

EQUAZIONI DI CONSERVAZIONE PER UN FLUIDO MONOFASE

BILANCIO	EQUAZIONE	NOTE
GENERALE	$\frac{\rho}{\rho t}(\rho c) + \nabla \cdot (\rho c \vec{v}) = \nabla \cdot \vec{J} + \rho j$	dove, <ul style="list-style-type: none"> • ρ = densità del fluido monofase; • c = valore della proprietà per unità di massa; • $\vec{J} \cdot \vec{n}$ = ritmo di perdita di c per unità di area di S_m per gli effetti di superficie; • j = ritmo di introduzioni di c per unità di massa dentro il volume V_m.
MASSA	$\frac{\rho}{\rho t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0$ oppure $\frac{D\rho}{Dt} = 0$	dove, <ul style="list-style-type: none"> • $\rho = \rho(p, T)$ • $\frac{Dc}{Dt} = \frac{\rho c}{\rho t} + \vec{v} \cdot (\nabla c)$
QUANTITÀ DI MOTO	$\rho \frac{\vec{v}}{t} + \rho \vec{v} \cdot (\nabla \vec{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot \vec{\tau} + \rho \vec{g}$ $\rho \frac{\vec{v}}{t} + \rho \vec{v} \cdot (\nabla \vec{v}) = -\nabla p + m \nabla^2 \vec{v} + \rho \vec{g}, \quad (\rho \text{ e } m \text{ costanti})$	dove, <ul style="list-style-type: none"> • il primo membro è stato ottenuto sfruttando l'equazione di conservazione della massa: $\frac{\rho}{\rho t}(\rho \vec{v}) + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) = \rho \frac{\vec{v}}{t} + \rho \vec{v} \cdot (\nabla \vec{v})$ • $(\vec{v} \vec{v})$ e $(\nabla \vec{v})$ rappresentano un prodotto diadico tra due vettori: $C = (\vec{a} \vec{b}) \Rightarrow c_{ij} = a_i b_j$
ENERGIA TOTALE	$\rho \frac{\hat{u}}{t} + \rho \vec{v} \cdot \nabla \left(\hat{u} + \frac{1}{2} v^2 \right) = -\nabla \cdot \vec{q}' + q'' - \nabla \cdot (p \vec{v}) + \nabla \cdot (\vec{\tau} \cdot \vec{v}) + \vec{v} \cdot \rho \vec{g}$	dove, <ul style="list-style-type: none"> • il primo membro è stato ottenuto sfruttando l'equazione di conservazione della massa.
ENERGIA MECCANICA	$\rho \frac{\frac{1}{2} v^2}{t} + \rho \vec{v} \cdot \nabla \left(\frac{1}{2} v^2 \right) = -\nabla \cdot \vec{v} p + \vec{v} \cdot (\nabla \cdot \vec{\tau}) + \vec{v} \cdot \rho \vec{g}$	dove, <ul style="list-style-type: none"> • questa equazione è stata ottenuta moltiplicando scalarmente entrambi i membri dell'equazione della quantità di moto per \vec{v}.
ENERGIA TERMODIN.	$\rho \frac{\hat{u}}{t} + \rho \vec{v} \cdot \nabla \hat{u} = -\nabla \cdot \vec{q}'' + q''' - p(\nabla \cdot \vec{v}) + \mathbf{f}$ $\rho \frac{h}{t} + \rho \vec{v} \cdot \nabla h = -\nabla \cdot \vec{q}'' + q''' + \frac{Dp}{Dt} + \mathbf{f}$ $\rho c_p \frac{T}{t} + \rho c_p \vec{v} \cdot \nabla T = -\nabla \cdot \vec{q}'' + q''' + \mathbf{b} T \frac{Dp}{Dt} + \mathbf{f}$	dove, <ul style="list-style-type: none"> • questa equazione è stata ottenuta sottraendo membro a membro l'equazione dell'energia meccanica all'equazione dell'energia interna di ristagno; • $\mathbf{f} = \vec{\tau} : \nabla \vec{v}$ rappresenta la funzione di dissipazione; • $dh = c_p dT + (1 - \mathbf{b} T) \frac{1}{\rho} dp$; • $\vec{q}'' = -k \nabla T$; • Il termine energetico dovuto agli effetti viscosi, \mathbf{f}, e quello dovuto all'espansione termica del fluido, $\mathbf{b} T \frac{Dp}{Dt}$, sono in genere trascurabili rispetto ai restanti termini.