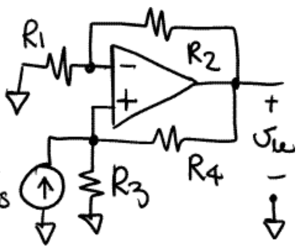
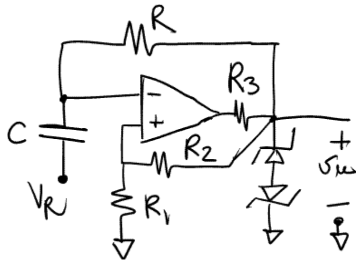
Esame di Elettronica - Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni
12 luglio 2006
Parte A

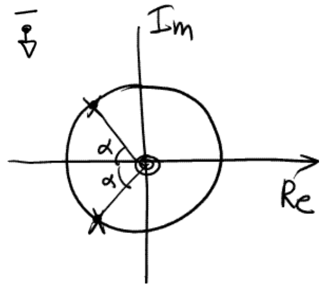
1. Calcolare la funzione di trasferimento e la resistenza di ingresso del circuito mostrato a lato. Supponiamo che l'amplificatore sia un amplificatore di tensione ideale con amplificazione A_v infinita, impedenza di ingresso infinita e impedenza di uscita nulla. Siano $R_1 = 10$ KΩ, $R_2 = R_4 = 100$ KΩ, $R_3 = 1$ KΩ.



2. Sia dato il circuito a lato, calcolare il periodo dell'onda rettangolare ottenuta in uscita e il suo duty cycle, giustificando il procedimento. Disegnare l'andamento nel tempo delle tensioni all'uscita e all'ingresso dell'operazionale, sullo stesso asse dei tempi (R = 1 KΩ, C = 100 μF, $R_1 = R_2 = 2$KΩ, $R_3 = 500$Ω, $V_Z = 5.6$ V, $V_R = 1$ V)



3. Realizzare e quotare i componenti di un filtro che abbia le singolarità mostrate a lato. Due zeri sono nell'origine, i due poli hanno modulo 3000 rad/s e formano un angolo α con l'asse reale di π/4.



4. Disegnare il circuito a porte CMOS complesse che implementi le funzioni di un full adder a 1 bit. In ingresso abbiamo i due addendi a un bit (X1 e X2) e il carry in (CIN), in uscita l'uscita su un bit (Y) e il carry out (COUT).

Punteggio totale Parte A: 14

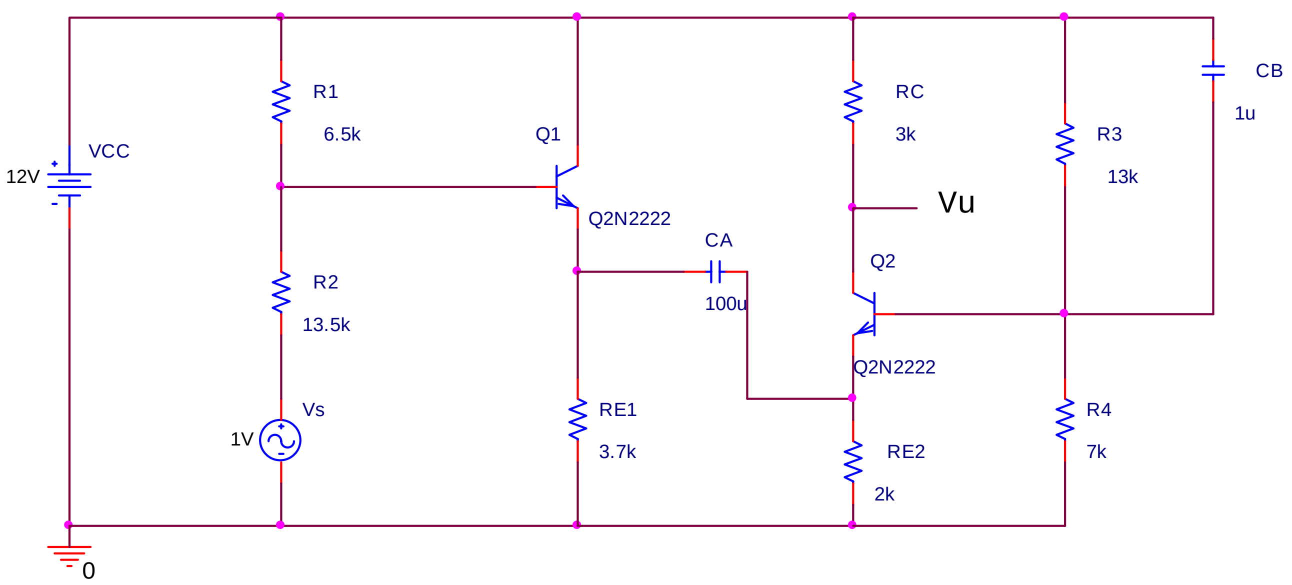
Parte B

Con riferimento al circuito mostrato a lato, calcolare:

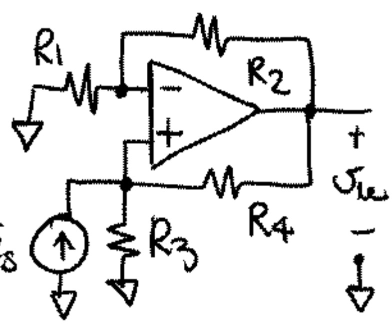
- il punto di riposo dei due transistori Q1 e Q2 e parametri del circuito di piccolo segnale
- la funzione di trasferimento a centro banda
- il limite superiore di banda e il limite inferiore di banda

Assunzioni semplificative: considerare per Q1 e Q2 $h_{oe}=0$
considerare Q1 completamente resistivo

Punteggio totale Parte B: 14/30

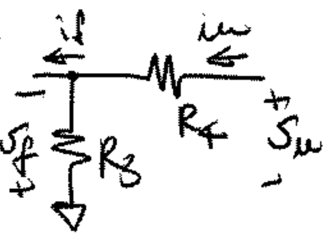


Soluzione parte A

1) 

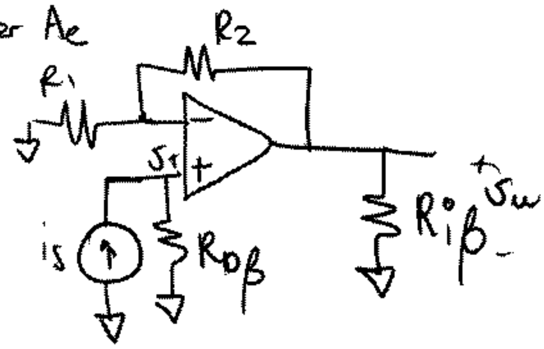
$R_1 = 10\,K\Omega$
$R_2 = R_4 = 100\,K\Omega$
$R_3 = 1\,K\Omega$

prelievo di tensione e inserzione di corrente

rete per il β 

$$i_f = \beta v_u + R_{o\beta}^{-1} v_f$$
$$i_u = \frac{v_u}{R_{i\beta}} + \cancel{X v_f}$$

$$\beta = \left.\frac{i_f}{v_u}\right|_{v_f=0} = \frac{1}{R_4}\,;\quad R_{o\beta} = \left.\frac{v_f}{i_f}\right|_{v_u=0} = R_3 /\!/ R_4\,;\quad R_{i\beta} = \left.\frac{v_u}{i_u}\right|_{v_f=0} = R_4$$

rete per A_e 

il circuito composto dall'A.O., R_1 e R_2 è un amplificatore NON invertente

$$A = 1 + \frac{R_2}{R_1} = 11$$

$$v_+ = R_{o\beta}\, i_s \quad \rightarrow \quad v_u = A v_+$$

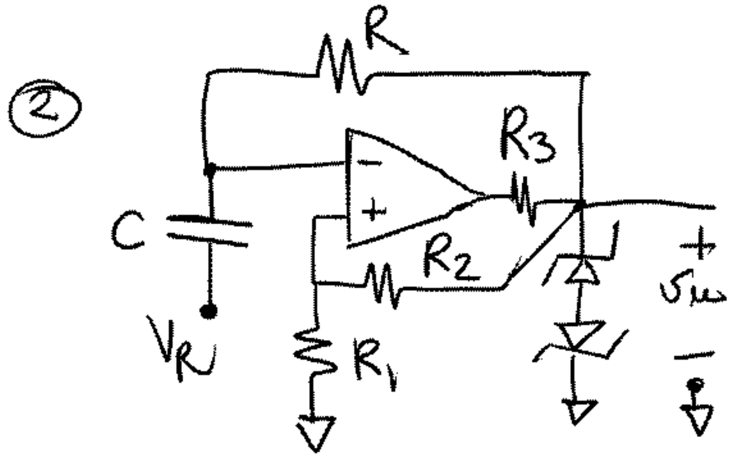
$$A_e = \left.\frac{v_u}{i_s}\right|_{\beta=0} = A R_{o\beta} = 10.89\,K\Omega$$

$$1 - \beta A_e = 1 - \frac{10.89}{100} = 0.89$$

$$R_{IF} = \frac{R_{o\beta}}{(1-\beta A_e)} = \frac{0.99}{0.89} = \underline{1.12\,K\Omega}$$

$$A_F = \frac{v_u}{i_s} = \frac{A_e}{1-\beta A_e} = \frac{11}{0.89} = \underline{\underline{12.36\,K\Omega}}$$

②



$V_o = V_Z + V_\gamma = 6.2\,V$

Supponiamo che all'istante $t=0$ la capacità sia scarica e v_u sia $v_u = +V_o$. Rappresentiamo l'andamento nel tempo delle tensioni all'ingresso dell'operazionale e della v_u.

per $t=0$ abbiamo $v^- = V_R$, $v_+ = \frac{V_o}{2}$, $v_u = V_o$

la tensione v^- sale con costante di tempo $\tau = RC$ e asintoto V_o, fino all'istante t_1 in cui diventa uguale a v_+ $(V_o/2)$. A quel punto v_u commuta a $-V_o$

calcoliamo t_1:

$$v^- = V_R + (V_o - V_R)\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

$$v^-(t_1) = \frac{V_o}{2} = V_R + (V_o - V_R)\left(1 - e^{-t_1/\tau}\right)$$

$$\frac{V_o}{2} - \cancel{V_R} - V_o + \cancel{V_R} = -(V_o - V_R)\,e^{-t_1/\tau}$$

$$\frac{V_o}{2} = (V_o - V_R)\,e^{-t_1/\tau}$$

$$t_1 = \tau \ln\left(\frac{V_o - V_R}{V_o/2}\right) = 10^3 \cdot 10^{-4} \ln\left(\frac{5,2}{3,1}\right) = 51,7\,ms$$

dopo t_1 la v^- decresce con costante di tempo RC e asintoto $-V_o$ fino all'istante t_2 in cui $v^- = v^+ = -V_o/2$. A quel punto v_u commuta a $+V_o$

$$v^-(t) = \frac{V_o}{2} + \left(-V_o - \frac{V_o}{2}\right)\left(1 - e^{-(t-t_1)/\tau}\right)$$

$$v^-(t_2) = -\frac{V_o}{\cancel{2}} = \frac{+V_o}{\cancel{2}} - \frac{3}{\cancel{2}}V_o\left(1 - e^{-(t_2-t_1)/\tau}\right)$$

$$1 = 3e^{-(t_2-t_1)/\tau} \Rightarrow t_2 = t_1 + \tau \ln 3 = 51,7\,ms + 109,9\,ms = 161,6\,ms$$

$$T_1 = t_2 - t_1 = 109,9\,ms$$

dopo t_2 la tensione v^- ricomincia a salire con costante di tempo τ e asintoto $+V_0$, fino all'istante t_3 in cui raggiunge la tensione $v^+ = V_0/2$

$\underline{\underline{t>t_2}}$

$$v^-(t) = -\frac{V_0}{2} + \left(V_0 + \frac{V_0}{2}\right)\left(1 - e^{-(t-t_2)/\tau}\right)$$

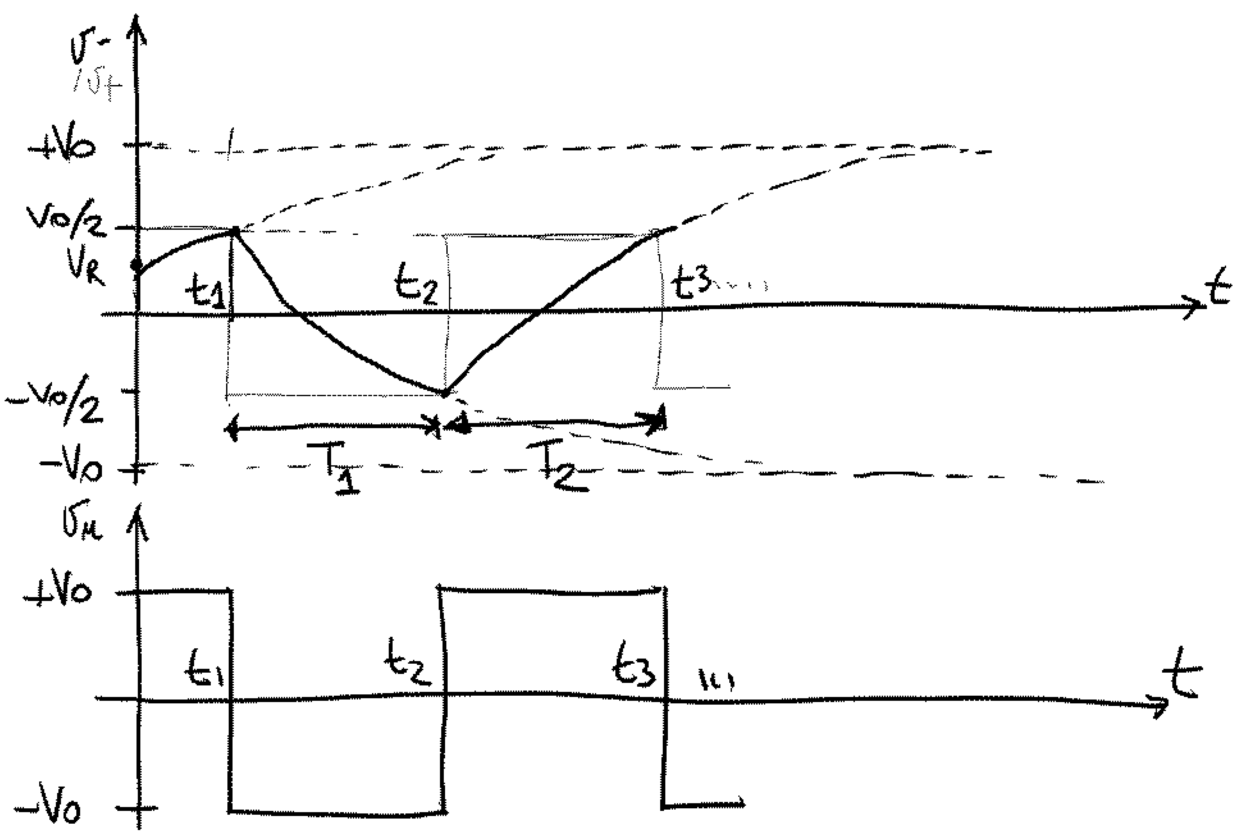
$$v^-(t_3) = \frac{V_0}{2} = -\frac{V_0}{2} + \frac{3}{2}V_0\left(1 - e^{-(t_3-t_2)/\tau}\right)$$

$$-1 = -3e^{-(t_3-t_2)/\tau}$$

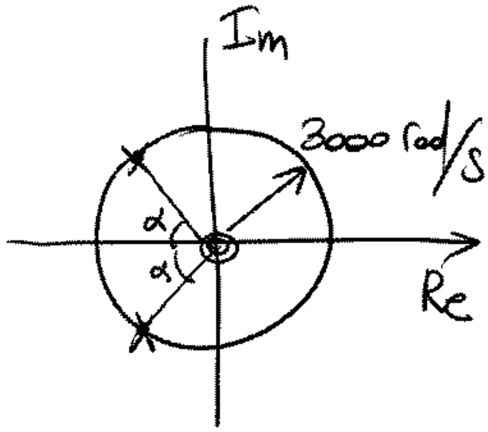
$$t_3 = t_2 + \tau \ln 3 = 161.6 + 109.9\ ms = \underline{271.5\ ms}$$

$$T_2 = t_3 - t_2 = 109.9\ ms$$

$$T = T_1 + T_2 = \underline{219.8\ ms}$$



③

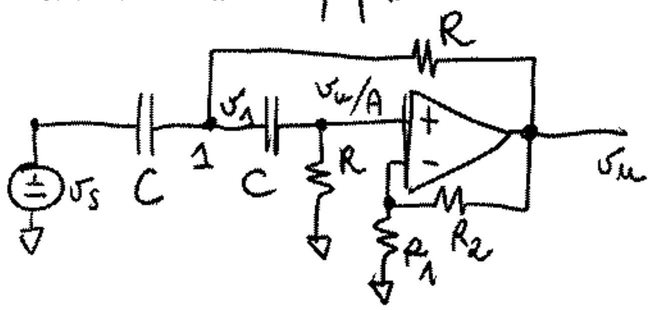


Si tratta di un filtro passa alto che si può realizzare con una cella di Sallen Key

$$H(s) = \frac{H_\infty s^2/\omega_0^2}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{s}{\omega_0 Q} + 1}$$

con $\omega_0 = 3000\ rad/s$; $Q = \frac{1}{2\cos\alpha} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.71$

cella di Sallen-Key passa alto



$A = 1 + R_2/R_1$

scriviamo l'equazione al nodo 1:

$$v_1\left[2Cs + \frac{1}{R}\right] - Cs\, v_S - \frac{v_u}{A} Cs - \frac{v_u}{R} = 0$$

e la relazione tra v_1 e v_u/A

$$\frac{v_u}{A} = \frac{RCs}{RCs+1} v_1 \rightarrow v_1 = \frac{RCs+1}{RCs}\frac{v_u}{A}$$

sostituiamo nella prima

$$\frac{RCs+1}{RCs}\frac{v_u}{A}\left(1+2RCs\right) - RCs\, v_S - \frac{v_u}{A}RCs - v_u = 0$$

$$v_u\left[2R^2C^2s^2 + 3RCs + 1\right] - AR^2C^2s^2 v_S - v_u R^2C^2s^2 - v_u ARCs = 0$$

$$H = \frac{v_u}{v_S} = \frac{AR^2C^2s^2}{R^2C^2s^2 + (3-A)RCs + 1}$$

quindi $\omega_0 = \frac{1}{RC} = 3000\ rad/s \rightarrow$ scegliamo $C = 100nF$

$R = \frac{1}{3\cdot 10^3 \cdot 10^{-7}} = \frac{1}{3\cdot 10^{-4}} = 3{,}33K\Omega$

$3 - A = \frac{1}{Q} = 1{,}41 \rightarrow A = 1{,}59 \rightarrow R_1 = 10K\Omega$

$R_2 = 5{,}9K\Omega$

④ Full Adder in CMOS

Scriviamo la Tabella di verità:

x_1	x_2	C_{in}	y	C_{out}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

y

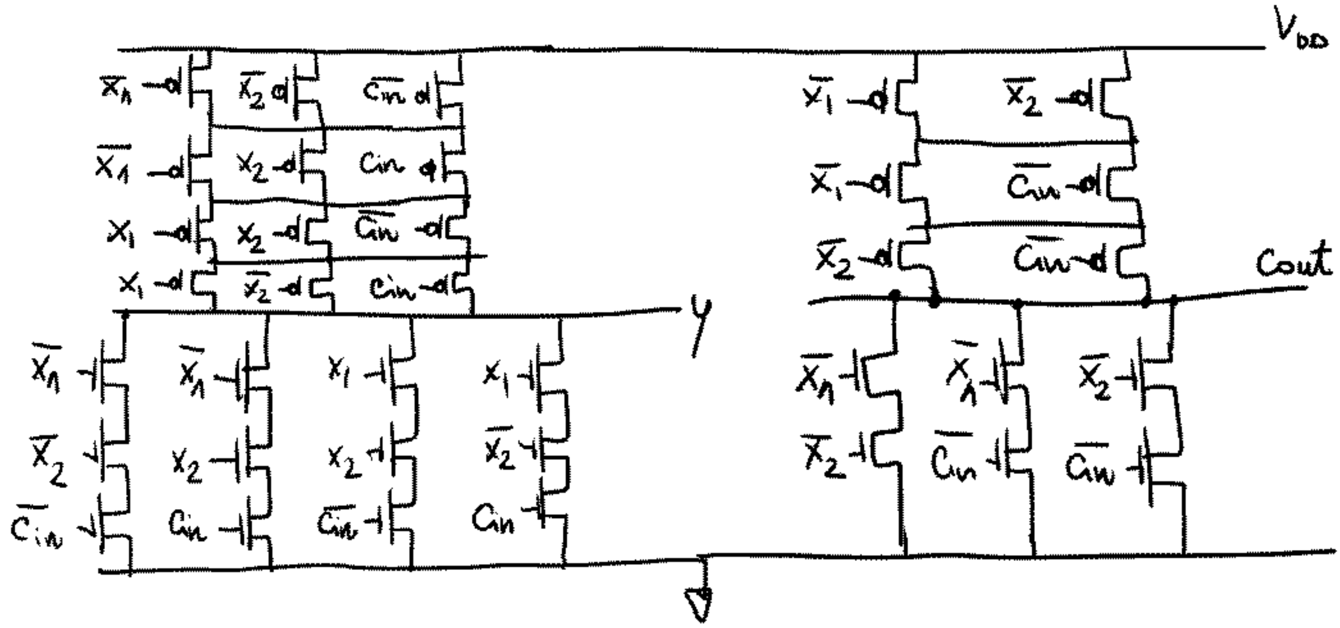
C_{in} \ x_1x_2	00	01	11	10
0	0	1	0	1
1	1	0	1	0

C_{out}

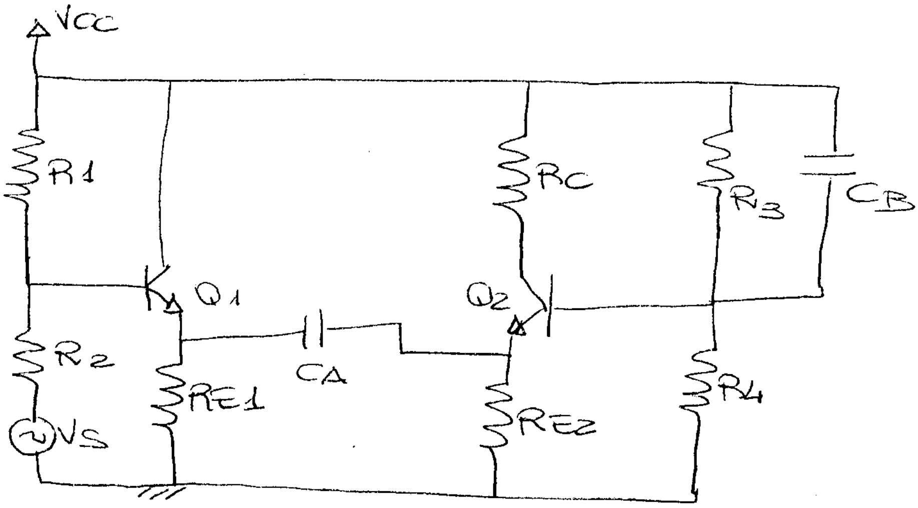
C_{in} \ x_1x_2	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	1	1

$$\overline{y} = \overline{x_1}\,\overline{x_2}\,\overline{C_{in}} + \overline{x_1}\,x_2 C_{in} + x_1 x_2 \overline{C_{in}} + x_1 \overline{x_2}\, C_{in}$$

$$\overline{C_{out}} = \overline{x_1}\,\overline{x_2} + \overline{x_1}\,\overline{C_{in}} + \overline{x_2}\,\overline{C_{in}}$$



PARTE B



$V_{CC} = 12\,V$
$R_1 = 6.5\,k\Omega$
$R_2 = 13.5\,k\Omega$
$R_3 = 13\,k\Omega$
$R_4 = 7\,k\Omega$
$R_{E1} = 3.7\,k\Omega$
$R_{E2} = 2\,k\Omega$
$R_C = 3\,k\Omega$
$C_A = 100\,\mu F$
$C_B = 1\,\mu F$
$h_{oe1} = 0$
$h_{oe2} = \Phi$
Q1: resistivo

PUNTO DI RIPOSO

Ipotesi di lavoro:

- Q1 ZONA ATTIVA DIRETTA
- Q2 ZONA ATTIVA DIRETTA
- Partitore Pesante: $I_{R12} \gg I_{B1}$
  $I_{R34} \gg I_{B2}$

Q1:

$$V_{B1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{CC} = 8{,}1\,V$$

$$V_{E1} = V_{B1} - V_\gamma = 7{,}4\,V$$

$$I_{E1} = \frac{V_{E1}}{R_{E1}} = 2\,mA$$

$$I_{C1} \simeq I_{E1}$$

$$I_{B1} = \frac{I_{C1}}{h_{FE1}} = \frac{2\,mA}{155} = 12{,}9\,\mu A$$

h_{FE} @ $2mA \cong 155$ (da caratteristiche)

$$I_{R12} = \frac{V_{CC}}{R_1 + R_2} = 0{,}6\,mA \gg I_{B1} \rightarrow$$ Ipotesi Partitore Pesante Verificata

$V_{CE1} = V_{CC} - V_{E1} = 4,6\,V \rightarrow$ Ipotesi Q_1 ZONA ATTIVA DIRETTA Verificata

$V_{CB1} = (12 - 8,1)\,V = 3,9\,V$

Q_2:

$$V_{B2} = \frac{R_4}{R_3 + R_4} V_{CC} = 4,2\,V$$

$$V_{E2} = V_{B2} - V_\gamma = 3,5\,V$$

$$I_{E2} = \frac{V_{E2}}{R_{E2}} = 1,75\,mA$$

$$I_{C2} \simeq I_{E2}$$

$$I_{B2} = \frac{I_{C2}}{h_{FE2}} = \frac{1,75\,mA}{150} = 11,67\,\mu A$$

h_{FE} @ $1,75\,mA \simeq 150$ (da caratteristiche)

$V_{CE2} = V_{C2} - V_{E2} = (V_{CC} - R_C I_{C2}) - V_{E2} = 3,25\,V \rightarrow$

$\rightarrow$ Ipotesi Q_2 ZONA ATTIVA DIRETTA Verificata

$$I_{R_{3,4}} = \frac{V_{CC}}{R_3 + R_4} = 0,6\,mA \gg I_{B2} \rightarrow$$ Ipotesi Partitore Pesante Verificata

$V_{CB2} = V_{C2} - V_{B2} = (6,75 - 4,2)\,V = 2,55\,V$

PARAMETRI PICCOLO SEGNALE

$$g_{m1} = \frac{I_{C1}}{V_T} = 76{,}9\ mS$$

$h_{fe1} \cong 175$

$r_{b1} = 450\ \Omega$

$$r_{\pi 1} = \frac{V_T}{I_{C1}} h_{fe1} = 2{,}275\ k\Omega\ @\ 2mA$$

$h_{ie1}\ @\ 2mA = 2{,}725\ k\Omega$

$$g_{m2} = \frac{I_{C2}}{V_T} = 67{,}3\ mS$$

$r_{b2} = 450\ \Omega$

$h_{fe2} \cong 175$

$$r_{\pi 2} = \frac{V_T}{I_{C2}} h_{fe2} = 2{,}6\ k\Omega$$

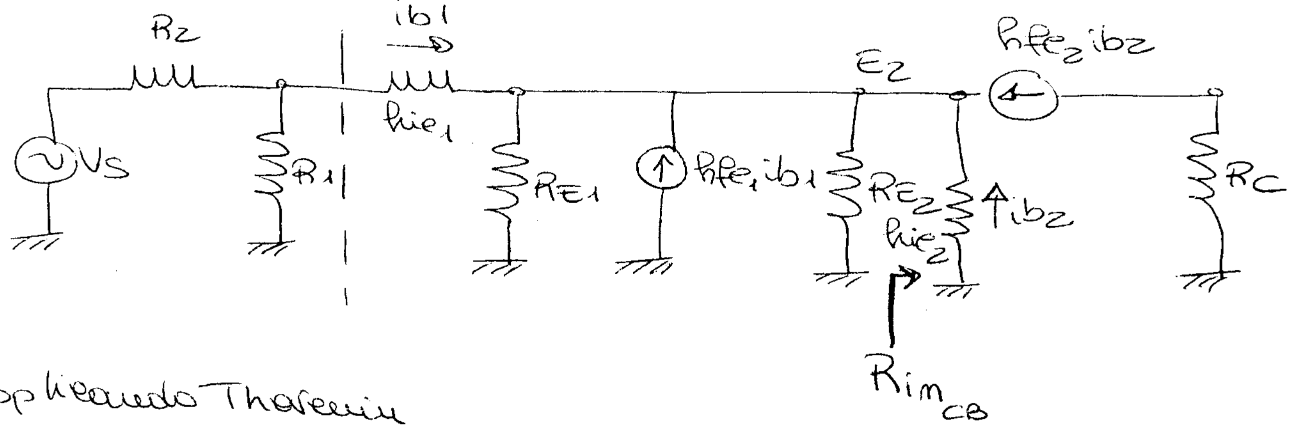
$$h_{ie2} = r_{b2} + \frac{V_T}{I_{C2}} h_{fe2} = 3{,}05\ k\Omega$$

$f_T = 130\ MHz$

$C_{\mu 2} = 5{,}7\ pF$

$$C_{\pi 2} = \frac{g_{m2}}{2 \cdot \pi\ f_T} - C_{\mu 2} = 76{,}69\ pF$$

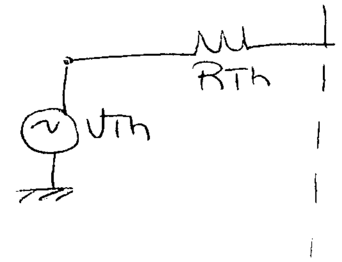
AMPLIFICAZIONE A CENTRO BANDA



Applicando Thevenin

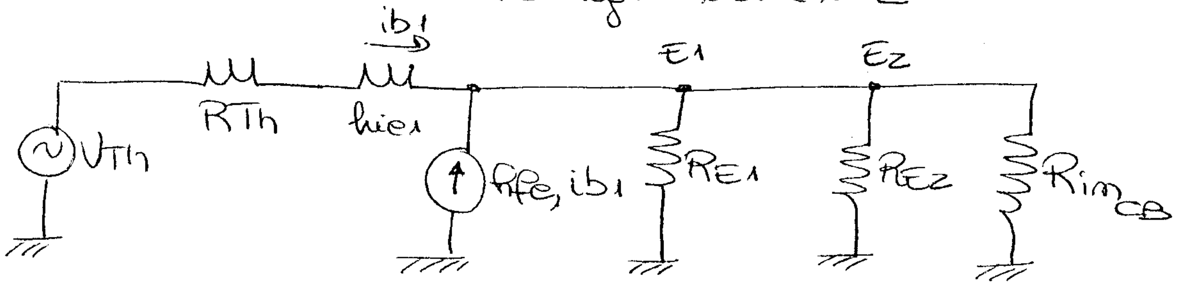
$$V_{Th} = V_S \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$R_{Th} = R_1 // R_2$$



$$V_u = - h_{fe_2} i_{b2} R_C$$

Cerco una relazione che leghi i_{b1} e i_{b2}



dove $R_{in_{CB}} = \frac{h_{ie_2}}{h_{fe2}+1}$ (RESISTENZA INGRESSO CB)

$$V_{E1} = V_{E2} = (h_{fe1}+1) i_{b1} (R_{E1} // R_{E2} // R_{in_{CB}})$$

$$i_{b2} = -\frac{V_{E2}}{h_{ie_2}} = - i_{b1} \frac{(h_{fe1}+1)}{h_{ie_2}} \left(R_{E1} // R_{E2} // \frac{h_{ie_2}}{h_{fe_2}+1}\right)$$

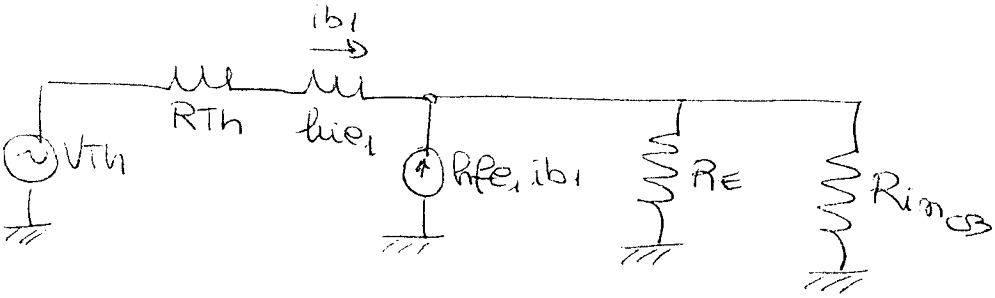
posto $R_E \triangleq R_{E1} // R_{E2}$

si ottiene

$$i_{b_2} = - i_{b1} \frac{(h_{fe1}+1)}{h_{ie2}} \left(R_E // \frac{h_{ie2}}{h_{fe_2}+1}\right)$$

$$i_{b2} = - i_{b1} \frac{(h_{fe1}+1)}{h_{fe_2}+1+\frac{h_{ie_2}}{R_E}}$$

Infine occorre una ulteriore relazione che leghi i_{b1} e V_s



$$V_{Th} = (R_{Th} + h_{ie1})\, i_{b1} + (R_E // R_{inCB})(h_{fe1}+1)\, i_{b1}$$

$$i_{b1} = \frac{V_{Th}}{\left[R_{Th} + h_{ie1} + (R_E // R_{inCB})(h_{fe1}+1)\right]}$$

Sostituendo

$$A_{V_{CB}} = \frac{V_u}{V_s} = h_{fe2} R_C \frac{h_{fe1}+1}{h_{fe2}+1+\frac{h_{ie2}}{R_E}} \; \frac{R_1}{R_1+R_2} \cdot \frac{1}{\left[(R_1 \| R_2) + h_{ie1} + (R_E // R_{in_{CB}})(h_{fe1}+1\right.}$$

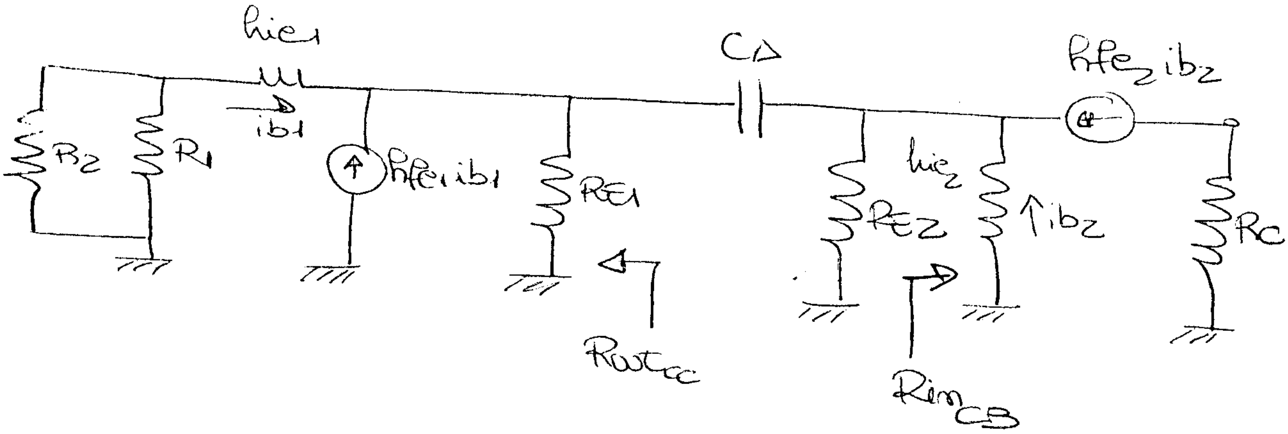
$\simeq 16{,}65$

FREQUENZA DI TAGLIO INFERIORE

$$f_L = \frac{1}{2\pi}\left[\frac{1}{R_{V_{CA}}\, C_A} + \frac{1}{R_{V_{CB}}\, C_B}\right]$$

Dobbiamo calcolare le resistenze viste da C_A e C_B

<u>C_A</u>



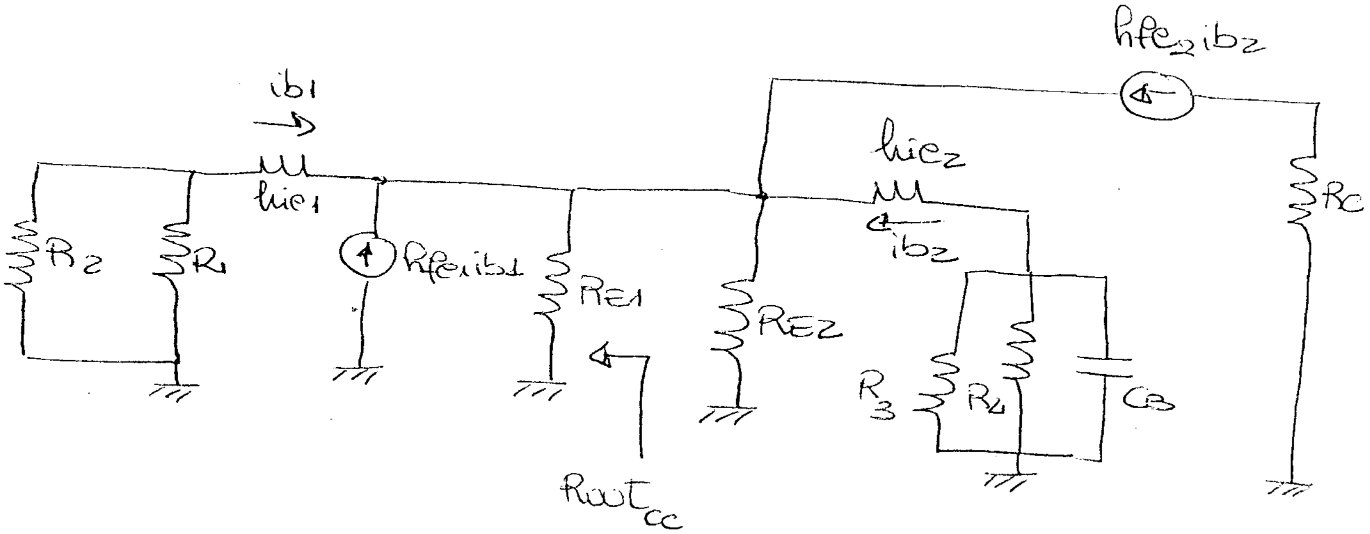
$Rout_{cc}$ = RESISTENZA DI USCITA STADIO CC

Rin_{CB} = RESISTENZA DI INGRESSO STADIO CB

$$RV_{CA} = Rout_{cc} + Rin_{CB}$$

$$RV_{CA} = \left[R_{E1} \,//\, \frac{h_{ie1} + R_1//R_2}{h_{fe1}+1}\right] + \left[R_{E2} \,//\, \frac{h_{ie2}}{h_{fe2}+1}\right] = 57\,\Omega$$

<u>CB</u>

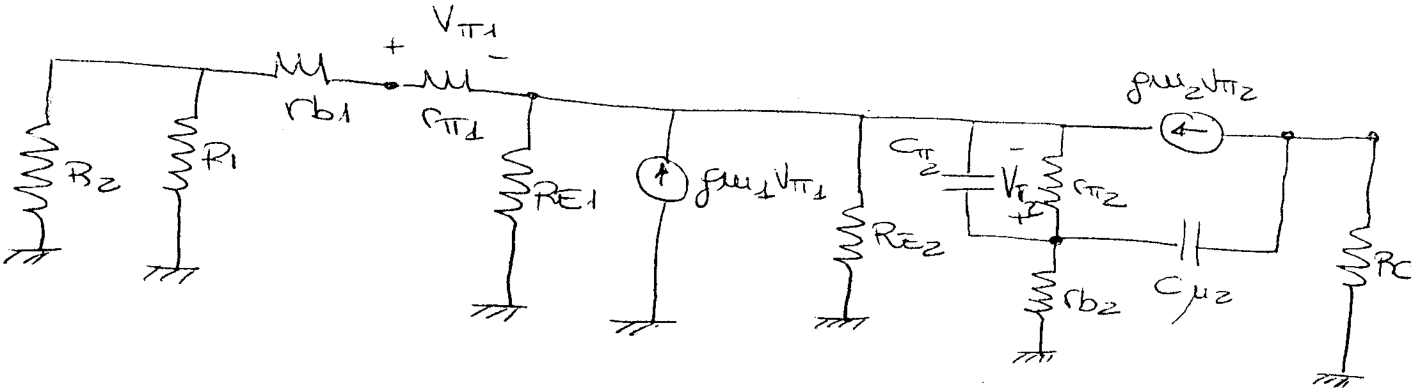


$$R_{V_{CB}} = (R_3 // R_4) + \left[(R_{E2} // R_{OUT_{CC}})(h_{fe1}+1) + h_{ie2} \right] = 14.55\ k\Omega$$

$$f_L = \frac{1}{2\pi}\left[\frac{1}{R_{V_{CB}} C_B} + \frac{1}{R_{V_{CA}} C_A} \right] = 38.86\ Hz$$

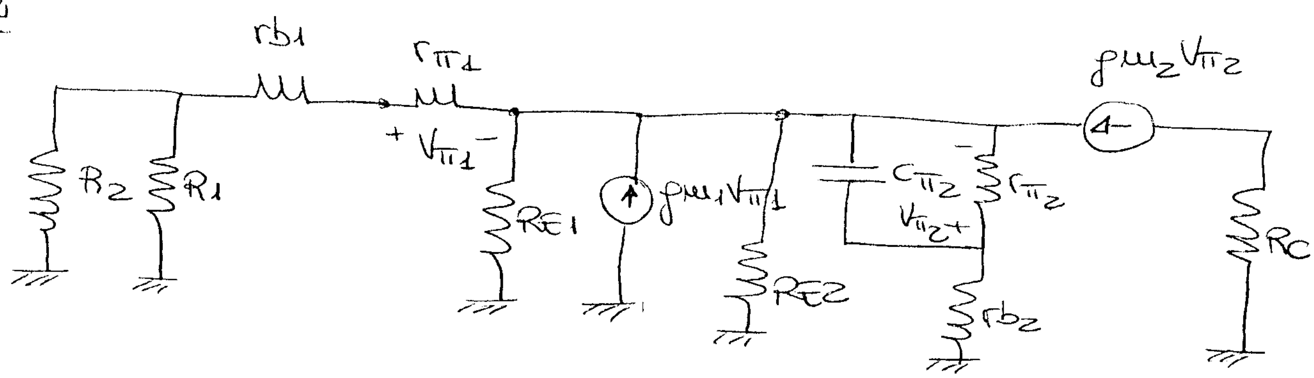
Frequenza di Taglio Superiore

Circuito alle alte frequenze

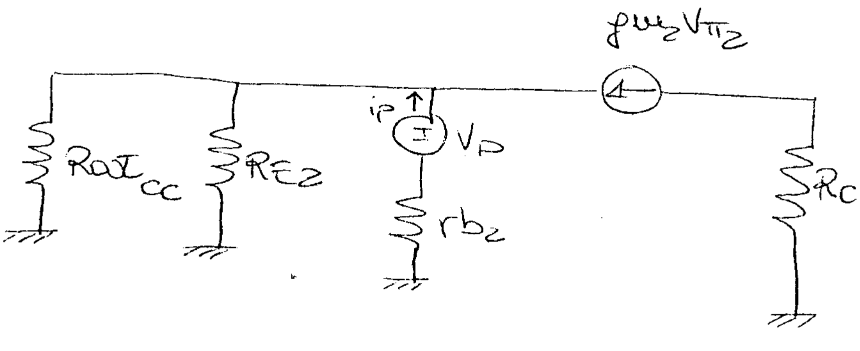


$$f_H = \frac{1}{2\pi}\left[\frac{1}{R_{Vc\mu 2} C_{\mu 2} + R_{Vc\pi 2} C_{\pi 2}}\right]$$

$R_{Vc\pi 2}$



Tolgo la $r_{\pi 2}$ che metterò poi in parallelo e inserisco il generatore di prova V_p



$V_{\pi 2} = -V_p$

Con i versi scelti

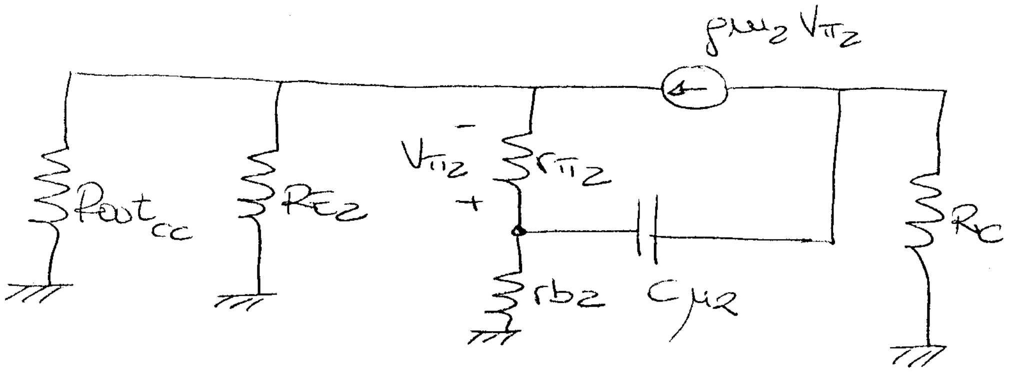
$$V_p = i_p r_{b2} + (R_{out_{cc}} /\!/ R_{E2})(i_p + g_{m2} V_{\pi 2})$$

$$V_p = i_p r_{b2} + (R_{out_{cc}} /\!/ R_{E2})(i_p - g_{m2} V_p)$$

$$\frac{V_p}{i_p} = \frac{r_{b2} + (R_{out_{cc}} /\!/ R_{E2})}{1 + (R_{out_{cc}} /\!/ R_{E2})\, g_{m2}}$$

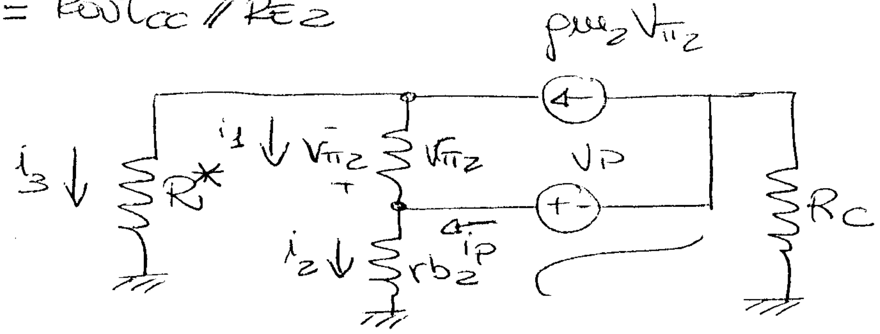
$$R_{VC\pi_2} = r_{\pi 2} // \left[\frac{r_{b2} + R_{out_{cc}} // R_{E2}}{1 + g_{m2}\left(R_{out_{cc}} // R_{E2}\right)} \right] = 128\ \Omega$$

$R_{VC\mu 2}$



Metto V_p generatore di prova.

$R^* \triangleq R_{out_{cc}} // R_{E2}$



EQ. ALLA MAGLIA SEGNATA

$$V_P = i_2 r_{b2} + R_C \left(g_{m2} V_{\pi 2} + i_P \right)$$

$$R^* i_3 = i_1 r_{\pi 2} + i_2 r_{b2}$$

$$i_2 = i_1 + i_P$$

$$i_3 = g_{m2} V_{\pi 2} - i_1$$

$$V_{\pi 2} = - i_1 r_{\pi 2}$$

$$R^* \left(g_{m2} V_{\pi 2} - i_1 \right) = i_1 r_{\pi 2} + \left(i_1 + i_P \right) r_{b2}$$

$$i_1 = - \frac{i_P r_{b2}}{r_{\pi 2} + R^* \left(1 + g_{m2} r_{\pi 2} \right) + r_{b2}}$$

$$i_2 = i_1 + i_P$$

$$V_P = r_{b2} \left(i_1 + i_P \right) + R_C \left(- g_{m2} r_{\pi 2} i_1 + i_P \right)$$

$$V_P = i_P \left(r_{b2} + R_C \right) + \left(r_{b2} - R_C g_{m2} r_{\pi 2} \right) i_1$$

$$RV_{c\mu} = \frac{v_p}{i_p} = rb_2 + R_C + \frac{rb_2 \left(R_C \, g_{m2} \, r_{\pi 2} - rb_2 \right)}{R^{*}\left(1 + g_{m2} \, r_{\pi 2}\right) + r_{\pi 2} + rb_2} = 27\rho$$

$$f_H = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{1}{RV_{c\mu 2} \, C_{\mu 2} + RV_{c\pi 2} \, C_{\pi 2}} \right] = 0{,}965 \text{ MHz}$$