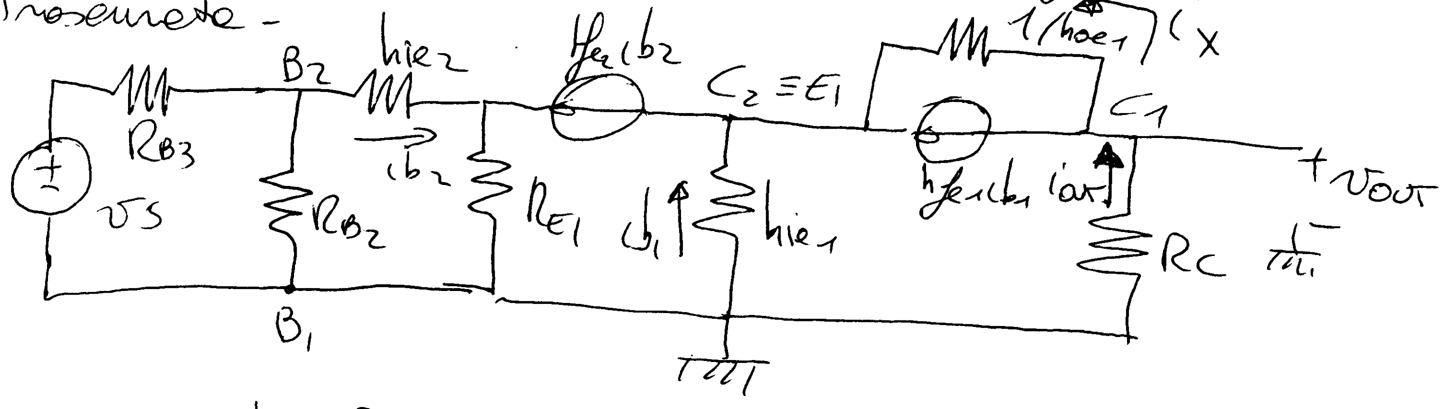
$$h_{oe}@1{,}65mA = \frac{2mA}{1{,}65mA} \cdot h_{oe}@2mA$$

AMPLIFICAZIONE A CENTRO BANDA. (9)

Prima di iniziare a calcolare l'amplificazione a CB, cerchiamo di semplificare il circuito. In particolare vediamo se gli hoe, o meglio le $r_{0_{1,2}} = \frac{1}{hoe_{1,2}}$, possono essere trascurati. In linea di principio si possono fare i conti con entrambi gli hoe. Sicuramente non è trascurabile $\frac{1}{hoe_1}$, visto che sull'emettitore vede una resistenza molto grande. Per quanto riguarda r_{o_2} osserviamo che sull'emettitore vede R_{E1} (bassa 100Ω), mentre sul collettore vede una resistenza che come noto vale * [PER IL CALCOLO VEDI DOPO]

$$R_{VE_1} = \frac{hie + R_c\, hoe\, hie}{hfe + 1 + hie\, hoe + R_c hoe}$$ che per hoe → 0 fornisce $\frac{hie}{hfe+1}$.

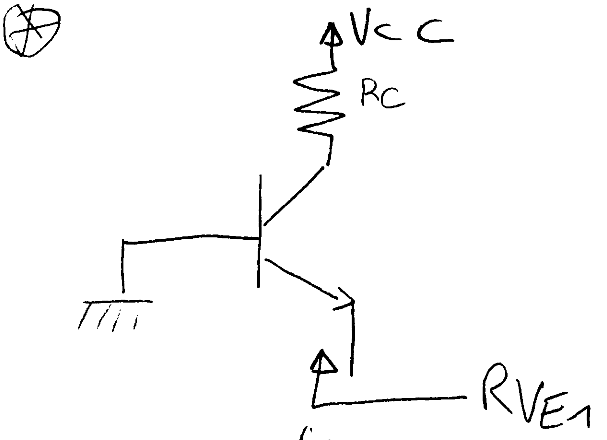
R_{VE_1} è piccola quindi la r_{o_2} può effettivamente essere trascurata.

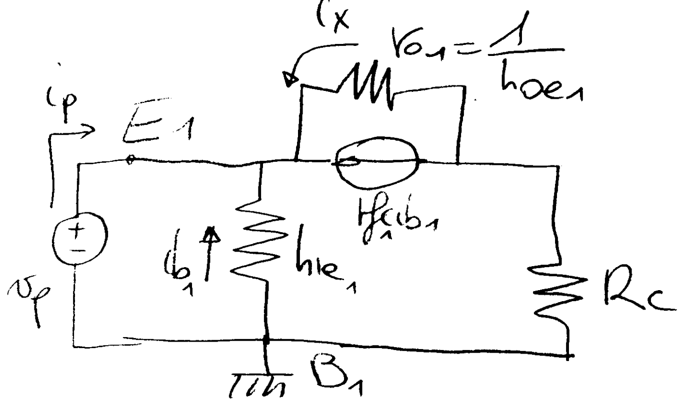


$v_{OUT} = -i_{OUT} R_c$, $i_{OUT} = hfe_1 ib_1 + ix$

Ma $ix = \frac{v_{OUT} - \overbrace{(-hie_1 \cdot ib_1)}^{v_{E1}}}{1/hoe_1} \Rightarrow ix = v_{OUT}\, hoe_1 + hie_1\, hoe_1\, ib_1$

$i_{OUT} - hfe_1 ib_1 = -i_{OUT} R_c hoe_1 + hie_1 hoe_1 ib_1$





$$\left.\begin{aligned} v_p &= -h_{ie_1} i_{b_1} \\ -i_p &= i_{b_1} + h_{fe_1} i_{b_1} + i_x \\ i_x &= \frac{R_C(i_p + i_{b_1}) + h_{ie_1} i_{b_1}}{r_{o_1}} \end{aligned}\right\}$$

$$-i_p = (h_{fe_1}+1) i_{b_1} + h_{ie_1} h_{oe_1} i_{b_1} + R_C h_{oe_1} i_{b_1} + R_C h_{oe_1} i_p$$

$$-(1 + R_C h_{oe_1}) i_p = (h_{fe}+1 + h_{ie_1} h_{oe_1} + R_C h_{oe_1}) i_{b_1}$$

$$\frac{v_p}{i_p} = \frac{h_{ie_1} + R_C h_{ie_1} h_{oe_1}}{h_{fe}+1 + h_{ie_1} h_{oe_1} + R_C h_{oe_1}}$$

Da cui otteniamo

$$i_{OUT} = \frac{h_{fe_1} + h_{ie_1} h_{oe_1}}{1 + R_C h_{oe_1}} \cdot i_{b_1}$$

Da i_{b_1} cerchiamo di trovare una relazione con i_{b_2}. Scriviamo l'equazione al nodo $C_2 \equiv E_1$.

$$i_{OUT} + i_{b_1} = h_{fe_2} i_{b_2} \Rightarrow i_{b_1} = \frac{h_{fe_2}}{1 + \frac{h_{fe_1} + h_{ie_1} h_{oe_1}}{1 + R_C h_{oe_1}}} \, i_{b_2}$$

Infine cerchiamo una relazione tra i_{b_2} e v_S. Dopo aver fatto l'equivalente di Thevenin a sinistra di h_{ie_2} abbiamo

$$i_{b_2} = \underbrace{\frac{v_S \cdot R_{B2}}{R_{B3} + R_{B2}}}_{V_{TH}} \cdot \frac{1}{\underbrace{R_{B2} /\!/ R_{B3}}_{R_{TH}} + h_{ie_2} + R_E(h_{fe_2} + 1)}$$

Ricostruiamo tutto e scriviamo l'espressione di A_V

$$A_V = \frac{v_{OUT}}{v_S} = -R_C i_{OUT} = -R_C \cdot \frac{h_{fe_1} + h_{ie_1} h_{oe_1}}{1 + R_C h_{oe_1}} \, i_{b_1} =$$

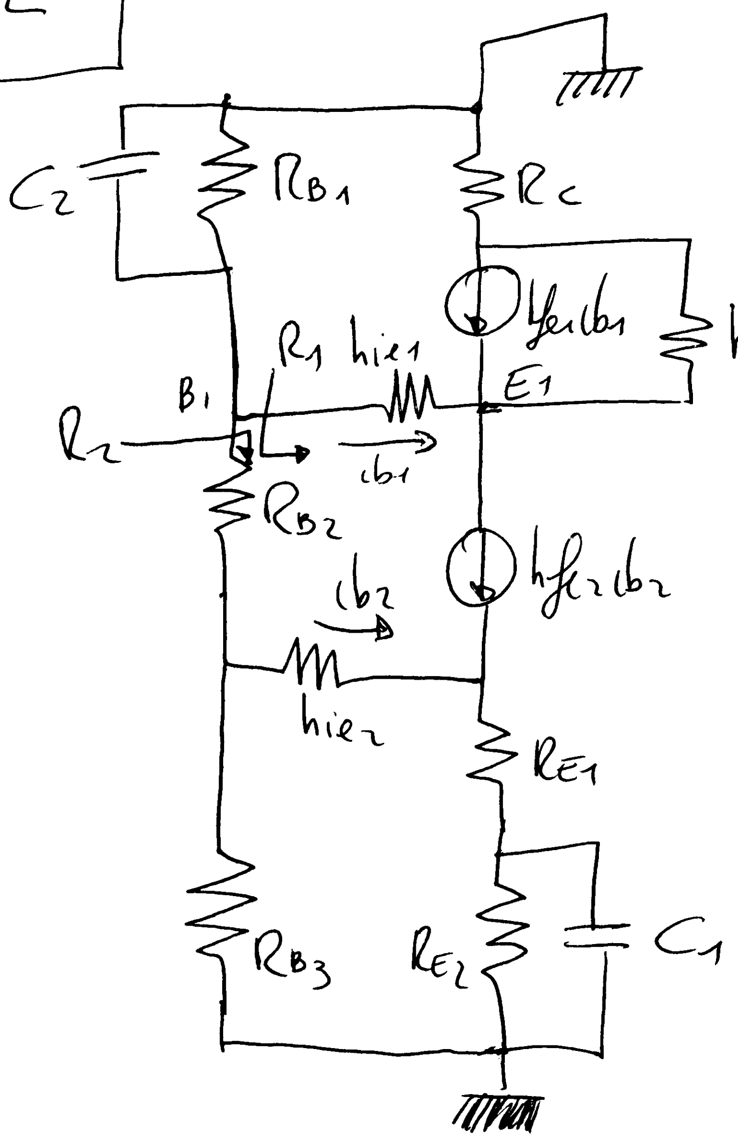
$$= -\frac{R_C \cdot (h_{fe_1} + h_{ie_1} h_{oe_1})}{1 + R_C h_{oe_1}} \cdot \frac{h_{fe_2}}{1 + \frac{h_{fe_1} + h_{ie_1} h_{oe_1}}{1 + R_C h_{oe_1}}} \cdot i_{b_2}$$

Fissiamo, per comodità, $h_{fe}' = \frac{h_{fe_1} + h_{ie_1} h_{oe_1}}{1 + R_C h_{oe_1}} = 290{,}5$

$$A_v = -\frac{R_C\, h_{fe}' \cdot h_{fe2}}{1+h_{fe}'} \cdot \frac{R_{B2}}{R_{B2}+R_{B3}} \cdot \frac{1}{R_{B2}//R_{B2} + h_{ie2} + R_{E1}(1+h_{fe2})}$$

$$A_v = -6{,}5$$

$\boxed{f_L}$



• C_1

espressione standard delle resistenze viste entrando dall'emettitore.

$$R_{VC1} = R_{E2} // \left[R_{E1} + \frac{h_{ie2} + R_{B2}//R_{B3}}{h_{fe2}+1} \right] = 140\,\Omega$$

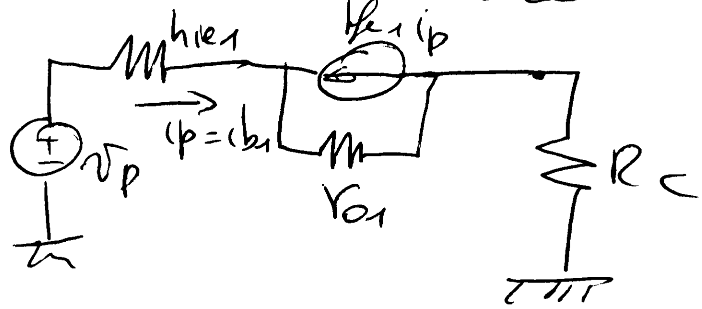
C_2

vedi schema per la definizione di R_1 e R_2.

$$\cdot\ RV_{C_2} = R_{B1} \,//\, [R_1 // R_2]$$

$$R_2 = R_{B2} + [R_{B3} \,//\, [h_{ie2} + R_{E1}(h_{fe1}+1)]] = 32{,}82\,K\Omega$$

Vediamo adesso la R_1. Senza r_{o1} sarebbe stata infinita, con r_{o1} dobbiamo calcolarla.



$$v_p = h_{ie1} i_p + r_{o1}(h_{fe}+1) i_p + R_C i_p$$

$$R_1 = h_{ie1} + r_{o1}(h_{fe1}+1) + R_C$$

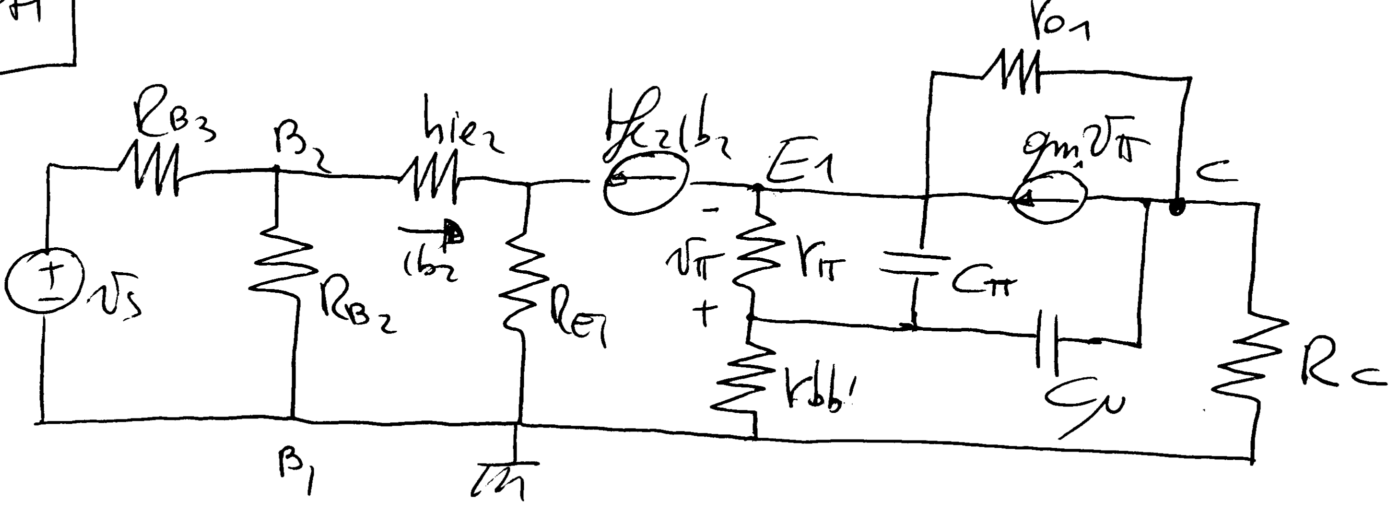
$$= 18{,}25\ M\Omega$$

R_1 è comunque molto grande, quindi trascurabile

$$RV_{C_2} = 12{,}4\ K\Omega.$$

$$f_L = \frac{1}{2\pi}\left[\frac{1}{RV_{C_2}\cdot C_2} + \frac{1}{RV_{C_1}\cdot C_1}\right] = 126\ Hz$$

fH

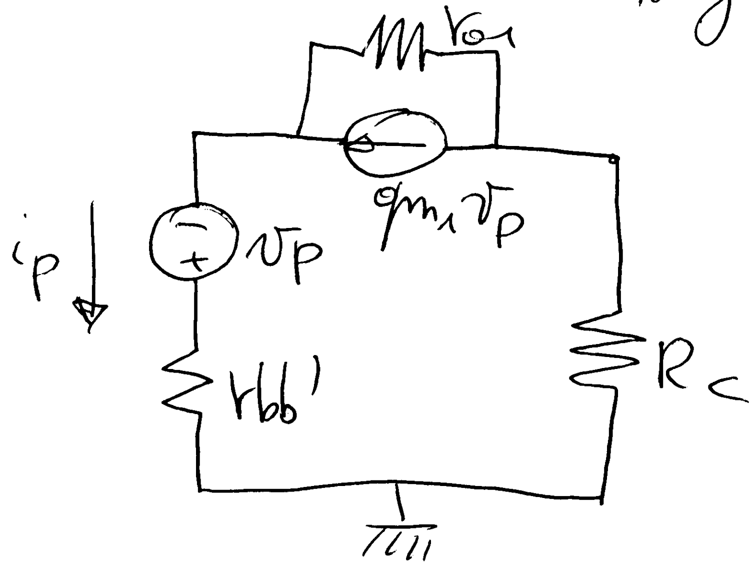


Osserviamo subito che la parte di circuito a sinistra di E1 può essere tolta.

• C_π

$$R_{VC\pi} = r_\pi \,//\, R^*$$

R^* si calcola sul seguente circuito

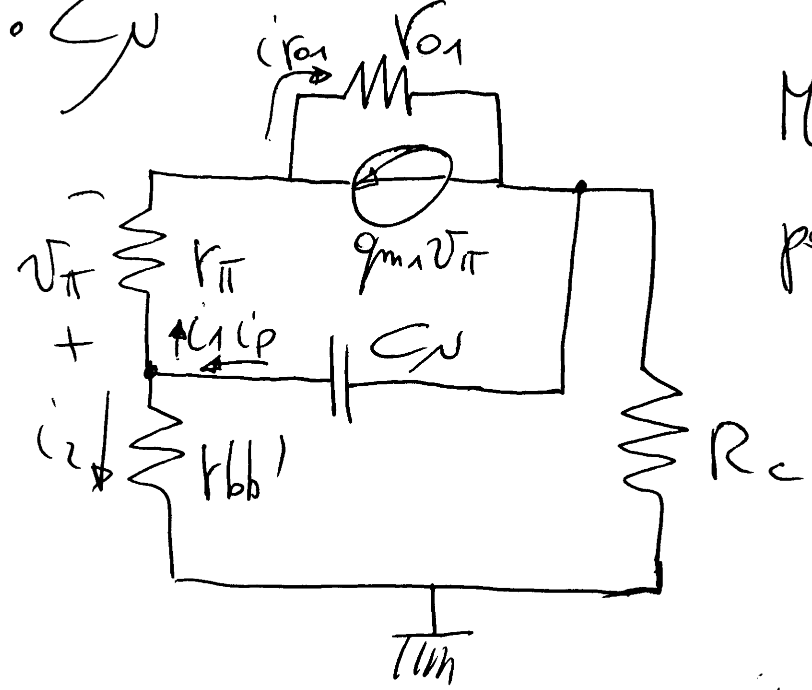


$$v_p = r_{bb'} i_p + R_c i_p + r_{o1}(i_p - g_{m1} v_p)$$

$$R^* = \frac{r_{bb'} + R_c + r_{o1}}{1 + g_{m1} r_{o1}} = 16{,}4\ \Omega$$

$$R_{VC\pi} = 16{,}4\ \Omega$$

• C_μ



Mettiamo un generatore v_p al posto di C_μ.

$$v_p = v_\pi + r_{o1}\overbrace{\left(g_{m1}v_\pi + \frac{v_\pi}{r_\pi}\right)}^{i_{ro1}}$$

$$i_p = \underbrace{\frac{v_\pi}{r_\pi}}_{i_1} + \underbrace{\frac{v_p}{r_{bb'}+R_c}}_{i_2} = \frac{v_\pi}{r_\pi} + \frac{v_\pi + r_{o1}(g_{m1}v_\pi + v_\pi/r_\pi)}{r_{bb'}+R_c}$$

$$R_{VC_\mu} = \frac{v_p}{i_p} = \frac{v_\pi + r_{o1}(g_{m1}v_\pi + v_\pi/r_\pi)}{\frac{v_\pi}{r_\pi} + \frac{v_\pi + r_{o1}(g_{m1}v_\pi + v_\pi/r_\pi)}{r_{bb'}+R_c}}$$

$$= \frac{1 + r_{o1}g_{m1} + r_{o1}/r_\pi}{\frac{1}{r_\pi} + \frac{1 + r_{o1}g_{m1} + r_{o1}/r_\pi}{r_{bb'}+R_c}} = 2,9\,k\Omega$$

$$f_H = \frac{1}{2\pi\left[R_{VC_\mu}C_\mu + R_{VC_\pi}\cdot C_\pi\right]} = 7,4\,MHz$$