TRASMISSIONE DEL CALORE PER IRRAGGIAMENTO	
IRRAGGIAMENTO	• L'irraggiamento è uno dei tre meccanismi in cui può aversi trasmissione del calore tra due corpi. Esso è il solo modo in cui può aversi trasmissione del calore nel vuoto. • L'energia raggiante viene trasportata da onde elettromagnetiche $\lambda = c / \nu$ in forma di pacchetti discreti di energia detti fotoni o quanti $e = h\nu$
RADIAZIONE TERMICA	• La radiazione termica è la radiazione emessa dai corpi a causa della loro temperatura (in conseguenza dei moti di vibrazione e rotazione di molecole atomi ed elettroni). • La radiazione termica va da 0.1 a 100 μm. Essa comprende una parte di radiazione ultravioletta e tutta la radiazione visibile (luce: 0.40-0.76 μm) ed infrarossa.
CORPO NERO	• Un corpo nero, o radiatore ideale è un corpo che ad ogni temperatura e per ogni lunghezza d'onda emette ed assorbe la massima quantità possibile di radiazione. • Un corpo nero assorbe tutta la radiazione incidente, indipendentemente dalla lunghezza d'onda o dalla direzione, ed emette una potenza termica radiante per unità di area detta **potere emissivo del corpo nero**, E_n, data dalla *legge di Stefan-Boltzmann* (1879): $$\boxed{E_n(T) = \sigma T^4} \qquad [\text{W/m}^2]$$ dove σ= 5.67·10^{-8} W/(m^2 K^4) è la *costante di Stefan-Boltzmann* e T la temperatura assoluta della superficie. • Fissata la temperatura, **il potere emissivo monocromatico del corpo nero**, $E_{n\lambda}$, nel vuoto cioè la potenza radiante emessa dal corpo nero alla temperatura assoluta T per unità di area superficiale e per unità di lunghezza d'onda è data dalla *legge di distribuzione di Planck* (1901): $$\boxed{E_{n\lambda}(T) = \frac{C_1}{\lambda^5 \left[exp(C_2 / \lambda T) - 1 \right]}} \qquad [\text{W/(m}^2\ \mu\text{m)}]$$ dove C_1 = 3.742·10^8 W μm^4 /m^2 e C_2 = 1.439·10^4 μm K • La lunghezza d'onda alla quale si ha il valore massimo per il potere emissivo monocromatico del corpo nero per una data temperatura è data dalla *legge dello spostamento di Wien* (1894) $$\boxed{(\lambda T)_{max\ \ potenza} = 2897.8\ \ \mu\text{m K}}$$ • La **funzione di radiazione del corpo nero**, f_λ, è la frazione di radiazione emessa dal corpo nero a temperatura T nella banda di lunghezze d'onda compresa tra 0 e λ (essa è normalmente tabellata in funzione di λT). $$\boxed{f_\lambda(T) \equiv \frac{\int_0^\lambda E_{n\lambda}(T)\, d\lambda}{\sigma T^4}}$$

PROPRIETA' RADIATIVE DEI MATERIALI

- L'irraggiamento è in generale un fenomeno volumetrico anche se per i materiali opachi (metalli, legno, mattoni, ecc.) è considerato un *fenomeno superficiale*.
- **l'emissività** emisferica totale (ε) di una superficie il rapporto tra la radiazione emessa dalla superficie e la radiazione emessa dal corpo nero alla stessa temperatura:

$$\boxed{\varepsilon(T) \equiv \frac{E(T)}{E_n(T)} = \frac{E(T)}{\sigma T^4}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{E(T) = \varepsilon(T)\sigma T^4}; \qquad \varepsilon(T) = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_\lambda(T) E_{n\lambda}(T)\, d\lambda}{\sigma T^4}$$

- La radiazione incidente su di una superficie per unità di area e di tempo è detta **irradiazione** e si indica con *G*. Quando la radiazione incide su di una superficie parte di essa è assorbita, parte riflessa e la restante parte, se c'è viene trasmessa.
- **Il coefficiente di assorbimento** emisferico totale (α) di una superficie (o di un materiale) è la frazione di radiazione incidente che viene assorbita dalla superficie

$$\boxed{\alpha \equiv \frac{G_{ass}}{G}}; \qquad \alpha = \frac{\int_0^\infty \alpha_\lambda G_\lambda\, d\lambda}{G}$$

- **Il coefficiente di riflessione** emisferico totale (ρ) di una superficie (o di un materiale) è la frazione di radiazione incidente che viene riflessa dalla superficie (riflessione speculare, riflessione diffusa e riflessione irregolare)

$$\boxed{\rho \equiv \frac{G_{rif}}{G}}; \qquad \rho = \frac{\int_0^\infty \rho_\lambda G_\lambda\, d\lambda}{G}$$

- **Coefficiente di trasmissione** emisferico totale (τ) di una superficie (o di un materiale) è la frazione di radiazione incidente che viene trasmessa dalla superficie

$$\boxed{\tau \equiv \frac{G_{tr}}{G}}; \qquad \tau = \frac{\int_0^\infty \tau_\lambda G_\lambda\, d\lambda}{G}$$

  Per superfici opache risulta: $\tau = 0$ e quindi $\alpha + \rho = 1$.
- Una superficie si dice **grigia** se le sue proprietà (emissività e coefficiente di assorbimento monocromatici) risultano indipendenti dalla lunghezza d'onda e *diffondente* se le sue proprietà (emissività e coefficiente di assorbimento direzionali) risultano indipendenti dalla direzione (si parla anche di superficie lambertiana). Si noti che una superficie grigia non è necessariamente opaca.

LA LEGGE DI KIRCHHOFF

- Per qualunque superficie l'emittenza monocromatica è uguale al coefficiente di assorbimento monocromatico (purché la temperatura della superficie non si discosti molto dalla temperatura della sorgente di radiazione):

$$\boxed{\varepsilon_\lambda(T) \equiv \alpha_\lambda(T)}$$

L'EFFETTO SERRA	• Il vetro e le plastiche trasparenti permettono alla radiazione solare (per la maggior parte radiazione luminosa) di entrare ed impediscono alla radiazione infrarossa di uscire, causando quindi un aumento della temperatura interna ad una serra.
LA RADIAZIONE SOLARE ED ATMOSFERICA	• La **costante solare** G_s rappresenta la potenza della *radiazione solare* che incide su una superficie normale ai raggi solari all'esterno dell'atmosfera quando la Terra è alla sua distanza media dal Sole: $\boxed{G_s \equiv 1353 \;\; \mathrm{W/m^2}}$ • La radiazione solare incidente sulla superficie terrestre è composta da una parte diretta G_D ed una parte diffusa G_d. L'energia solare totale incidente sull'unità di area di una superficie orizzontale sulla Terra è data da: $\boxed{G_{solare} \equiv G_D \cos\theta + G_d}$ [W/m²] dove t è l'angolo di incidenza della radiazione solare diretta (angolo che i raggi del sole formano con la normale alla superficie). • La radiazione atmosferica cioè quella emessa dall'atmosfera (principalmente dalle molecole di anidride carbonica e di vapore) verso la superficie terrestre è: $\boxed{G_{cielo} \equiv \sigma T_{cielo}^4}$ [W/m²] dove T_{cielo} (la temperatura efficace del cielo) varia da circa 230 K per condizioni di cielo chiaro e freddo a circa 285 K per condizioni di cielo nuvoloso e caldo. Notare che si considera l'atmosfera come un corpo nero anche se non lo è. • La potenza termica netta trasmessa per irraggiamento ad una superficie esposta alla radiazione solare ed alla radiazione atmosferica è determinata dal bilancio di energia: $\boxed{\dot{Q}_{netta,irr} = \alpha_s G_{solare} + \alpha G_{cielo} - E = \alpha_s G_{solare} + \varepsilon \sigma T_{cielo}^4 - \varepsilon \sigma T_s^4 = \alpha_s G_{solare} + \varepsilon \sigma \left(T_{cielo}^4 - T_s^4\right)}$ [W/m²]

IL FATTORE DI VISTA

- La trasmissione del calore per irraggiamento tra due superfici dipende, oltre che dalle proprietà radiative e dalle temperature delle due superfici, dall'*orientazione* relativa delle superfici. Per tener conto dell'effetto dell'orientazione sulla trasmissione del calore per irraggiamento tra due superfici, si definisce un nuovo parametro detto fattore di vista.
- Il **fattore di vista** tra una superficie i ed una superficie j, $F_{i\to j}$, è la frazione della radiazione emessa dalla superficie i che incide direttamente sulla superficie j. Questa grandezza dipende puramente dalle proprietà geometriche delle due superfici e non dipende né dalle proprietà radiative né dalla temperatura delle due superfici. I fattori di vista, per particolari geometrie, sono riportate in forma analitica in tabelle o in forma grafica.
- **Regola di reciprocità**: si può dimostrare che i due fattori di vista $F_{i\to j}$ ed $F_{i\to j}$ sono legati tra loro dalla relazione:

  $$\boxed{A_i\, F_{i\to j} = A_j\, F_{j\to i}}$$

  Questa relazione permette il calcolo di un fattore di vista noti che siano l'altro fattore di vista e le aree delle due superfici.
- **Regola della somma**: la somma dei fattori di vista della superficie di una cavità verso tutte le superfici della cavità, essa stessa inclusa, è uguale ad 1:

  $$\boxed{\sum_{j=1}^{N} F_{i\to j} = 1}$$

  Questa regola deriva dal principio di conservazione dell'energia; infatti, tutta la radiazione emessa dalla superficie i di una cavità deve essere intercettata dalle superfici della cavità stessa.
- **Regola della sovrapposizione**: il fattore di vista tra una superficie i ed una superficie j è uguale alla somma dei fattori di vista tra la superficie i e le parti componenti della superficie j:

  $$\boxed{F_{1\to 2} = F_{1\to 2'} + F_{1\to 2''}}$$

  Si noti che il viceversa non è vero.
- **Regola della simmetria**: se le superfici j e k sono simmetriche rispetto alla superficie i allora risulta:

  $$\boxed{F_{i\to j} = F_{i\to k}}$$

- **Metodo delle corde incrociate**: si applica quando lo scambio termico per irraggiamento avviene tra due superfici infinitamente lunghe

  $$\boxed{F_{i\to j} = \frac{\sum(\text{lunghezza corde incrociate}) - \sum(\text{lunghezza corde non incrociate})}{2\,(\text{lunghezza della corda sulla superficie } i)}}$$

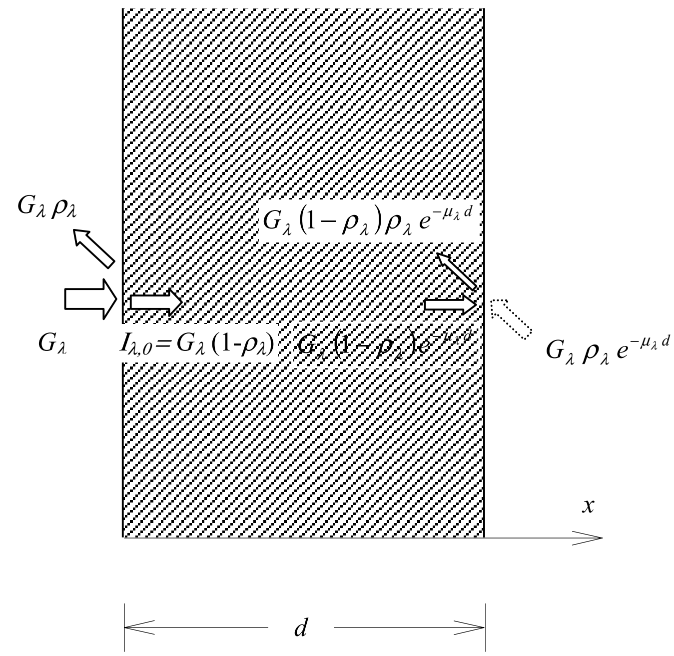
TRASMISSIONE DEL CALORE PER IRRAGGIAMENTO TRA SUPERFICI NERE	• La potenza termica *netta* trasmessa per irraggiamento dalla superficie *i* alla *j* è data dalla relazione: $\dot{Q}_{i\to j} = \begin{pmatrix}\text{radiazione che abbandona} \\ \text{la superficie } i \\ \text{e che incide sulla } j\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}\text{radiazione che abbandona} \\ \text{la superficie } j \\ \text{e che incide sulla } i\end{pmatrix} \Rightarrow \boxed{\dot{Q}_{i\to j} = A_i\, F_{i\to j}\, \sigma\left(T_i^4 - T_j^4\right)}$ [W] • La potenza termica *netta* trasmessa per irraggiamento da una superficie *i* di una cavità con *N* superfici è data da: $\boxed{\dot{Q}_i = \sum_{j=1}^{N} \dot{Q}_{i\to j} = \sum_{j=1}^{N} A_i\, F_{i\to j}\, \sigma\left(T_i^4 - T_j^4\right)}$ [W] Un valore negativo di $\dot{Q}_i$ indica che la trasmissione del calore per irraggiamento avviene verso la superficie *i* (la superficie *i* guadagna energia per irraggiamento invece di perderla).
TRASMISSIONE DEL CALORE PER IRRAGGIAMENTO TRA SUPERFICI GRIGIE, DIFFONDENTI ED OPACHE	• La **radiosità** *J* di una superficie è l'energia radiante totale che abbandona la superficie per unità di tempo e per unità di area. Per una superficie *i grigia*, *diffondente* ed *opaca* ($\varepsilon_i = \alpha_i$ e $\alpha_i + \rho_i = 1$) la radiosità può essere espressa come: $J_i = \begin{pmatrix}\text{radiazione emessa} \\ \text{dalla superficie } i\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\text{radiazione riflessa} \\ \text{dalla superficie } i\end{pmatrix} \Rightarrow \boxed{J_i = E_i + \rho_i\, G_i = \varepsilon_i\, E_{ni} + \left(1-\varepsilon_i\right) G_i}$ [W/m²] dove $E_{ni} = \sigma T_i^4$ è il *potere emissivo di corpo nero* della superficie *i* e G_i è l'*irradiazione* (cioè l'energia radiante incidente sulla superficie *i* per unità di tempo e per unità di area). La radiosità di un corpo nero è uguale al suo potere emissivo. • La potenza termica *netta* trasmessa per irraggiamento da una superficie *i grigia*, *opaca* e *diffondente* è data da: $\dot{Q}_i = \begin{pmatrix}\text{radiazione che abbandona} \\ \text{la superficie } i\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}\text{radiazione incidente} \\ \text{sulla superficie } i\end{pmatrix} \Rightarrow \boxed{\dot{Q}_i = A_i\left(J_i - G_i\right)}$ [W] e sfruttando la formula che fornisce la radiosità per ricavare G_i si ottiene: $\boxed{\dot{Q}_i = \frac{A_i\, \varepsilon_i}{1-\varepsilon_i}\left(E_{ni} - J_i\right) = \frac{E_{ni} - J_i}{R_i}}$ [W] Nell'equazione precedente la **resistenza superficiale** all'irraggiamento R_i è definita come: $\boxed{R_i \equiv \frac{1-\varepsilon_i}{A_i\, \varepsilon_i}}$ [m⁻²] • Per una superficie adiabatica (**superficie reirradiante**), essendo $\dot{Q}_i = 0$, si ha: $J_i = E_{ni} = \sigma T_i^4$

TRASMISSIONE DEL CALORE PER IRRAGGIAMENTO TRA SUPERFICI GRIGIE, DIFFONDENTI ED OPACHE	• La potenza termica *netta* trasmessa per irraggiamento dalla superficie *i* alla *j* è data dalla relazione: $$\dot{Q}_{i\to j} = \begin{pmatrix}\text{radiazione che abbandona}\\ \text{la superficie } i\\ \text{ed incide sulla } j\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}\text{radiazione che abbandona}\\ \text{la superficie } j\\ \text{ed incide sulla } i\end{pmatrix} \Rightarrow \boxed{\dot{Q}_{i\to j} = A_i\, F_{i\to j}\left(J_i - J_j\right)} \quad [\mathrm{W}]$$ e sfruttando la definizione di **resistenza spaziale** all'irraggiamento $$\boxed{R_{i\to j} = \frac{1}{A_i\, F_{i\to j}}} \quad [\mathrm{m}^{-2}]$$ l'equazione precedente può essere scritta in forma analoga alla legge di Ohm. • La potenza termica *netta* trasmessa per irraggiamento da una superficie *i* di una cavità con *N* superfici è data da: $$\boxed{\dot{Q}_i = \sum_{j=1}^{N} \dot{Q}_{i\to j} = \sum_{j=1}^{N} \frac{J_i - J_j}{R_{i\to j}}} \quad (i=1,\dots N)$$ $$\boxed{\frac{E_{ni} - J_i}{R_i} = \sum_{j=1}^{N} \frac{J_i - J_j}{R_{i\to j}}} \quad (i=1,\dots N)$$ • **Metodo matriciale**: per una cavità costituita da *N* superfici, l'insieme del primo gruppo di equazioni (per superfici con potenza termica nota) e/o l'insieme del secondo gruppo (per superfici con temperatura nota) costituisce un sistema di *N* equazioni algebriche lineari per la determinazione delle *N* radiosità incognite. Una volta calcolate le radiosità J_1, J_2, …, J_N le temperature e le potenze termiche superficiali incognite si possono calcolare con le equazioni precedenti. • **Metodo reticolare**: per una cavità costituita da *N* superfici, si disegna una resistenza superficiale per ciascuna delle superfici delle cavità e si connettono poi tali resistenze con resistenze spaziali. • La potenza termica netta trasmessa per irraggiamento tra due superfici che costituiscono una cavità vale: $$\boxed{\dot{Q}_{12} = \frac{E_{n1} - E_{n2}}{R_1 + R_{12} + R_3} = \frac{\sigma\left(T_1^4 - T_2^4\right)}{\frac{1-\varepsilon_1}{A_1\,\varepsilon_1} + \frac{1}{A_1\,F_{12}} + \frac{1-\varepsilon_2}{A_2\,\varepsilon_2}}}$$

GLI SCHERMI DI RADIAZIONE	• Lo scambio di calore per irraggiamento tra due superfici può essere ridotto notevolmente inserendo tra di esse sottili piastre o gusci molto riflettenti (a bassa emissività) detti **schermi di radiazione**. • La potenza termica scambiata per irraggiamento tra due piastre parallele infinitamente grandi separate da uno schermo è data da: $$\dot{Q}_{12,1\ \text{schermo}} = \frac{E_{n1} - E_{n2}}{\frac{1-\varepsilon_1}{A_1\,\varepsilon_1} + \frac{1-\varepsilon_2}{A_2\,\varepsilon_2} + \frac{1}{A_1\,F_{12}} + \frac{1-\varepsilon_{3,1}}{A_3\,\varepsilon_{3,1}} + \frac{1-\varepsilon_{3,2}}{A_3\,\varepsilon_{3,2}} + \frac{1}{A_3\,F_{32}} + \frac{1-\varepsilon_2}{A_2\,\varepsilon_2}} = \frac{A\,\sigma\left(T_1^4 - T_2^4\right)}{\left(\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right) + \left(\frac{1}{\varepsilon_{3,1}} + \frac{1}{\varepsilon_{3,2}} - 1\right)}$$ Nel caso di *N* schermi ed emissività delle superfici tutte uguali si ha: $$\boxed{\dot{Q}_{12,N\ \text{schermi}} = \frac{A\,\sigma\left(T_1^4 - T_2^4\right)}{\left(N+1\right)\left(\frac{1}{\varepsilon} + \frac{1}{\varepsilon} - 1\right)}}$$ Quando tutte le emissività sono uguali, 1 schermo riduce a metà la potenza termica scambiata per irraggiamento e 9 schermi la riducono ad un decimo di quella che sarebbe stata scambiata senza schermi.
INFLUENZA DELL'IRRAGGIA-MENTO SULLE MISURE DI TEMPERATURA	• Quando un termometro è posto in un fluido, in condizioni stazionarie ed in assenza di irraggiamento con le superfici che lo circondano, la sua temperatura si porta alla temperatura del fluido. In presenza di irraggiamento ed in condizioni stazionarie il valore della temperatura finale alla quale si porta il termometro sarà intermedio tra quello del fluido e quello delle superfici. $$\dot{q}_{conv,\text{al sensore}} = \dot{q}_{irr,\text{dal sensore}} \;\Rightarrow\; \alpha\left(T_f - T_{ter}\right) = \varepsilon_{ter}\,\sigma\left(T_{ter}^4 - T_s^4\right) \;\Rightarrow\; \boxed{T_f = T_{ter} + \frac{\varepsilon_{ter}\,\sigma\left(T_{ter}^4 - T_s^4\right)}{\alpha}}$$ La correzione dovuta all'influenza dell'irraggiamento è tanto minore quanto maggiore è il coefficiente di scambio per convezione e quanto minore è l'emissività del sensore. Il sensore andrebbe perciò verniciato con un materiale ad alto coefficiente di riflessione (cioè a bassa emissività).

ESERCIZIO N. 1

Si consideri una lastra di vetro trasparente di spessore *d*. Determinare l'espressione del coefficiente di assorbimento monocromatico.



Soluzione

Quando una radiazione monocromatica di intensità $I_{\lambda,0}$ passa attraverso uno strato di vetro di spessore *d*, l'assorbimento di energia raggiante in uno spessore infinitesimo *dx* è fornito dalla relazione:

$$dI_{\lambda,x} = -\mu_\lambda I_{\lambda,x}\, dx$$

dove: $I_{\lambda,x}$ è l'intensità di radiazione alla distanza x;

μ_λ è il coefficiente di estinzione monocromatico per assorbimento o sezione d'urto.

Integrando questa equazione differenziale all'interno di tutto lo spessore *d* si ottiene:

$$I_{\lambda,d} = I_{\lambda,0}\, e^{-\mu_\lambda d}$$

Il coefficiente di assorbimento è la frazione di radiazione termica incidente che viene assorbita all'interno del mezzo. La frazione di radiazione incidente che attraversa la faccia $x = 0$ è uguale a quella che non viene riflessa, $I_{\lambda,0} = G_\lambda\, (1-\rho_\lambda)$ (vedi figura). Di questa frazione, solo una parte viene assorbita al primo attraversamento e precisamente la quota $G_\lambda\, (1-\rho_\lambda)\left(1-e^{-\mu_\lambda d}\right)$. Per determinare l'energia che viene assorbita in totale bisogna però aggiungere la parte di radiazione che viene riflessa dalla superficie $x = d$ e che a sua volta viene assorbita. L'intensità di radiazione riflessa in corrispondenza della faccia $x = d$ vale $G_\lambda (1-\rho_\lambda)\rho_\lambda e^{-\mu_\lambda d}$; in pratica, è equivalente all'avere un irraggiamento dall'esterno di intensità pari a $G_\lambda\, \rho_\lambda\, e^{-\mu_\lambda d}$ (vedi figura). Supponendo di conoscere il coefficiente di assorbimento monocromatico, la frazione di energia assorbita a partire dalla seconda riflessione in poi risulta pari a $G_\lambda\,\rho_\lambda\,e^{-\mu_\lambda d}\,\alpha_\lambda$. L'energia che in totale viene assorbita è la somma dei due contributi $G_\lambda\left(1-\rho_\lambda\right)\left(1-e^{-\mu_\lambda d}\right)+G_\lambda\,\rho_\lambda\,e^{-\mu_\lambda d}\,\alpha_\lambda$. Il coefficiente di assorbimento monocromatico risulta quindi:

$$\alpha_\lambda=\frac{G_\lambda\left(1-\rho_\lambda\right)\left(1-e^{-\mu_\lambda d}\right)+G_\lambda\,\rho_\lambda\,e^{-\mu_\lambda d}\,\rho_\lambda\,\alpha_\lambda}{G_\lambda}\;\Rightarrow\;\alpha_\lambda=\frac{\left(1-\rho_\lambda\right)\left(1-e^{-\mu_\lambda d}\right)}{1-\rho_\lambda\,e^{-\mu_\lambda d}}$$

Nel caso che il coefficiente di estinzione μ_λ risulti relativamente grande si ha assorbimento immediato ed il mezzo viene detto *opaco*:

$$\alpha_\lambda\cong 1-\rho_\lambda$$

Se il coefficiente di riflessione è nullo si ottiene:

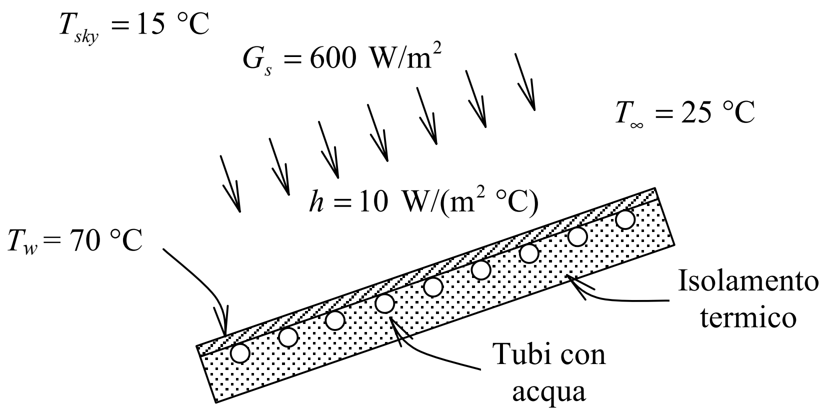
$$\alpha_\lambda\cong 1-e^{-\mu_\lambda d}$$

che corrisponde al caso di irraggiamento in uno strato di gas di spessore *d*.

Se il coefficiente di riflessione è uguale ad 1 allora il coefficiente di assorbimento risulta nullo e la superficie del mezzo in esame si comporta come uno *specchio*.

ESERCIZIO N. 2

La superficie assorbente di un collettore solare di alluminio è stata opportunamente trattata in modo che il coefficiente di assorbimento solare α_s fosse uguale a 0.9 e l'emissività ε fosse 0.1. L'energia solare incidente sulla superficie è uguale a 600 W/m^2. La temperatura dell'aria e quella efficace del cielo sono rispettivamente 25 °C e 15 °C, mentre il coefficiente di scambio termico convettivo risulta pari a 10 W/m^2. Nell'ipotesi che la temperatura superficiale della piastra assorbente sia uguale a 70 °C, si determini il flusso termico che la piastra cede in condizioni stazionarie all'acqua che circola nei tubi a contatto con esso.



Soluzione

La piastra di alluminio riceve calore per irraggiamento solare e cede calore per irraggiamento verso il cielo, per convezione con l'aria esterna e per conduzione+convezione con l'acqua che scorre all'interno dei tubi. Dal bilancio di energia, in condizioni stazionarie risulta:

$$q''_{solare} + q''_{conv} + q''_{irr} + q''_{water} = 0$$

Il flusso termico solare assorbito dalla piastra vale:

$$q''_{solare} = -\alpha_s\, G_s = -540 \text{ W/m}^2$$

dove si è assunto il segno negativo per il calore assorbito. Il flusso termico scambiato per irraggiamento con il cielo è, invece, dato da:

$$q''_{irr} = \varepsilon_w\, \sigma \left(T_w^4 - T_{sky}^4\right) = 39.5 \text{ W/m}^2$$

Infine, il flusso termico scambiato per convezione risulta:

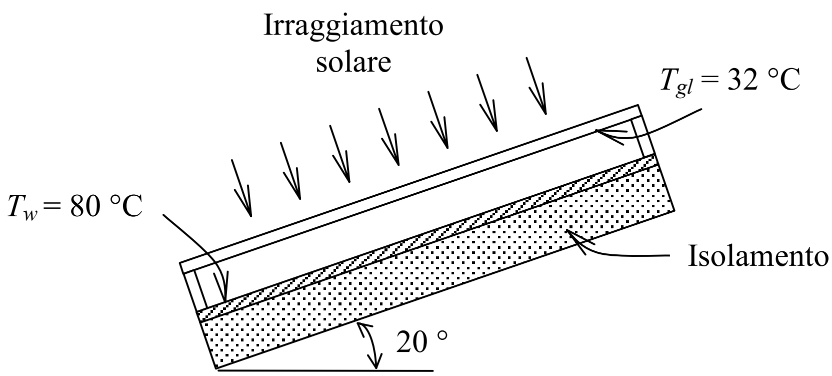
$$q''_{conv} = h\left(T_w - T_\infty\right) = 450 \text{ W/m}^2$$

Il flusso termico disponibile per l'acqua che attraversa l'interno dei tubi posti a contatto con la piastra di alluminio vale quindi:

$$q''_{water} = -q''_{solare} - q''_{conv} - q''_{irr} = 50.5 \text{ W/m}^2$$

ESERCIZIO N. 3

Un collettore solare , largo 3 m ed alto 1.5 m è inclinato di un angolo di 20 ° rispetto al piano orizzontale. La parte posteriore della piastra assorbente è termicamente isolata. La cavità formata tra la copertura di vetro e la piastra assorbente è di 3 cm ed è riempita di aria alla pressione atmosferica . La piastra assorbente e la copertura di vetro sono mantenute alla temperatura di 80 °C e 32 °C, rispettivamente. L'emissività della superficie di vetro è 0.9 e quella della piastra assorbente è 0.8. Determinare la potenza termica persa dalla piastra assorbente per convezione naturale e per irraggiamento.



Soluzione

Si tratta di una cavità a forma di parallelepipedo leggermente inclinata rispetto all'orizzontale. Le proprietà dell'aria che riempie la cavità alla pressione atmosferica possono essere valutate alla temperatura media di 56 °C (329.15 K):

$\lambda = 0.0283$ W/(m K)

$\nu = 1.86 \cdot 10^{-5}$ m^2/s

Pr = 0.708

$$\beta = \frac{1}{T_m} = \frac{1}{329.15} = 3.038 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$$

Il numero di Rayleigh, corretto per il fattore $\cos\theta$ che tiene conto dell'effetto dell'inclinazione rispetto al piano orizzontale, vale:

$$Ra = \frac{g \cos\theta \, \beta \left(T_w - T_{gl}\right)\delta^3}{\nu^2} \text{Pr} = 74280.3$$

Il coefficiente di scambio termico si ricava dall'apposita correlazione:

$$Nu = 0.212\, Ra^{0.25} \quad \Rightarrow \quad \alpha = \frac{\lambda}{\delta} 0.212\, Ra^{0.25} = 3.3 \text{ W/(m}^2\text{ K)}$$

La potenza termica scambiata per convezione naturale può quindi essere calcolata mediante la seguente formula:

$$\dot{Q}_{conv} = \alpha\, A\left(T_w - T_{gl}\right) = 713 \text{ W}$$

Trascurando gli effetti di bordo, la potenza termica scambiata per irraggiamento può essere determinata utilizzando la formula relativa all'irraggiamento tra due piastre infinitamente estese:

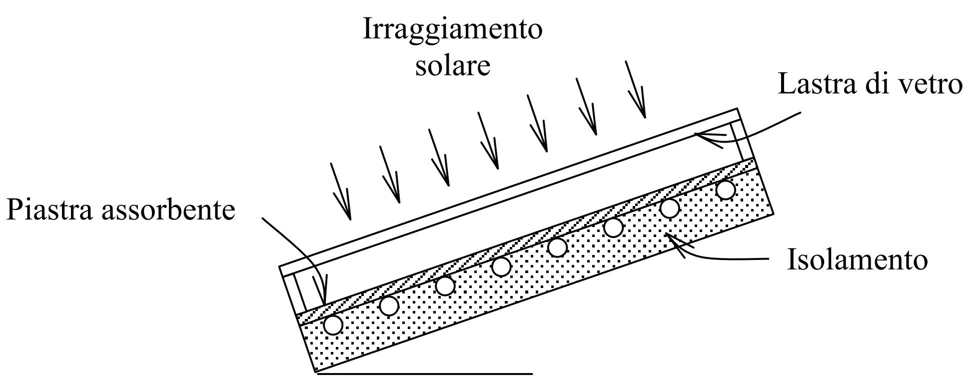
$$\dot{Q}_{irr} = \frac{A\,\sigma\left(T_w^4 - T_{gl}^4\right)}{\dfrac{1}{\varepsilon_w} + \dfrac{1}{\varepsilon_{gl}} - 1} = 1290 \text{ W}$$

ESERCIZIO N. 4

Si consideri un collettore solare a piastra piana come quello mostrato in figura. Si conoscono le seguenti grandezze:

- l'energia solare, G_s;
- il coefficiente di assorbimento solare della lastra di copertura in vetro, $\alpha_{v,s}$;
- il coefficiente di trasmissione della lastra di copertura alla radiazione solare, $\tau_{v,s}$;
- il coefficiente di assorbimento della piastra assorbente alla radiazione solare, $\alpha_{a,s}$;
- l'emissività del piastra di copertura e della piastra assorbente, ε_v e ε_a rispettivamente;
- il coefficiente di scambio termico convettivo all'interno della cavità (basato sulla differenza di temperatura $T_a - T_v$), h_i;
- il coefficiente di scambio termico tra la lastra di copertura e l'aria ambiente, h_e;
- la temperatura della piastra assorbente, T_a ;
- la temperatura dell'aria ambiente, T_e ;
- la temperatura efficace del cielo, T_{cielo} .

Assumendo che i tubi di refrigerazione della piastra assorbente siano perfettamente isolati nella parte posteriore, sviluppare le espressioni che dovrebbero essere usate per ottenere la potenza termica che si rende disponibile per il riscaldamento dell'acqua nei tubi, in condizioni stazionarie.



Soluzione

La lastra di vetro lascia passare solo una parte di energia solare incidente; precisamente la quantità $\tau_{v,s}\, G_s$. L'energia solare non trasmessa dalla lastra viene in parte riflessa ($\approx 10\%$) ed in parte assorbita ($\approx 10\%$). Il flusso termico dovuto all'irraggiamento solare che viene assorbito in modo diretto dalla piastra è solo una frazione di quello trasmesso dalla lastra di vetro; precisamente:

$$q''_{a,solare} = -\alpha_{a,s}\, \tau_{v,s}\, G_s$$

Una parte della radiazione solare che incide sulla superficie assorbente è riflessa. Questa frazione potrebbe a sua volta subire riflessione sulla lastra di vetro e quindi reincidere sulla piastra in modo indiretto. La frazione di energia solare che viene assorbita dalla piastra a seguito di riflessioni multiple risulta però, generalmente, trascurabile rispetto alla frazione assorbita in modo diretto.

La piastra assorbente, inoltre, scambia calore con la lastra di vetro per convezione e per irraggiamento. Lo scambio termico per irraggiamento può essere determinato considerando le due superfici opache, grigie e diffondenti. Infatti, anche se il vetro si può pensare pressoché trasparente alla radiazione solare, esso si comporta come una superficie opaca nei confronti della radiazione termica proveniente da sorgenti che si trovano a temperatura non molto lontana da quella ambiente (vedi effetto serra). Il flusso termico scambiato per irraggiamento può essere calcolato mediante la seguente formula (valida nel caso che la distanza tra le due piastre sia molto minore rispetto alla dimensione trasversale):

$$q''_{a,irr} = \frac{\sigma\left(T_a^4 - T_v^4\right)}{\dfrac{1}{\varepsilon_a} + \dfrac{1}{\varepsilon_v} - 1}$$

Infine, il flusso termico scambiato per convezione risulta:

$$q''_{a,conv} = h_i\left(T_a - T_v\right)$$

dove il coefficiente di scambio termico convettivo, supposto noto, deve essere determinato dall'apposita correlazione per circolazione naturale.

Il bilancio di energia applicato alla piastra assorbente porta ad ottenere la seguente equazione:

$$q''_{a,solare} + q''_{a,conv} + q''_{a,irr} + q''_{a,water} = 0$$

La lastra di vetro assorbe calore per convezione all'interno della cavità, per irraggiamento con la piastra assorbente, nonché per irraggiamento solare:

$$q''_{v,solare} = -\alpha_{v,s}\, G_s$$

Inoltre, la lastra cede calore per irraggiamento all'esterno

$$q''_{v,irr} = \varepsilon_v\, \sigma\left(T_v^4 - T_{cielo}^4\right)$$

e per convezione verso l'esterno:

$$q''_{v,conv} = h_e\left(T_v - T_e\right)$$

Il bilancio di energia eseguito sulla lastra di vetro fornisce:

$$q''_{v,solare} + q''_{v,conv} - q''_{a,conv} + q''_{v,irr} - q''_{a,irr} = 0$$

$$-\alpha_{v,s}\, G_s + h_e\left(T_v - T_e\right) - h_i\left(T_a - T_v\right) + \varepsilon_v\, \sigma\left(T_v^4 - T_{cielo}^4\right) - \frac{\sigma\left(T_a^4 - T_v^4\right)}{\dfrac{1}{\varepsilon_a} + \dfrac{1}{\varepsilon_v} - 1} = 0$$

Da quest'ultima equazione è possibile ricavare iterativamente la temperatura del vetro. Nota la temperatura del vetro, dall'equazione di bilancio dell'energia per la piastra assorbente, è infine possibile ricavare la potenza termica che si rende disponibile per il riscaldamento dell'acqua:

$$q''_{a,water} = \alpha_{a,s}\, \tau_{v,s}\, G_s - h_i \left(T_a - T_v\right) - \frac{\sigma\left(T_a^4 - T_v^4\right)}{\dfrac{1}{\varepsilon_a} + \dfrac{1}{\varepsilon_v} - 1}$$