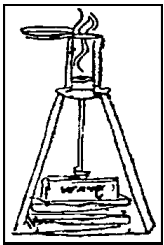
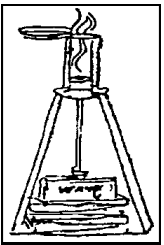


Scambi di Lavoro nelle Turbomacchine

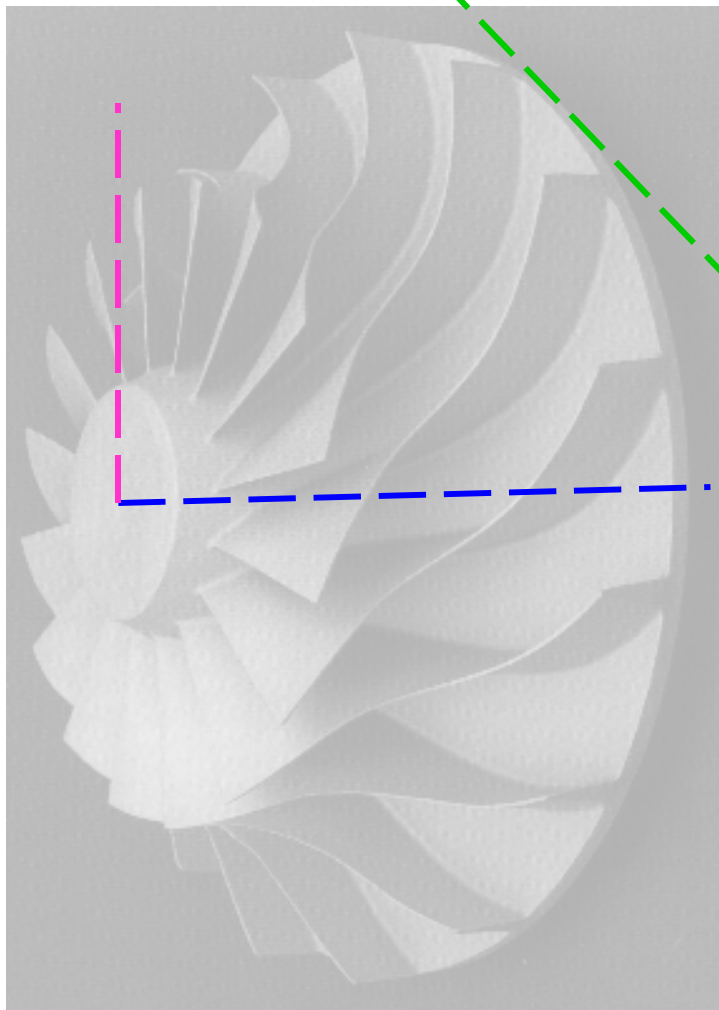


Il rotore

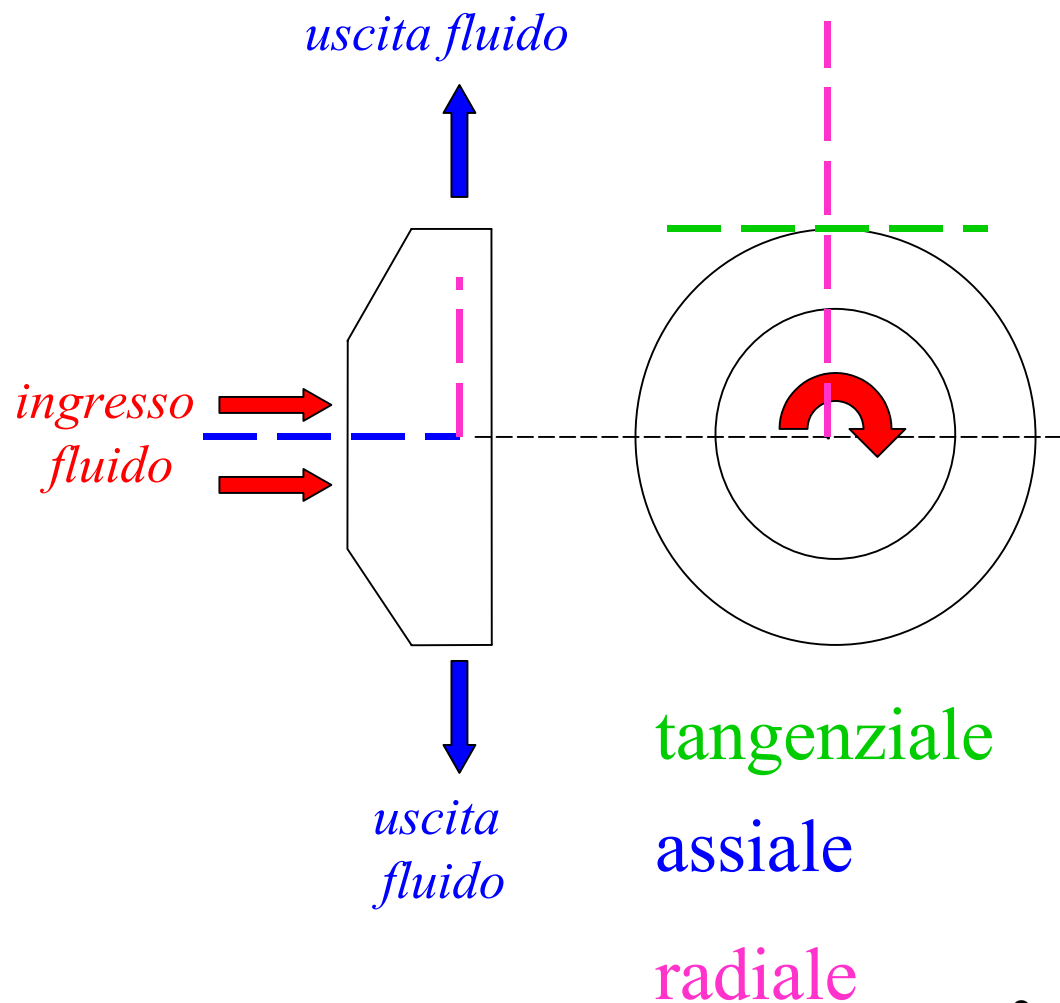
- Lo scambio di lavoro in una turbomacchina richiede la presenza di un organo mobile detto rotore, che ruota attorno ad un asse.
- Il flusso può assumere andamenti diversi per le varie tipologie di macchine.
- Un criterio razionale di caratterizzazione è basato sull'analisi delle componenti dei vettori velocità in relazione alle direzioni assiali, radiali e tangenziali.

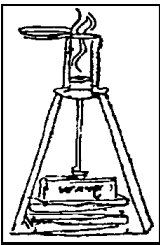


Componenti del vettore velocità



Viste del rotore:



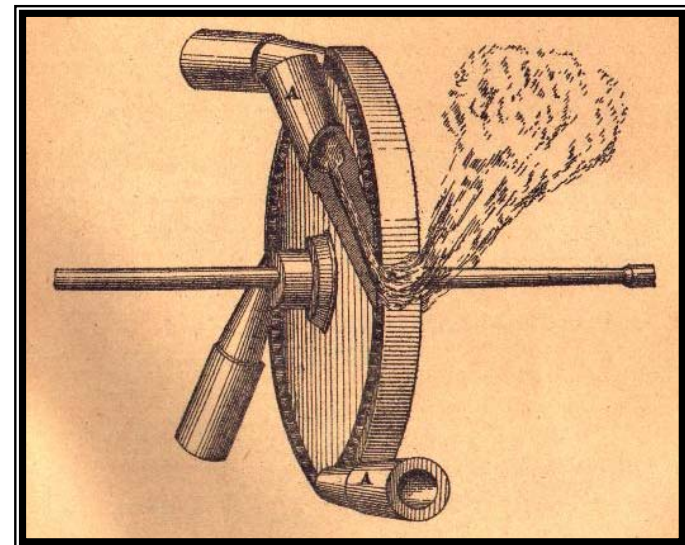


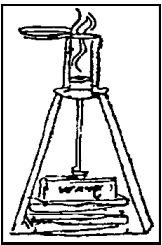
Primi esempi di condotti rotorici

- Nel Mulinello di Erone il fluido entrava nel rotore in direzione assiale, alla minima distanza dall'asse, e ne usciva in direzione tangenziale, da due condotti simmetrici alla massima distanza dall'asse.



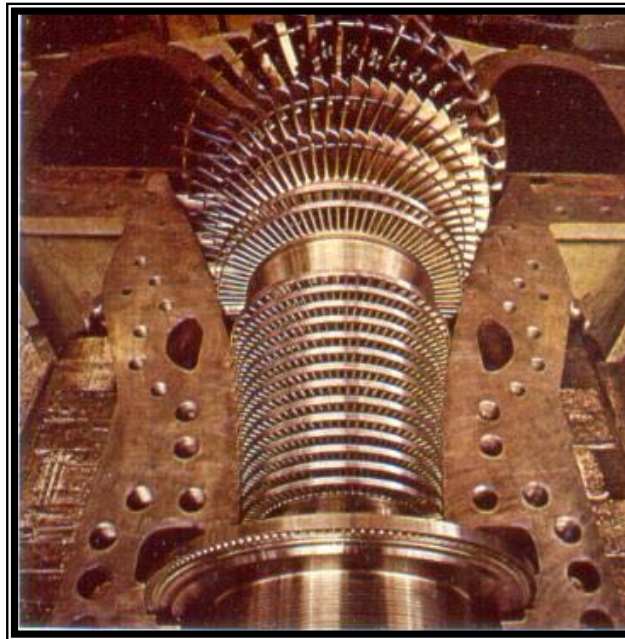
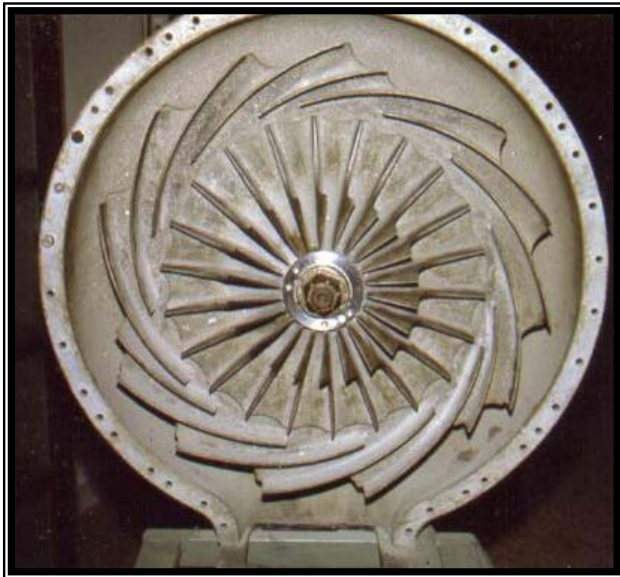
- Nella ruota ad azione di De Laval il fluido, accelerato da ugelli fissi (statore) disposti simmetricamente, entra nel rotore con una forte componente tangenziale, che è soggetta ad una notevole deviazione, e con una sensibile componente assiale, legata alla portata. Le componenti radiali sono invece trascurabili.

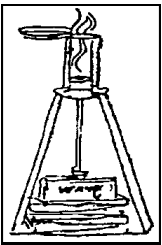




Esempi moderni di rotori

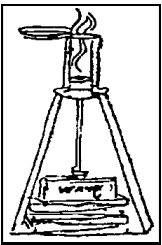
- In questo compressore radiale il fluido entra in direzione assiale, al raggio minimo, ed esce al raggio massimo con componenti radiali e tangenziali.
- In questa turbina a vapore si susseguono diversi stadi a flusso assiale, composti da uno statore e da un rotore. Le componenti radiali sono trascurabili, eccetto che nella zona di bassa pressione.
- In questa turbina idraulica Francis il flusso è centripeto, con ingresso in direzione radiale-assiale ed uscita prevalentemente assiale.



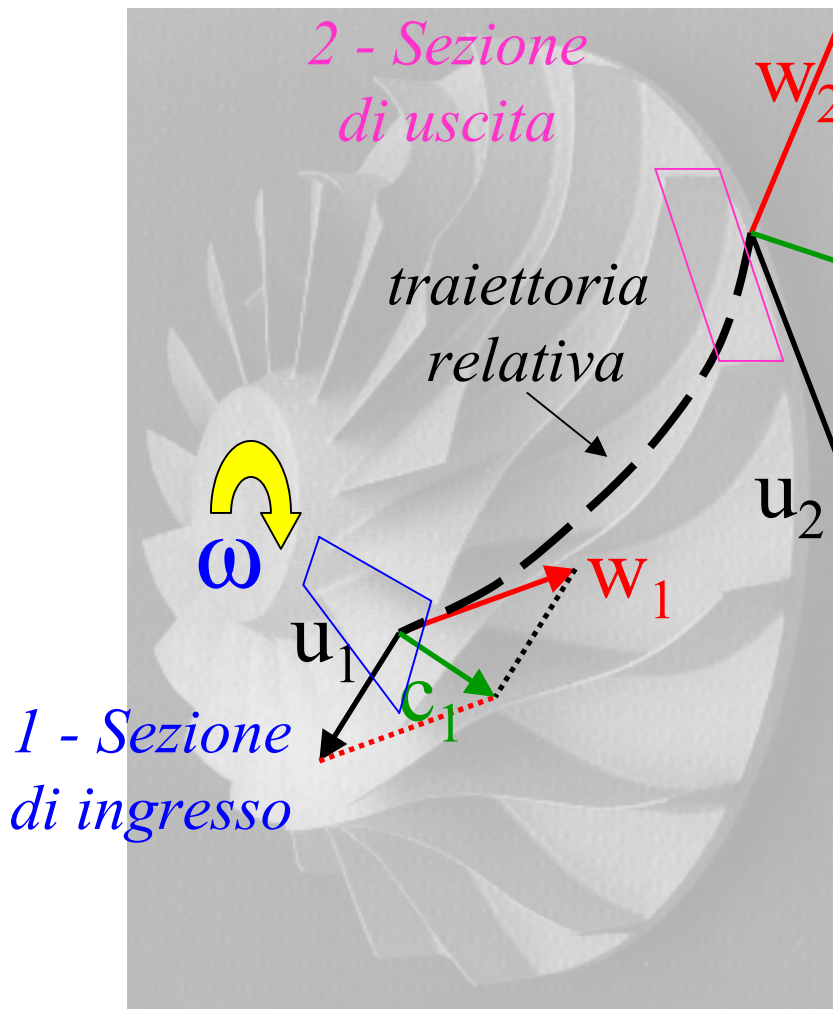


Componenti del vettore velocità

- **Tangenziale:**
 - E' l'unica componente che ha un momento rispetto all'asse di rotazione.
 - E' legata alle variazioni del momento della quantità di moto e agli scambi di lavoro.
 - Nelle macchine tangenziali è proporzionale alla portata di fluido.
- **Radiale:**
 - E' proporzionale alla portata nella macchine radiali.
- **Assiale:**
 - E' proporzionale alla portata nelle macchine assiali.
 - Le variazioni di velocità e di quantità di moto in direzione assiale determinano le "Spinte assiali" sul rotore.



Moto relativo ed assoluto



Velocità di rotazione: ω

Velocità di trascinamento: $u=r\omega$

Velocità relativa: w

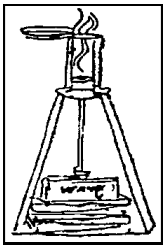
Velocità assoluta: c

In termini vettoriali:

$$\mathbf{c} = \mathbf{w} + \mathbf{u}$$

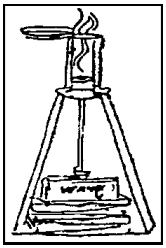
la velocità w è tangente alla traiettoria relativa

*la velocità u è ortogonale al raggio
(distanza tra il punto e l'asse di rotazione)*



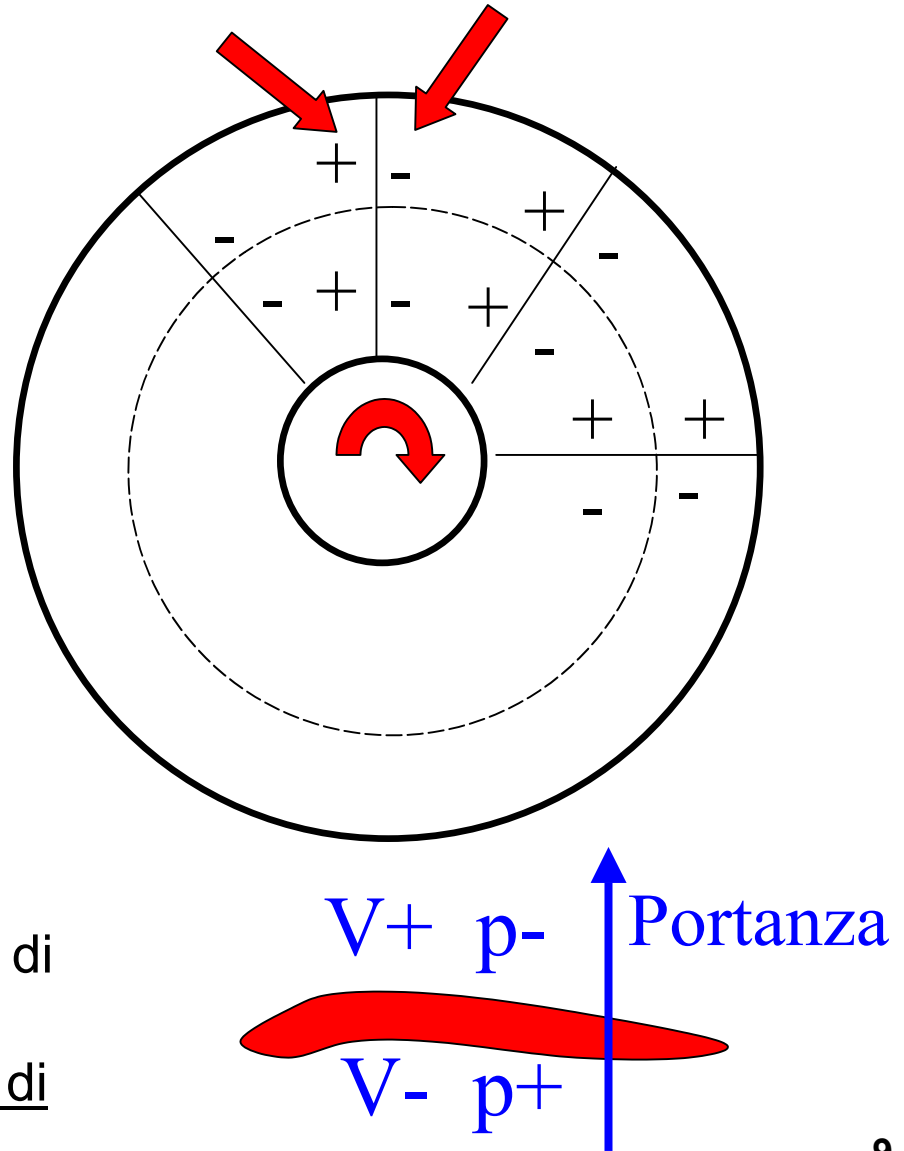
Ipotesi

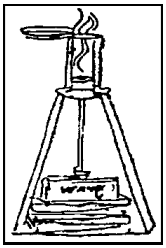
- **Flusso monodimensionale:**
 - le velocità sono costanti nella sezione;
 - tutte le grandezze funzione delle velocità (quantità di moto, energia cinetica...) sono costanti per ogni sezione.
- **Flusso stazionario:**
 - le derivate rispetto al tempo sono zero;
 - non c'è accumulo di massa o energia nei volumi di controllo.



I limiti della ipotesi di flusso monodimensionale

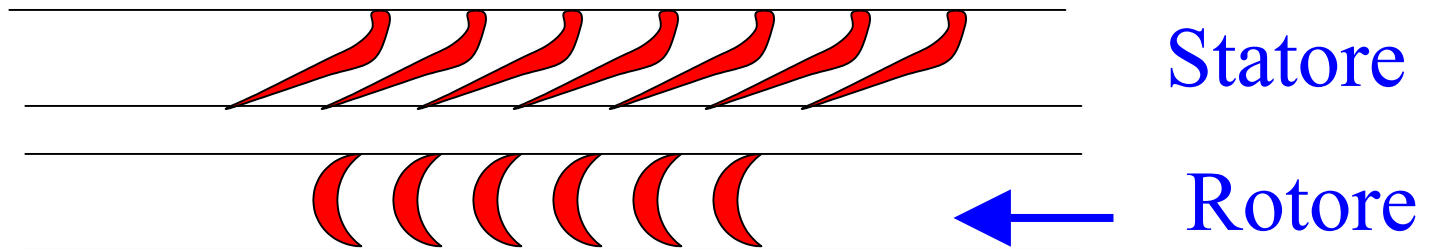
- Consideriamo un rotore di una macchina motrice, con pale radiali.
- La coppia motrice è generata dal momento delle forze esercitate tra fluido e pale, dovute ad una differenza di pressione tra le due facce di ogni pala. In modo simile si genera la portanza in un'ala di aereo.
- La differenza di pressione, a parità di raggio, implica una differenza di velocità, in contrasto con l'assunto di flusso monodimensionale.

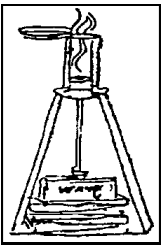




Limiti della ipotesi di stazionarietà

- In una macchina multistadio, anche nelle ipotesi di condizioni al contorno stazionarie (portata, pressioni), il flusso in uscita dallo statore risente dell'effetto dello spessore delle pale.
- Il flusso in ingresso al rotore è quindi caratterizzato da fluttuazioni periodiche del campo di velocità.
- Il fenomeno si ripete ad ogni stadio.





L'equazione di Eulero

- Scambio di lavoro per un organo rotante attorno ad un asse:

**Impulso delle coppie esterne =
Variazione del momento della quantità di moto**

$$C\Delta t = \Delta(\mathbf{mc} \times \mathbf{r}) = (\mathbf{mc} \times \mathbf{r})_1 - (\mathbf{mc} \times \mathbf{r})_2 =$$

$$= m_1 c_{1u} r_1 - m_2 c_{2u} r_2 \quad \text{Solo la componente tangenziale contribuisce al momento}$$

$$\Delta t = 1 \quad \Rightarrow \quad m = \dot{m} \quad \text{per un intervallo di tempo unitario}$$

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 \quad \text{per la continuità (ipotesi di stazionarietà)}$$

$$C = \dot{m}(c_{1u} r_1 - c_{2u} r_2)$$

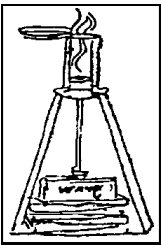
$$u = r\omega \quad \text{introducendo la velocità di trascinamento}$$

$$C\omega = \dot{m}(c_{1u} u_1 - c_{2u} u_2) \quad \text{e moltiplicando ambo i termini per } \omega$$

$$C\omega = P = \dot{m}L \quad \begin{array}{l} P = \text{potenza scambiata tra fluido e macchina} = \\ \text{portata massica per lavoro specifico} \end{array}$$

$$L = c_{1u} u_1 - c_{2u} u_2$$

$$\text{Energia per unità di massa (lavoro specifico)} \\ \text{scambiata tra fluido e macchina (Equazione di Eulero)} \quad 11$$



Equazione di Eulero

$$L = c_{1u}u_1 - c_{2u}u_2$$

- Il lavoro scambiato tra fluido e macchina dipende soltanto dalle componenti del vettore velocità nelle sezioni di ingresso e di uscita del rotore.
- Il lavoro dipende dalla variazione della componente tangenziale, dalla velocità angolare e dalla variazione del raggio.

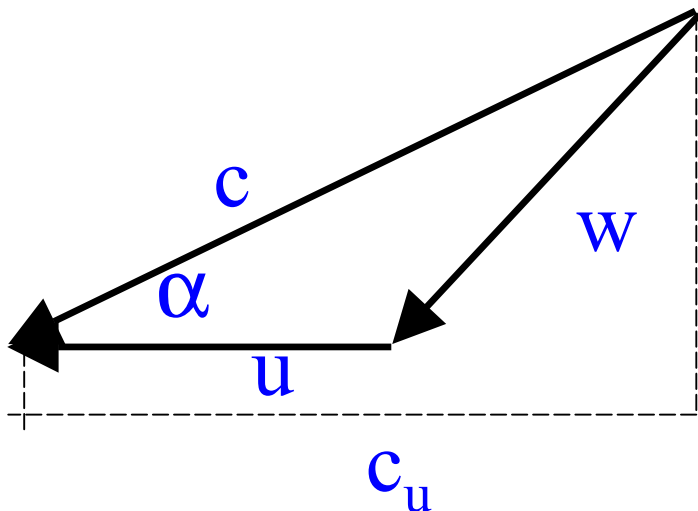
Dal teorema di Carnot:

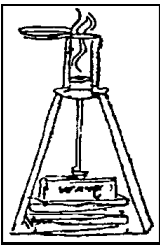
$$w^2 = c^2 + u^2 - 2cu \cos(\alpha) = c^2 + u^2 - 2c_u u$$

$$c_u u = \frac{c^2}{2} + \frac{u^2}{2} - \frac{w^2}{2}$$

Sostituendo:

$$L = \frac{(c_1^2 - c_2^2)}{2} + \frac{(u_1^2 - u_2^2)}{2} - \frac{(w_1^2 - w_2^2)}{2}$$

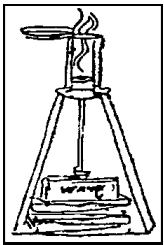




Implicazioni dell'equazione di Eulero

$$L = \frac{(c_1^2 - c_2^2)}{2} + \frac{(u_1^2 - u_2^2)}{2} - \frac{(w_1^2 - w_2^2)}{2}$$

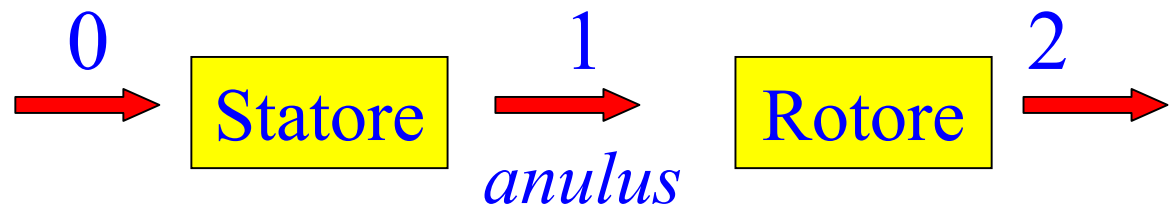
- Per massimizzare lo scambio di energia in una macchina motrice ($L > 0$), si dovrebbe realizzare:
 - flusso centripeto ($u_1 > u_2$);
 - c_1 elevata: prima dell'ingresso nel rotore, il fluido deve essere accelerato in un condotto fisso (statore);
 - c_2 limitata (un valore nullo non permetterebbe di smaltire la portata).
- Per massimizzare lo scambio di energia in una macchina operatrice ($L < 0$), si dovrebbe realizzare:
 - flusso centrifugo ($u_1 < u_2$);
 - c_1 limitata (un valore nullo non permetterebbe di smaltire la portata);
 - c_2 elevata: all'uscita del rotore, il fluido deve essere decelerato in un condotto fisso (statore) che ne aumenti la pressione.
- NB: non è possibile imporre una ulteriore condizione sul valore delle w , essendo le tre componenti legate dalla relazione $\mathbf{c} = \mathbf{u} + \mathbf{w}$.



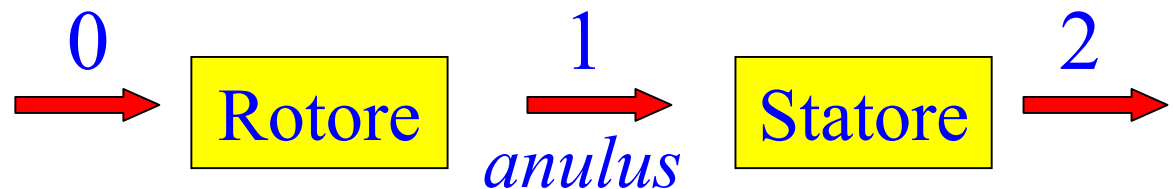
Lo stadio

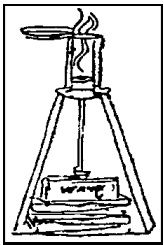
- Si definisce **stadio** l'insieme formato da statore+rotore (macchina motrice) o rotore+statore (macchina operatrice).
- Lo spazio eventuale tra statore e rotore è detto anulus.

**Stadio di
Macchina
Motrice**



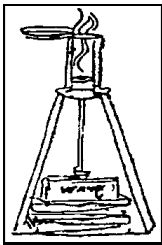
**Stadio di
Macchina
Operatrice**





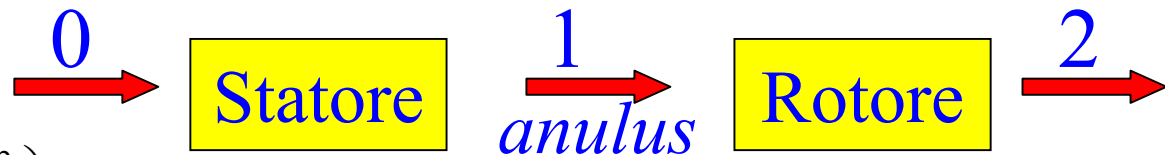
Macchine assiali e radiali

- In base all'equazione di Eulero, tutte le macchine dovrebbero avere un flusso **radiale**, centripeto (motrici) o centrifugo (operatrici).
- Esistono limiti alla energia trasferibile in uno stadio, e che possono richiedere l'uso di macchine **multi-stadio**.
- La disposizione multi-stadio è più agevole per le macchine a flusso assiale rispetto alle macchine radiali. E' il motivo principale per cui si realizzano macchine assiali.



Trasformazioni in uno stadio di macchina motrice

- Applicando l'equazione dell'energia in forma termodinamica (flusso adiabatico, variazioni dei termini di quota trascurabili) :



$$L = (h_0 - h_2) + \left(\frac{c_0^2}{2} - \frac{c_2^2}{2} \right) \quad 0-2 \text{ stadio}$$

$$L = 0 = (h_0 - h_1) + \left(\frac{c_0^2}{2} - \frac{c_1^2}{2} \right) \quad 0-1 \text{ statore: condotto fisso, } L=0$$

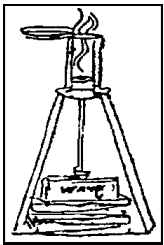
$$L = (h_1 - h_2) + \left(\frac{c_1^2}{2} - \frac{c_2^2}{2} \right) \quad 1-2 \text{ rotore: } L=\text{lavoro dello stadio}$$

$$L = \frac{(c_1^2 - c_2^2)}{2} + \frac{(u_1^2 - u_2^2)}{2} - \frac{(w_1^2 - w_2^2)}{2} \quad \text{Equazione di Eulero}$$

Termine cinetico
Termine potenziale

$$(h_1 - h_2) = \left(\frac{u_1^2}{2} - \frac{u_2^2}{2} \right) - \left(\frac{w_1^2}{2} - \frac{w_2^2}{2} \right)$$

Combinando, si ottiene la
variazione di entalpia nel rotore



Grado di reazione

- Si definisce Grado di Reazione **R** il rapporto tra la variazioni di entalpia nel rotore e la variazione di entalpia nell'intero stadio:

$$L = (h_0 - h_2) + \left(\frac{c_0^2}{2} - \frac{c_2^2}{2} \right) \quad \text{Intero stadio}$$

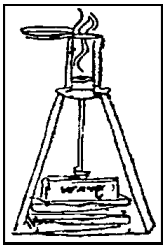
$$(h_0 - h_2) = L - \left(\frac{c_0^2}{2} - \frac{c_2^2}{2} \right) =$$

$$= \left(\frac{c_1^2}{2} - \frac{c_2^2}{2} \right) + \left(\frac{u_1^2}{2} - \frac{u_2^2}{2} \right) - \left(\frac{w_1^2}{2} - \frac{w_2^2}{2} \right) - \left(\frac{c_0^2}{2} - \frac{c_2^2}{2} \right) = \left(\frac{c_1^2}{2} - \frac{c_0^2}{2} \right) + \left(\frac{u_1^2}{2} - \frac{u_2^2}{2} \right) - \left(\frac{w_1^2}{2} - \frac{w_2^2}{2} \right)$$

$$(h_1 - h_2) = \left(\frac{u_1^2}{2} - \frac{u_2^2}{2} \right) - \left(\frac{w_1^2}{2} - \frac{w_2^2}{2} \right) \quad \text{Rotore}$$

$$R = \frac{(h_1 - h_2)}{(h_0 - h_2)} = \frac{\left(\frac{u_1^2}{2} - \frac{u_2^2}{2} \right) - \left(\frac{w_1^2}{2} - \frac{w_2^2}{2} \right)}{\left(\frac{c_1^2}{2} - \frac{c_0^2}{2} \right) + \left(\frac{u_1^2}{2} - \frac{u_2^2}{2} \right) - \left(\frac{w_1^2}{2} - \frac{w_2^2}{2} \right)}$$

Il grado di reazione dipende soltanto dalle componenti cinetiche nelle sezioni 0, 1 e 2

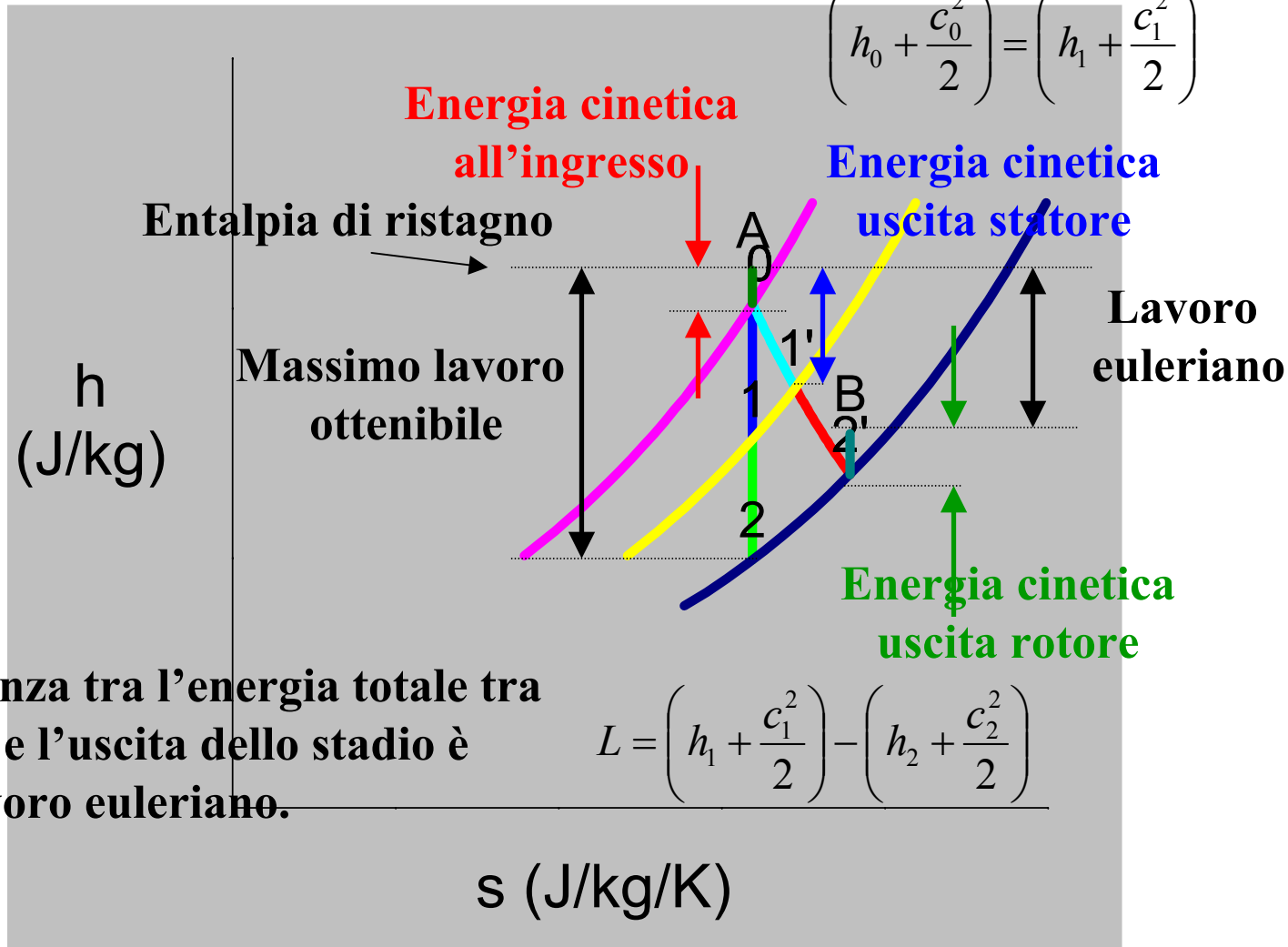


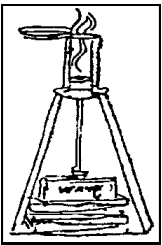
Stadio di turbina

Il massimo lavoro si otterrebbe con una espansione isoentropica, con velocità nulla all'uscita.

L'energia totale nello statore si conserva.

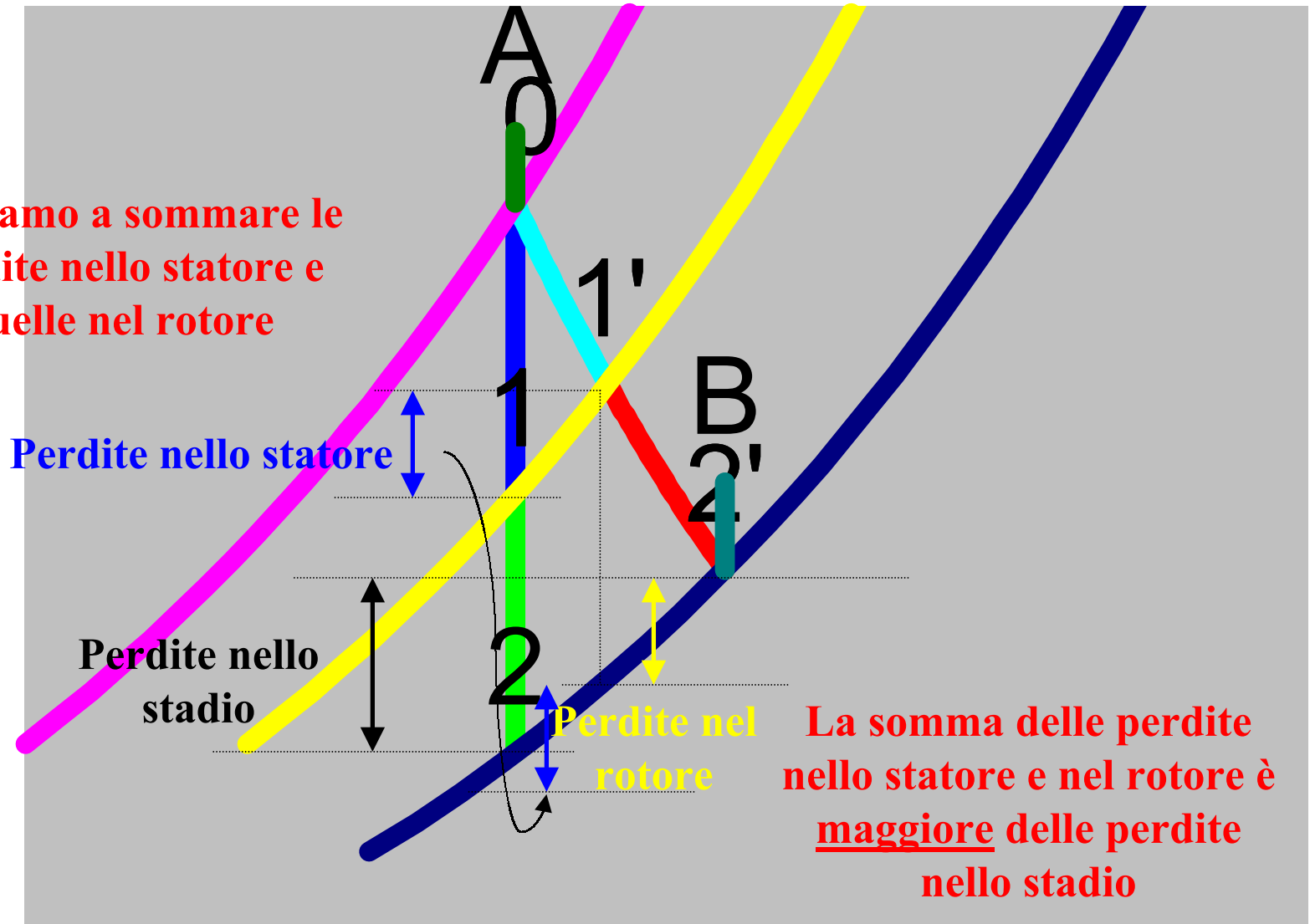
$$\left(h_0 + \frac{c_0^2}{2} \right) = \left(h_1 + \frac{c_1^2}{2} \right)$$

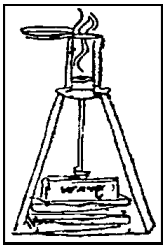




Stadio di turbina - Dettaglio delle perdite

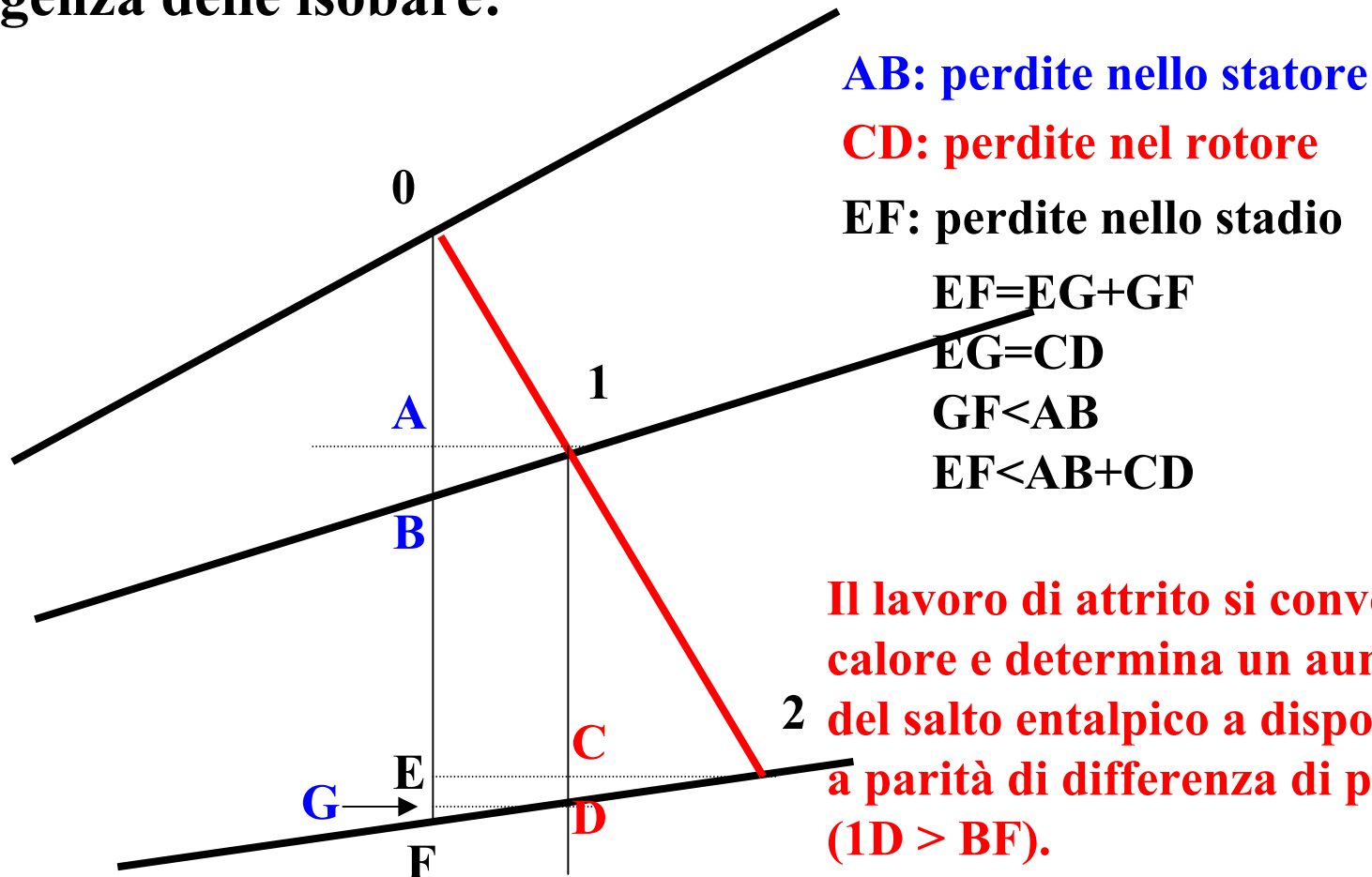
Proviamo a sommare le perdite nello statore e quelle nel rotore

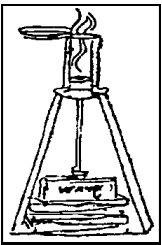




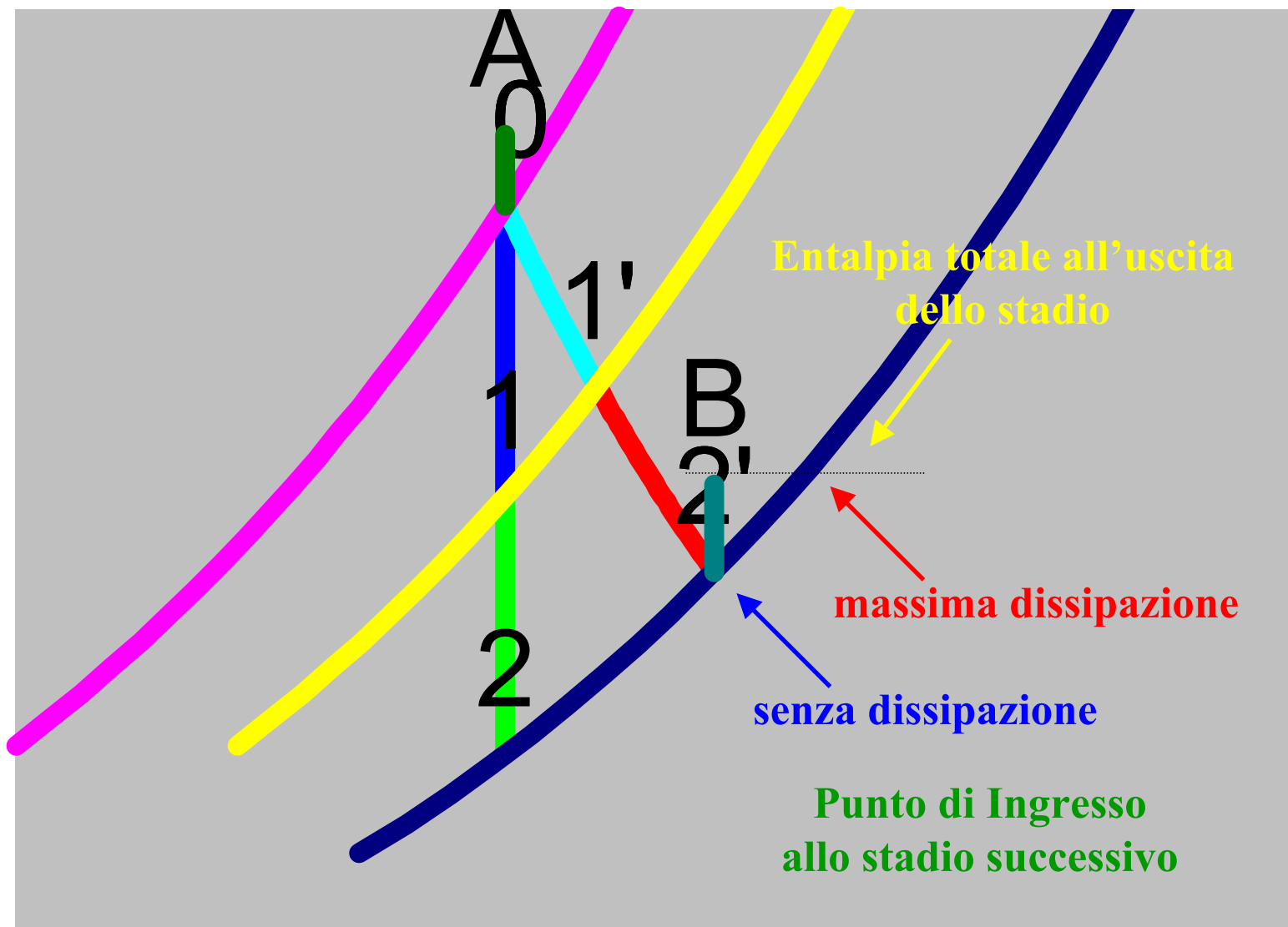
Il recupero delle perdite di espansione

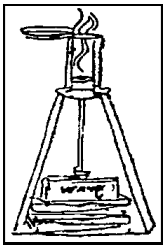
Il recupero delle perdite può essere spiegato considerando la divergenza delle isobare:





Ingresso allo stadio successivo





Rendimento di palettatura

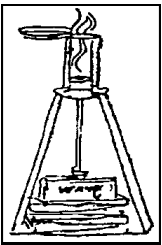
- E' il rapporto tra il lavoro ottenuto ("Euleriano") ed il massimo lavoro ottenibile L_{\max} :

$$\eta_p = \frac{L}{L_{\max}} = \frac{L}{(h_0 - h_2)_{is} + \frac{c_0^2}{2}}$$

Lavoro euleriano (indicated by a red arrow pointing to the numerator L)

Salto entalpico isoentropico (indicated by a red arrow pointing to the term $(h_0 - h_2)_{is}$)

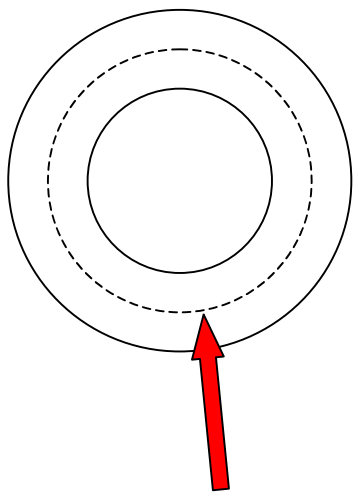
Energia cinetica all'ingresso (indicated by a red arrow pointing to the term $\frac{c_0^2}{2}$)



Triangoli di velocità

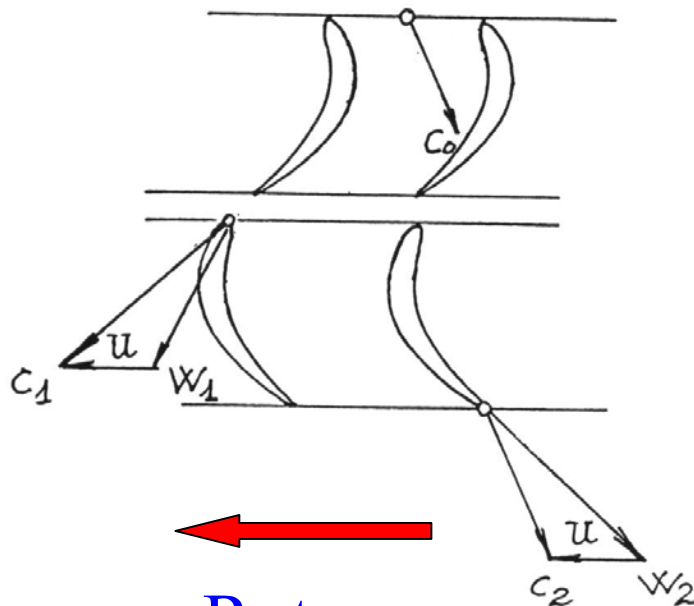
- Per rappresentare la cinematica del flusso in uno stadio di turbomacchina assiale si fa riferimento ad una sezione circonferenziale rappresentata sul piano:

Vista assiale



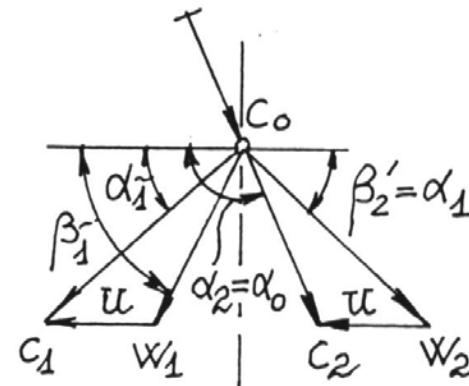
Sezione
circonferenziale

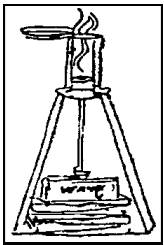
Statore



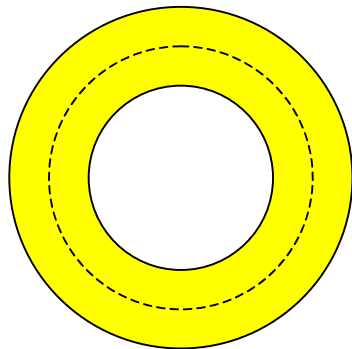
Rotore

Rappresentazione dei
triangoli di velocità in
forma compatta

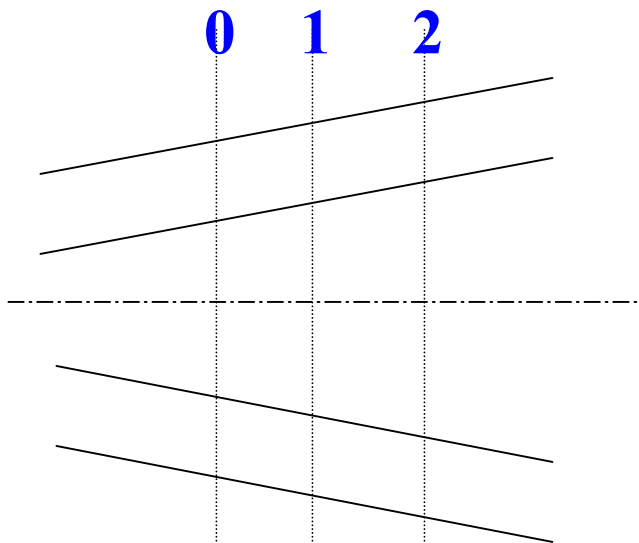




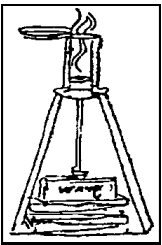
Triangoli di velocità e portata



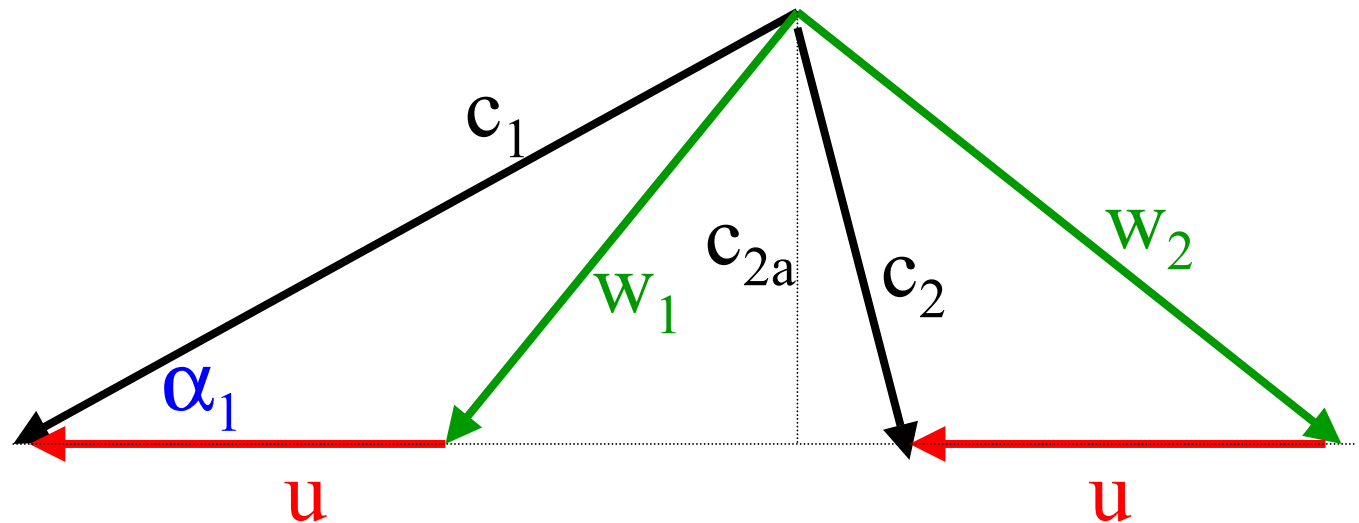
$$\dot{m} = A c_a \rho$$



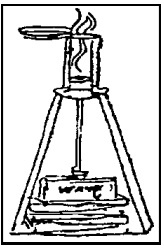
- La portata in una sezione assiale è pari al prodotto della sezione di passaggio per la velocità assiale per la densità.
- In molti casi, la riduzione di densità lungo l'espansione (0-1-2) è compensata da un aumento della sezione A, lasciando le componenti assiali quasi costanti.



Triangoli di velocità e portata



- L'altezza del triangolo di velocità è pari alla componente assiale, legata alla portata.
- Si può quindi assumere che l'altezza del TDV nello statore e nel rotore sia approssimativamente costante.

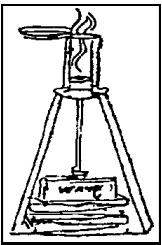


Turbina assiale - Stadio ideale ad azione

- Macchina a flusso assiale ($u_1 = u_2 = u$)
- Macchina ad azione ($R=0$, tutto il salto entalpico è smaltito nello statore).
- Funzionamento ideale, senza perdite fluidodinamiche e di attrito.
- Il grado di reazione si può esprimere con l'espressione:

$$R = \frac{(h_1 - h_2)}{(h_0 - h_2)} = \frac{\left(\frac{u_1^2}{2} - \frac{u_2^2}{2}\right) - \left(\frac{w_1^2}{2} - \frac{w_2^2}{2}\right)}{\left(\frac{c_1^2}{2} - \frac{c_0^2}{2}\right) + \left(\frac{u_1^2}{2} - \frac{u_2^2}{2}\right) - \left(\frac{w_1^2}{2} - \frac{w_2^2}{2}\right)} \cong \frac{-\left(\frac{w_1^2}{2} - \frac{w_2^2}{2}\right)}{\left(\frac{c_1^2}{2} - \frac{c_2^2}{2}\right) - \left(\frac{w_1^2}{2} - \frac{w_2^2}{2}\right)}$$

Si può assumere che sia $c_2 \approx c_0$



Turbina assiale - Rendimento di palettatura

$$R = \frac{(h_1 - h_2)}{(h_0 - h_2)} = \frac{-\left(\frac{w_1^2}{2} - \frac{w_2^2}{2}\right)}{\left(\frac{c_1^2}{2} - \frac{c_0^2}{2}\right) - \left(\frac{w_1^2}{2} - \frac{w_2^2}{2}\right)} \quad R = 0 \quad \Rightarrow \quad |w_1| = |w_2|$$

$$L = \frac{(c_1^2 - c_2^2)}{2} + \frac{(u_1^2 - u_2^2)}{2} - \frac{(w_1^2 - w_2^2)}{2} = \boxed{\frac{(c_1^2 - c_2^2)}{2}}$$

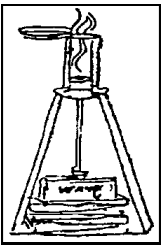
$$L_{\max} = (h_0 - h_2)_{is} + \frac{c_0^2}{2} \quad L = (h_0 - h_2) + \left(\frac{c_0^2}{2} - \frac{c_2^2}{2}\right) \quad (\text{Eq. energia})$$

$$h_{2is} = h_2$$

$$L_{\max} = (h_0 - h_2) + \frac{c_0^2}{2} = L - \left(\frac{c_0^2}{2} - \frac{c_2^2}{2}\right) + \frac{c_0^2}{2} = \left(\frac{c_1^2}{2} - \frac{c_2^2}{2}\right) - \left(\frac{c_0^2}{2} - \frac{c_2^2}{2}\right) + \frac{c_0^2}{2} = \boxed{\frac{c_1^2}{2}}$$



$$\boxed{\eta_p = \frac{L}{L_{\max}} = \frac{c_1^2 - c_2^2}{c_1^2}}$$

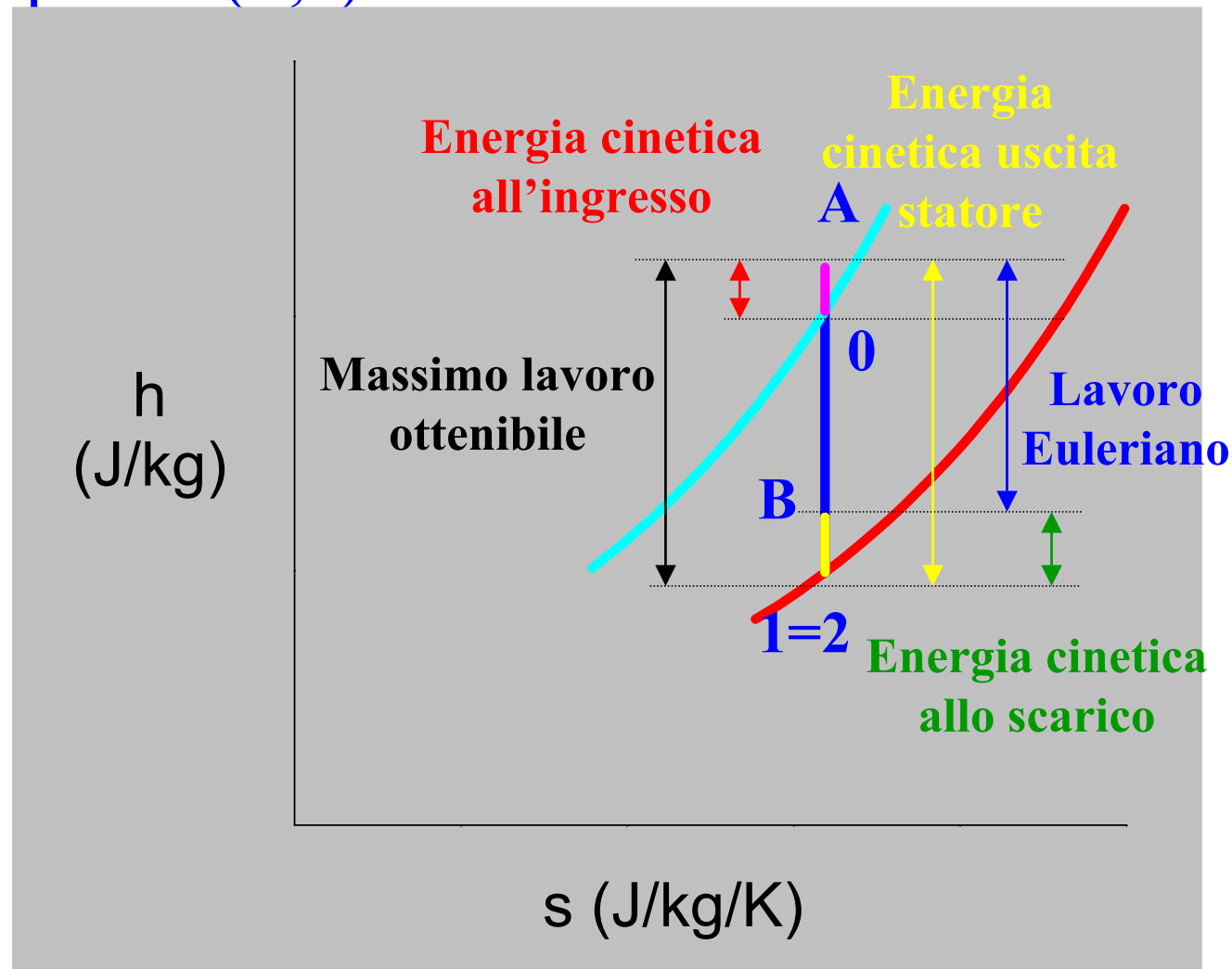


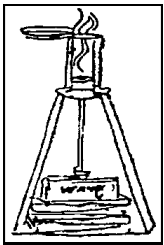
Rappresentazione di uno stadio ad azione ideale sul piano (h,s)

In uno stadio ad azione ($R=0$), tutto il salto entalpico è smaltito nello statore.

Nello statore, il salto entalpico è interamente convertito in energia cinetica.

La perdita energetica nello stadio è rappresentata dall'energia cinetica allo scarico.

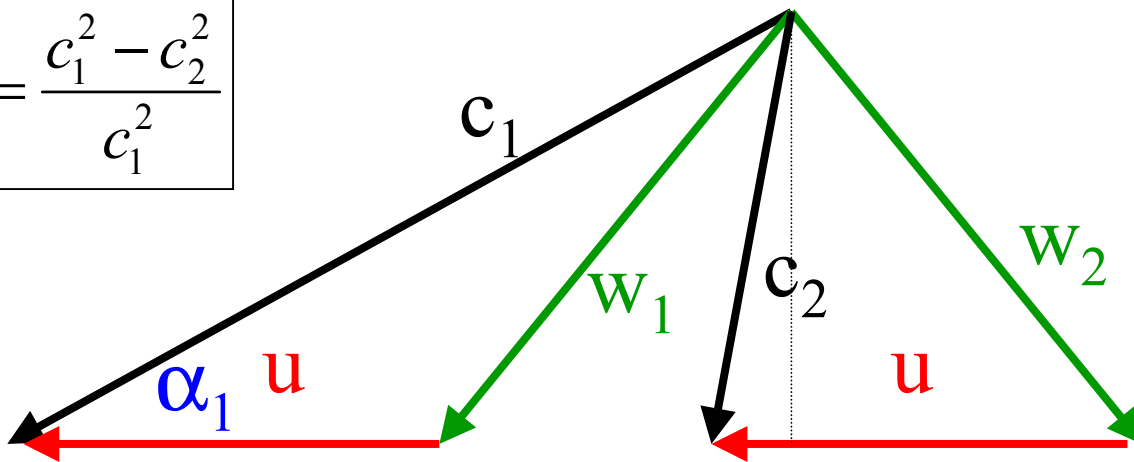


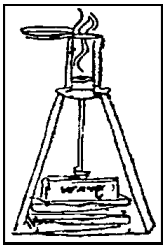


Stadio ideale ad azione

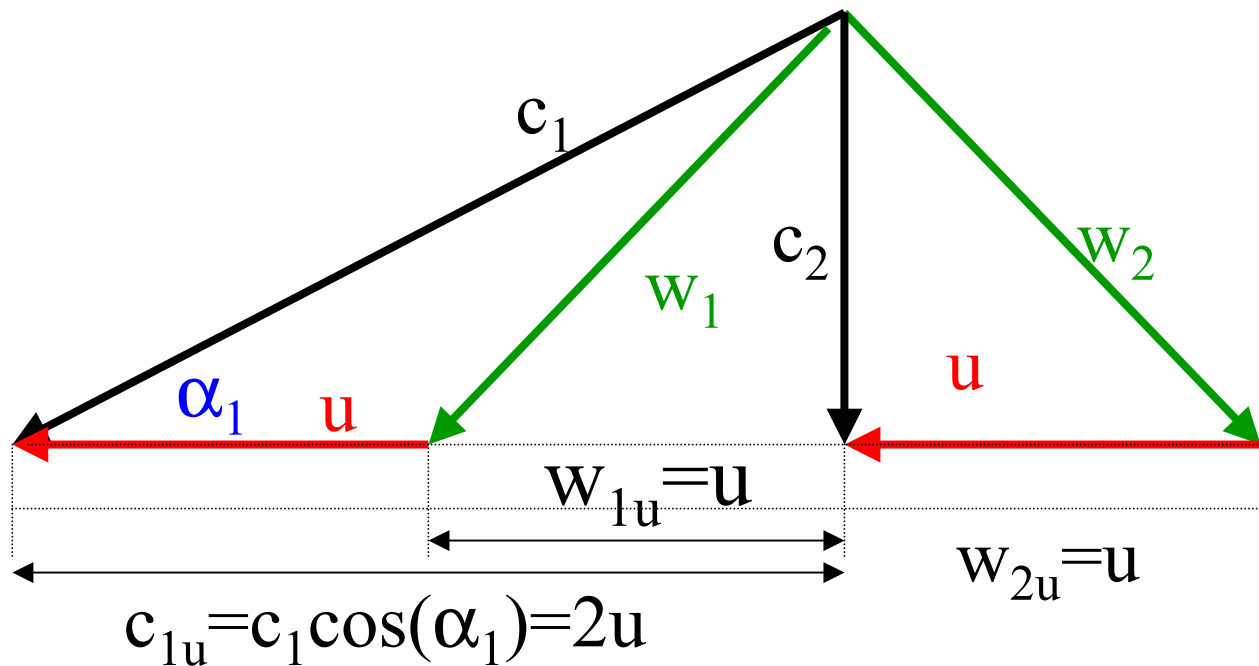
- Il modulo della velocità relativa è costante: $|w_1|=|w_2|$
- L'energia disponibile è pari a $c_1^2/2$
- L'energia perduta (allo scarico) è pari a $c_2^2/2$
- Il lavoro è pari a $c_1^2/2 - c_2^2/2$
- Per massimizzare il rendimento si deve minimizzare l'energia perduta:
 - non è possibile il funzionamento con $c_2=0$;
 - a parità di portata (=altezza del TDV) la minima perdita si ha con c_2 assiale.

$$\eta_p = \frac{L}{L_{\max}} = \frac{c_1^2 - c_2^2}{c_1^2}$$



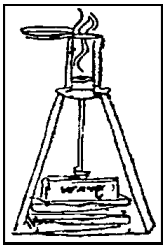


Stadio ideale ad azione - Configurazione ottimale

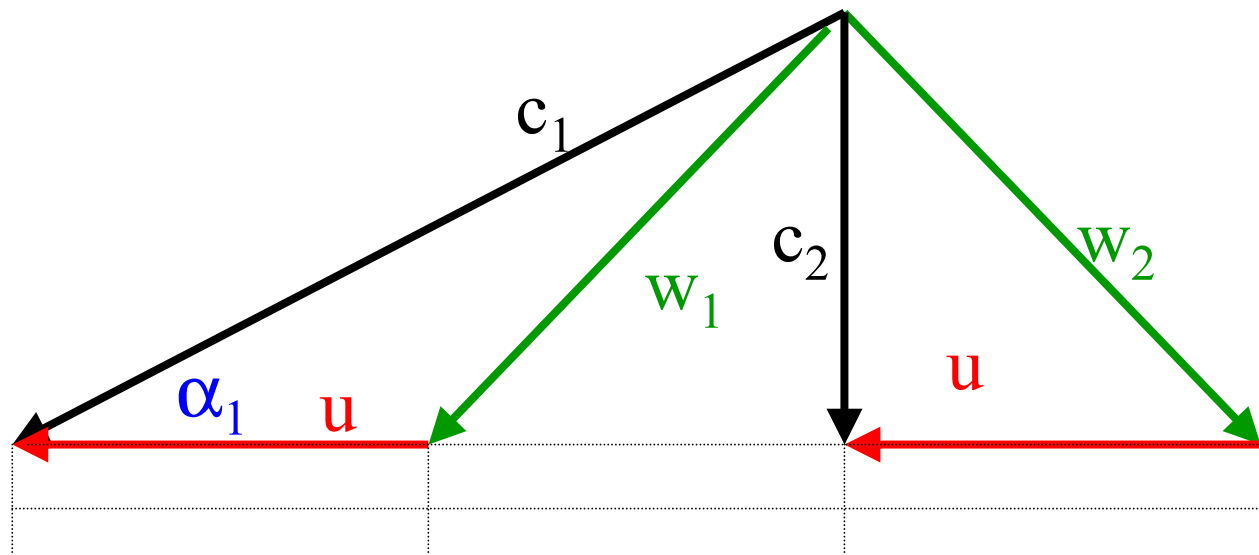


$$c_2 = c_1 \sin(\alpha_1) \quad \eta_p = \frac{c_1^2 - c_2^2}{c_1^2} = \frac{c_1^2 - c_1^2 \sin^2(\alpha_1)}{c_1^2} = (1 - \sin^2(\alpha_1)) = \cos^2(\alpha_1)$$

Rapporto caratteristico $\rightarrow \frac{u}{c_1} = \frac{\cos(\alpha_1)}{2} \quad L = \frac{c_1^2 - c_2^2}{2} = \frac{(2u)^2}{2} = 2u^2$



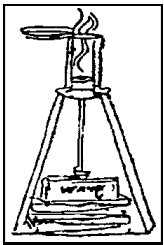
Stadio ideale ad azione - Configurazione ottimale



$$\eta_p = \cos^2(\alpha_1) \quad \max(\eta_p) \Rightarrow \alpha_1 = 0 \quad \eta_p = 1 \quad \frac{u}{c_1} = 0.5 \quad c_{1a} = 0$$

Il massimo rendimento si otterrebbe con un angolo α_1 nullo: la componente assiale e la portata sarebbero pari a zero.

In genere si adotta un angolo α_1 compreso tra 10° e 15° .



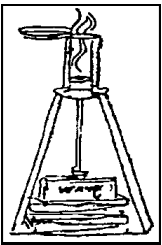
Lo stadio con $R=0.5$

- Consideriamo uno stadio di turbina assiale caratterizzato dalle relazioni:

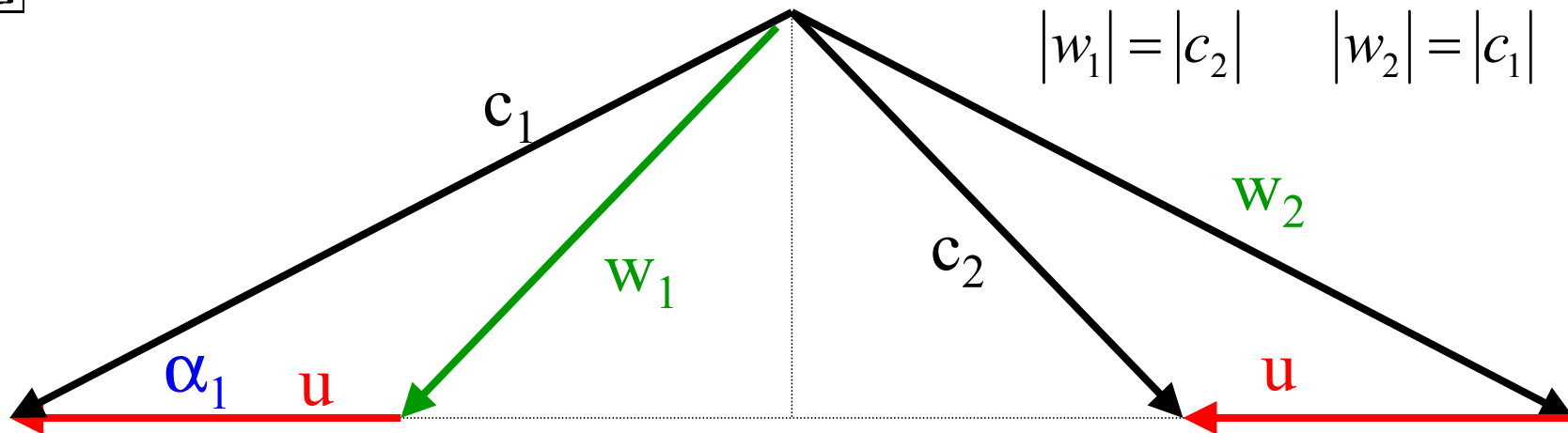
$$|w_1| = |c_2| \quad |w_2| = |c_1|$$

$$R = \frac{(h_1 - h_2)}{(h_0 - h_2)} = \frac{\left(\frac{u_1^2}{2} - \frac{u_2^2}{2}\right) - \left(\frac{w_1^2}{2} - \frac{w_2^2}{2}\right)}{\left(\frac{c_1^2}{2} - \frac{c_0^2}{2}\right) + \left(\frac{u_1^2}{2} - \frac{u_2^2}{2}\right) - \left(\frac{w_1^2}{2} - \frac{w_2^2}{2}\right)} \cong \frac{-\left(\frac{w_1^2}{2} - \frac{w_2^2}{2}\right)}{\left(\frac{c_1^2}{2} - \frac{c_2^2}{2}\right) - \left(\frac{w_1^2}{2} - \frac{w_2^2}{2}\right)}$$

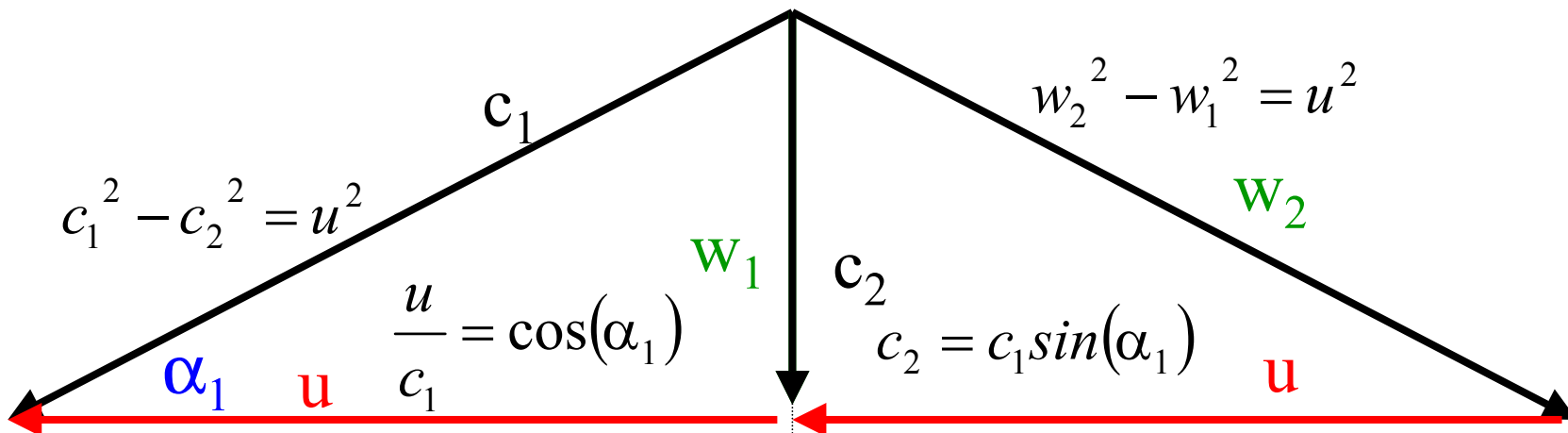
$$R \cong \frac{-\left(\frac{w_1^2}{2} - \frac{w_2^2}{2}\right)}{\left(\frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2}\right) - \left(\frac{w_1^2}{2} - \frac{w_2^2}{2}\right)} = \frac{\left(\frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2}\right)}{\left(\frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2}\right) + \left(\frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2}\right)} = 0.5$$

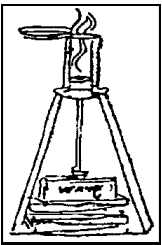


Triangoli di velocità - Stadio R=0.5 ideale



Il massimo rendimento (ideale) si ottiene in condizioni di scarico assiale.





Lavoro e Rendimento - Stadio R=0.5 ideale

$$|w_1| = |c_2| \quad |w_2| = |c_1| \quad \frac{u}{c_1} = \cos(\alpha_1) \quad c_2 = c_1 \sin(\alpha_1)$$

$$c_1^2 - c_2^2 = u^2 \quad w_2^2 - w_1^2 = u^2$$

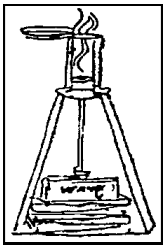


$$L = \frac{(c_1^2 - c_2^2)}{2} + \frac{(u_1^2 - u_2^2)}{2} - \frac{(w_1^2 - w_2^2)}{2} = \frac{(c_1^2 - c_2^2)}{2} - \frac{(w_1^2 - w_2^2)}{2} = \frac{u^2}{2} + \frac{u^2}{2} = u^2$$

Eq.energia

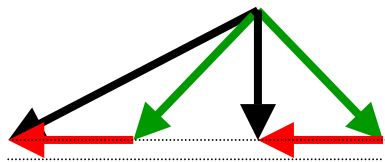
$$L_{\max} = (h_0 - h_2)_{is} + \frac{c_0^2}{2} = (h_0 - h_2) + \frac{c_0^2}{2} = L - \frac{(c_0^2 - c_2^2)}{2} + \frac{c_0^2}{2} = u^2 + \frac{c_2^2}{2}$$

$$\eta_p = \frac{L}{L_{\max}} = \frac{u^2}{u^2 + \frac{c_2^2}{2}} = \frac{c_1^2 \cos^2(\alpha_1)}{c_1^2 \cos^2(\alpha_1) + \frac{c_1^2 \sin^2(\alpha_1)}{2}} = \frac{\cos^2(\alpha_1)}{\cos^2(\alpha_1) + \frac{1 - \cos^2(\alpha_1)}{2}} = \frac{\cos^2(\alpha_1)}{\frac{\cos^2(\alpha_1) + 1}{2}}$$



Confronto tra gli stadi ideali $R=0$ e $R=0.5$

$R=0$

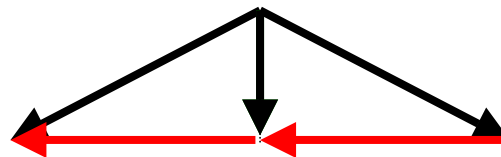


$$\frac{u}{c_1} = \frac{\cos(\alpha_1)}{2}$$

$$L = 2u^2$$

$$\eta_p = \cos^2(\alpha_1)$$

$R=0.5$



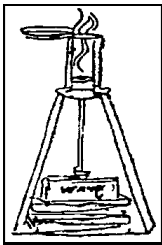
$$\frac{u}{c_1} = \cos(\alpha_1)$$

$$L = u^2$$

$$\eta_p = \frac{\cos^2(\alpha_1)}{\frac{\cos^2(\alpha_1) + 1}{2}}$$

$$\frac{\cos^2(\alpha_1) + 1}{2} \leq 1 \quad \Rightarrow \quad \eta_{p,R=0.5} \geq \eta_{p,R=0}$$

Lo stadio ad azione ha un rendimento minore, ma permette di ottenere un lavoro doppio

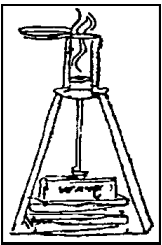


Sollecitazioni meccaniche e limiti al lavoro per stadio

- Le palettature delle turbomacchine termiche, ed in particolare delle turbine, possono essere soggette a stati di sollecitazione termo-meccanica complessi e severi.
- Le palettature mobili, in particolare, sono sollecitate anche dalla forza centrifuga, proporzionale al quadrato della velocità periferica u .
- Un valore indicativo della massima velocità periferica ammissibile u_{\max} è dell'ordine dei 450 m/s.
- Tale limite si traduce in un limite superiore al lavoro ottenibile per stadio, che nel caso di stadio ideale ad azione ($R=0$) ed a reazione ($R=0.5$) è pari rispettivamente a:

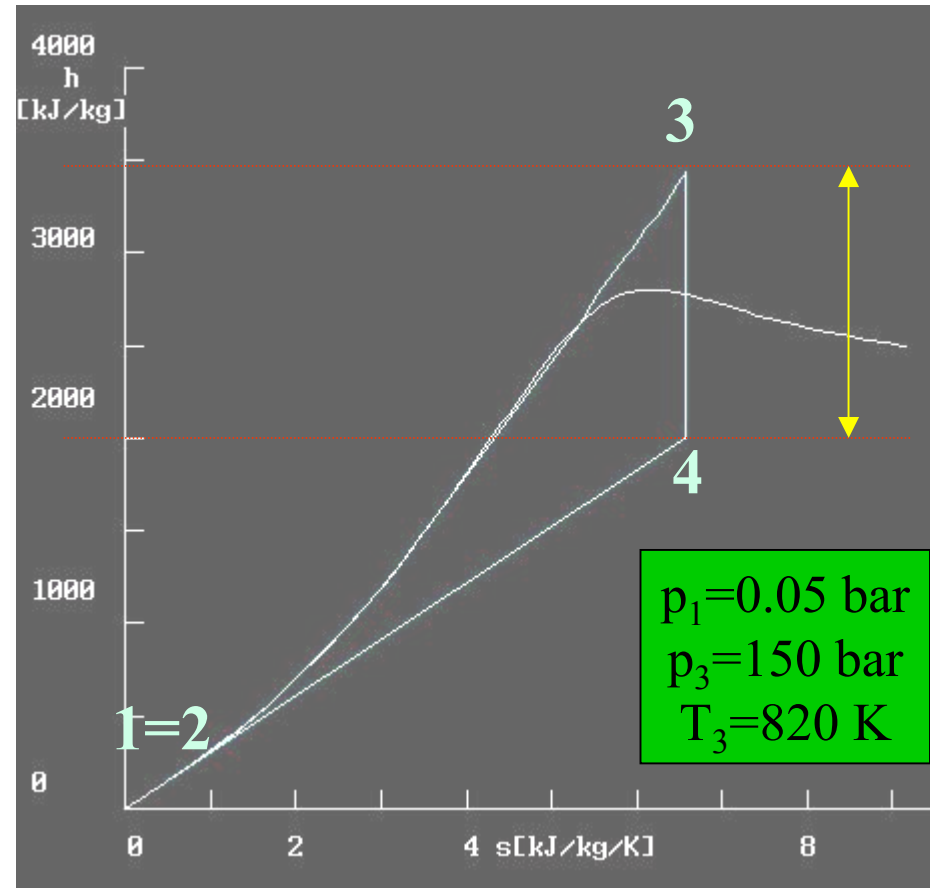
$$L_{\max, R=0} = 2u_{\max}^2 = 2 \cdot 450^2 \cong 400 \frac{KJ}{Kg}$$

$$L_{\max, R=0.5} = u_{\max}^2 = 450^2 \cong 200 \frac{KJ}{Kg}$$

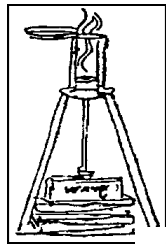


Macchine monostadio e multistadio

- Confrontando il lavoro massimo per stadio con il salto entalpico a disposizione della turbina in applicazioni tipiche (nell'esempio, un impianto a vapore) si deduce la necessità di ricorrere a macchine multistadio.
- Nell'esempio indicato, sarebbero necessari almeno 4 stadi ad azione, o almeno 8 stadi a reazione con $R=0.5$.

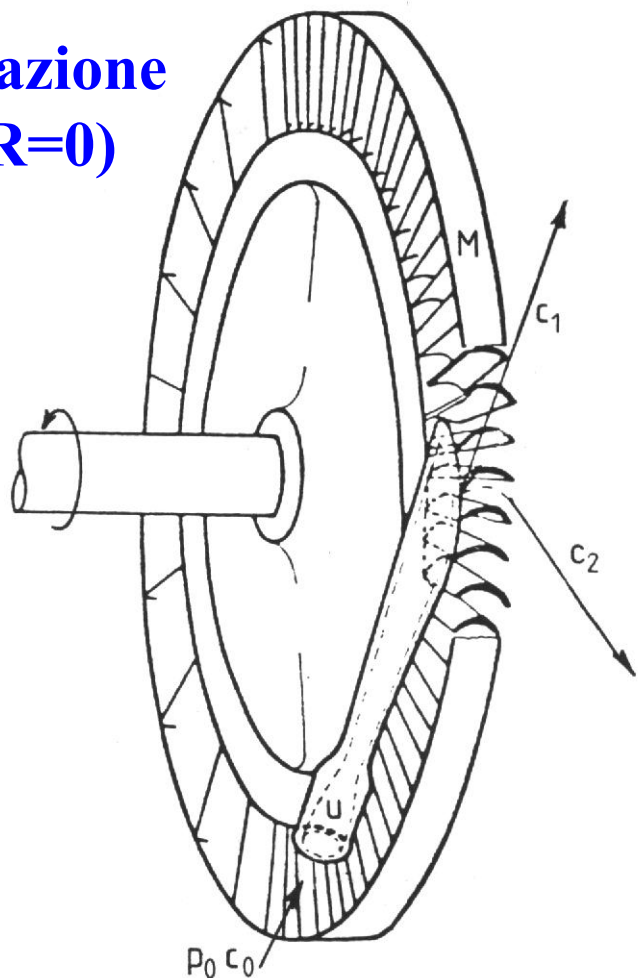


$$h_3 - h_4 = \Delta h_{is} \cong 1500 \text{ KJ} / \text{Kg}$$

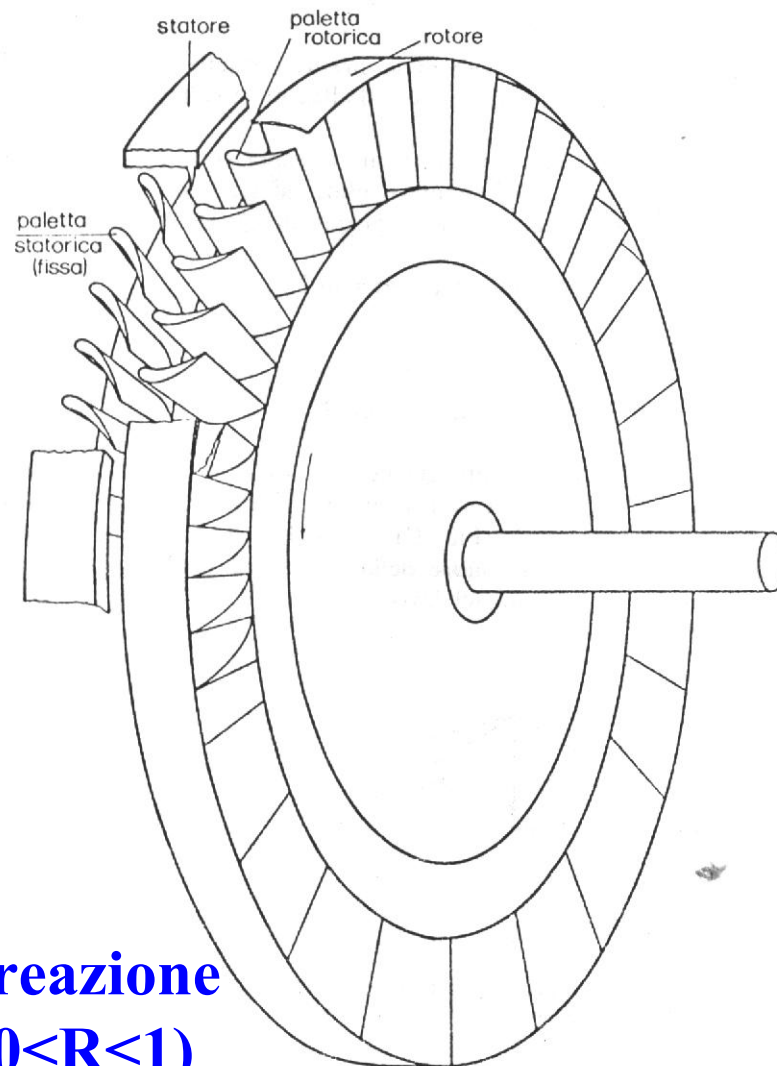


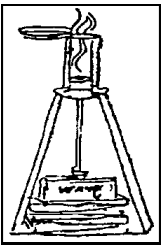
Stadi di turbine assiali

**ad azione
($R=0$)**



**a reazione
($0 < R < 1$)**





Stadio di turbina - Salti entalpici e perdite

h
(J/kg)

Perdite nello statore

$$(h_0 - h_2) = \Delta h$$

$$(h_0 - h_{2'}) = \Delta h_{is}$$

$$(h_0 - h_1) = \Delta h_s$$

$$(h_1 - h_2) = \Delta h_r$$

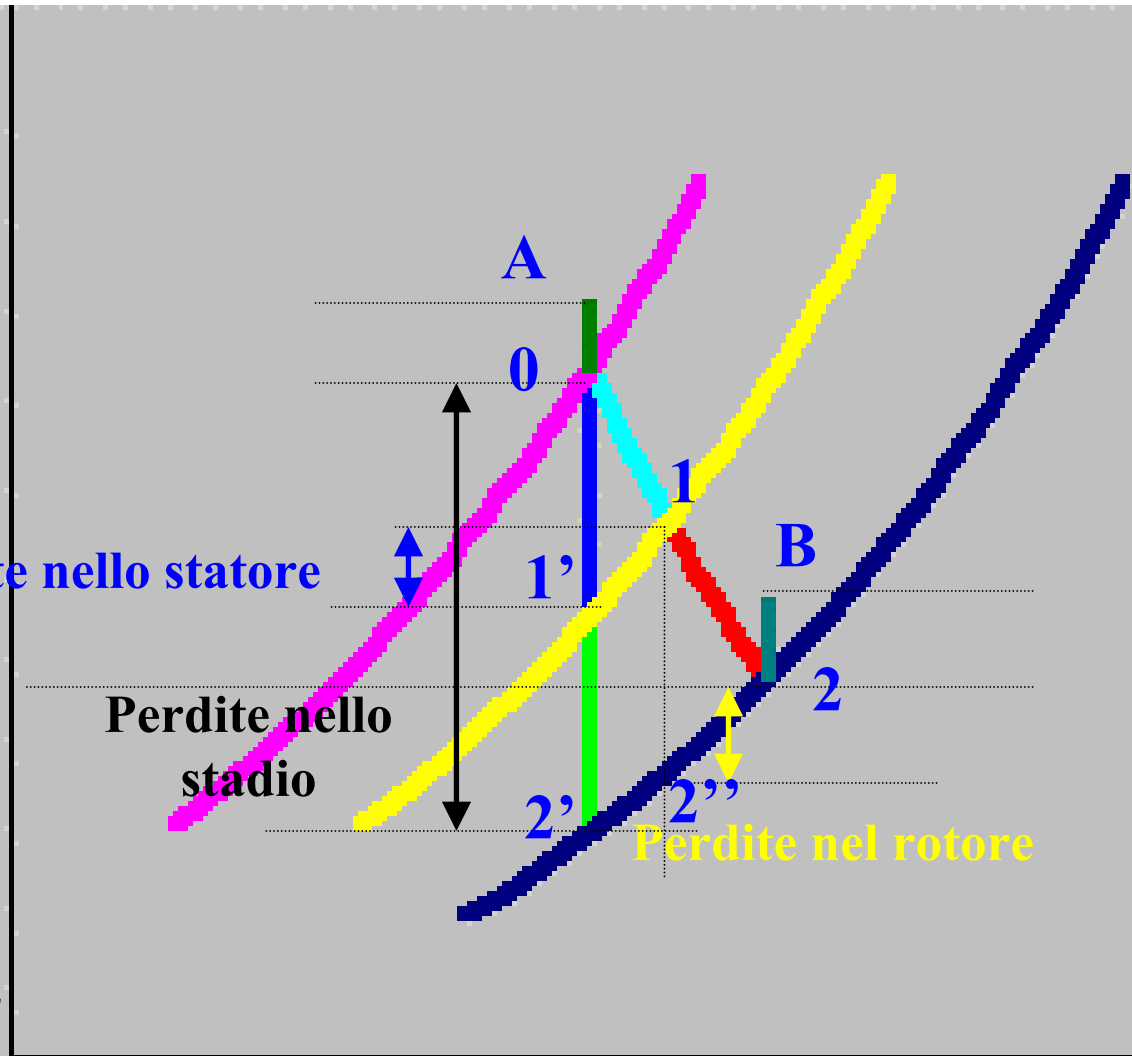
$$(h_0 - h_{1'}) = \Delta h_{is,s}$$

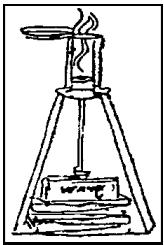
$$(h_1 - h_{2''}) = \Delta h_{is,r}$$

Perdite nello
stadio

Perdite nel rotore

s (J/kg/K)





Statore - Funzionamento reale

Calcolo della Velocità assoluta all'uscita dello statore

$$h_1 + \frac{c_1^2}{2} = h_0 + \frac{c_0^2}{2} \quad \Rightarrow \quad c_1 = \sqrt{c_0^2 + 2(h_0 - h_1)} = \sqrt{2\Delta h_s^*}$$

Reale

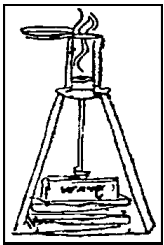
$$h_{1'} + \frac{c_{1'}^2}{2} = h_0 + \frac{c_0^2}{2} \quad \Rightarrow \quad c_{1'} = \sqrt{c_0^2 + 2(h_0 - h_{1'})} = \sqrt{2\Delta h_{is,s}^*}$$

Isoentropica

$$c_1 = \varphi c_{1'} \quad \Rightarrow \quad \sqrt{2\Delta h_s^*} = \varphi \sqrt{2\Delta h_{is,s}^*} \quad \Rightarrow \quad \varphi^2 = \frac{\Delta h_s^*}{\Delta h_{is,s}^*}$$

**φ = Coefficiente di
perdita statorica**

$$\varphi^2 = \frac{\Delta h_{is,s}^* - \Delta h_{p,s}}{\Delta h_{is,s}^*} \quad \Rightarrow \quad \Delta h_{p,s} = \Delta h_{is,s}^* (1 - \varphi^2)$$



Rotore - Funzionamento reale

Calcolo della Velocità relativa all'uscita del rotore

$$h_1 - h_2 = \frac{u_1^2 - u_2^2}{2} - \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} = -\frac{w_1^2 - w_2^2}{2}$$

$$w_2 = \sqrt{w_1^2 + 2(h_1 - h_2)} = \sqrt{w_1^2 + 2\Delta h_r} = \sqrt{2\Delta h_r^*}$$

$$w_2 = \sqrt{w_1^2 + 2(h_1 - h_2)} = \sqrt{2\Delta h_r^*}$$

$$w_{2''} = \sqrt{w_1^2 + 2(h_1 - h_{2''})} = \sqrt{2\Delta h_{is,r}^*}$$

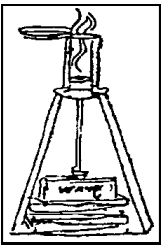
$$w_2 = \psi w_{2''} \quad \Rightarrow \quad \psi^2 = \frac{\Delta h_r^*}{\Delta h_{is,r}^*}$$

$$\Delta h_{p,r} = \Delta h_{is,r}^* (1 - \psi^2)$$

Reale

Isoentropica

**ψ = Coefficiente di
perdita rotorica**

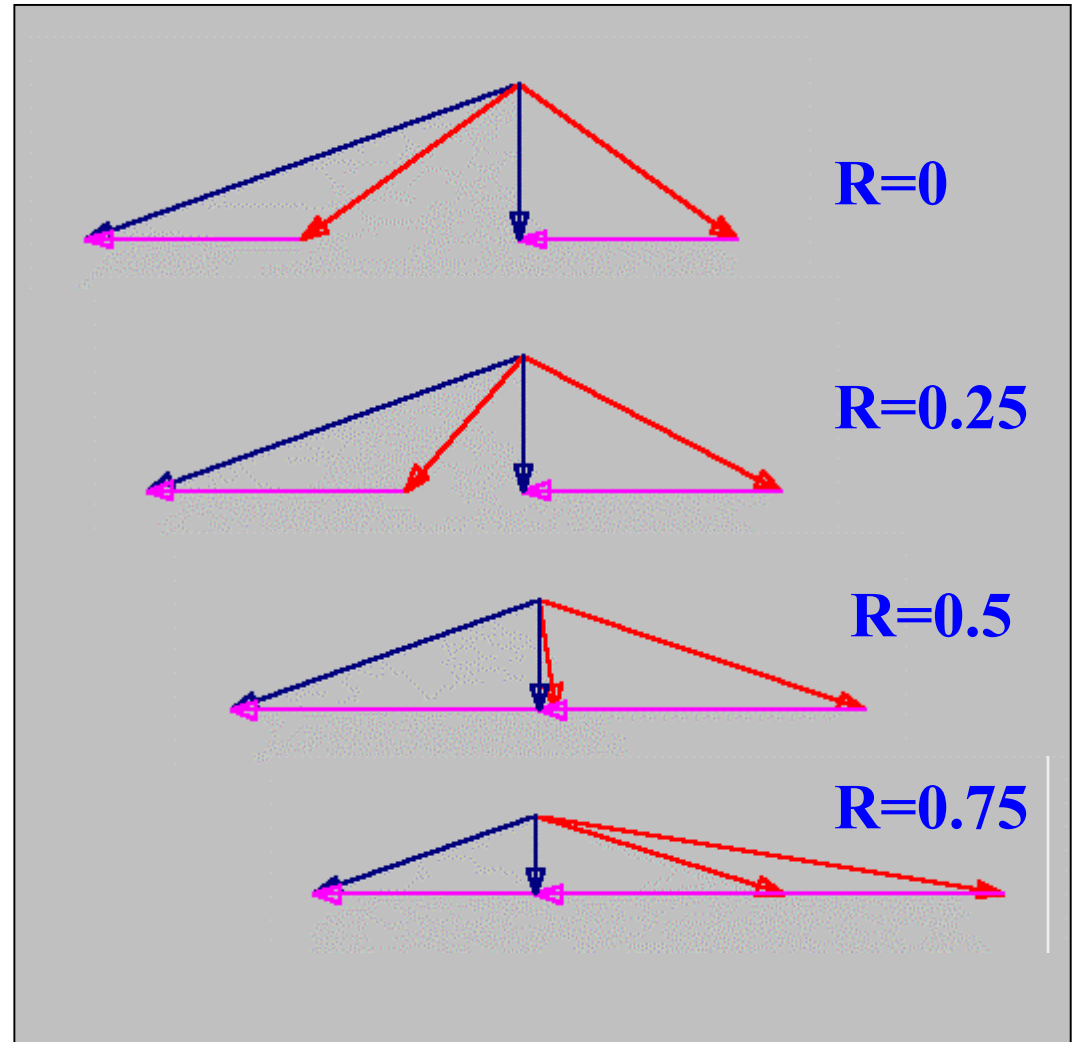


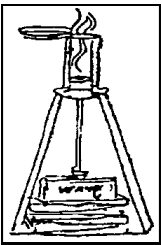
Stadi di turbina ideale al variare di R

I TDV sono tracciati a parità di salto entalpico e di velocità c_0 , in condizioni di scarico assiale ed in assenza di perdite fluidodinamiche.

Al crescere di R , si può notare l'aumento di u e di w_2 e la riduzione di c_1 e c_2 .

Alla condizione $R=0.5$ corrisponde un triangolo quasi simmetrico (lo è del tutto quando è $c_0=c_2$).

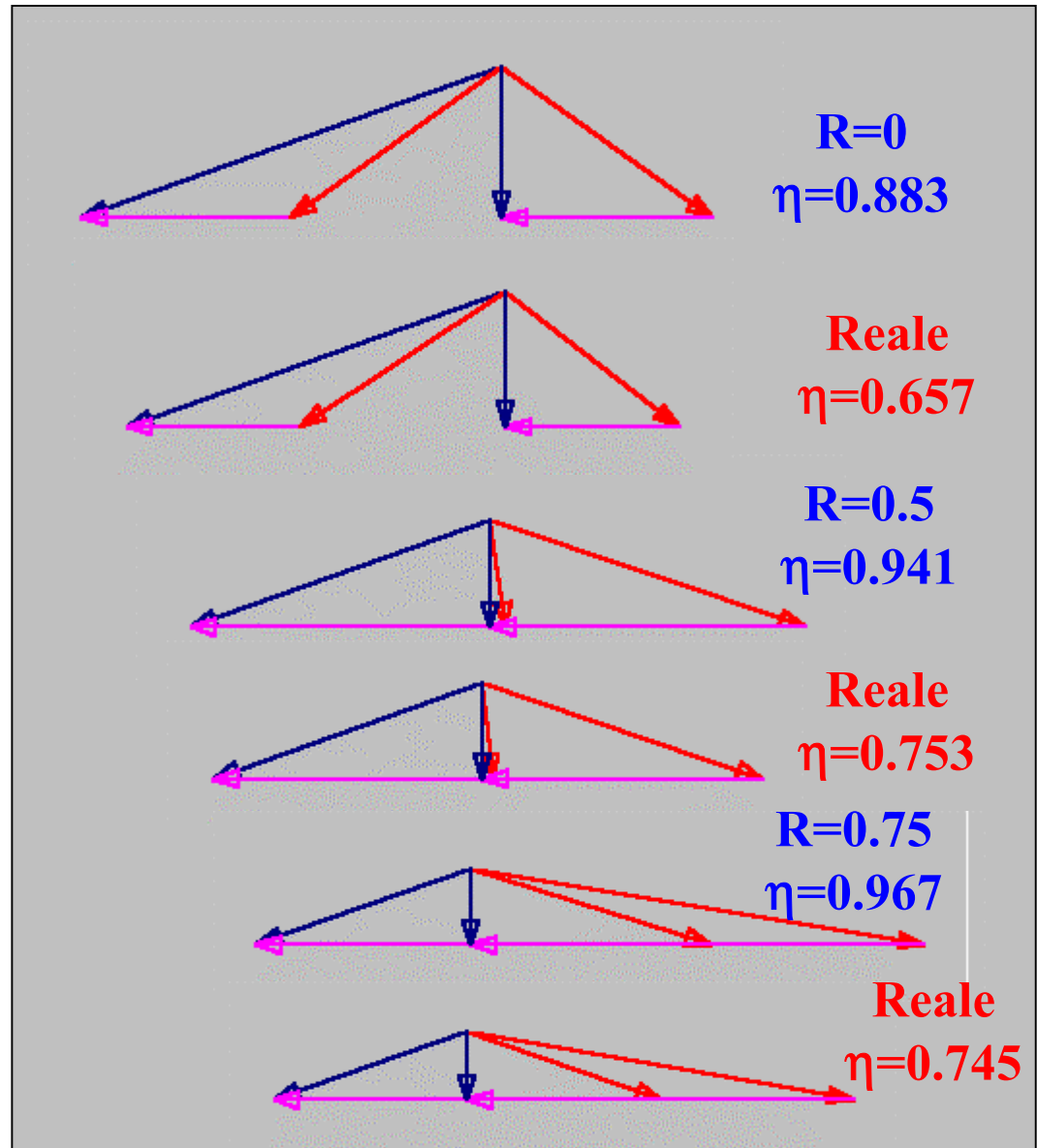


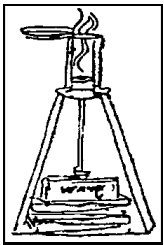


Effetto delle perdite

Si confrontano i casi ideale e reale ($\phi=\psi=0.9$), a parità di salto entalpico e di velocità c_0 , in condizioni di scarico assiale.

Le perdite comportano una riduzione di tutti i vettori velocità. Rispetto al caso ideale, sono particolarmente marcate le riduzioni di c_1 per $R=0$ e di w_2 per $R>0.5$. La soluzione $R=0.5$ presenta il rendimento reale massimo con una velocità u non troppo grande. E' la soluzione che corrisponde al miglior bilanciamento delle perdite statoriche e rotoriche.

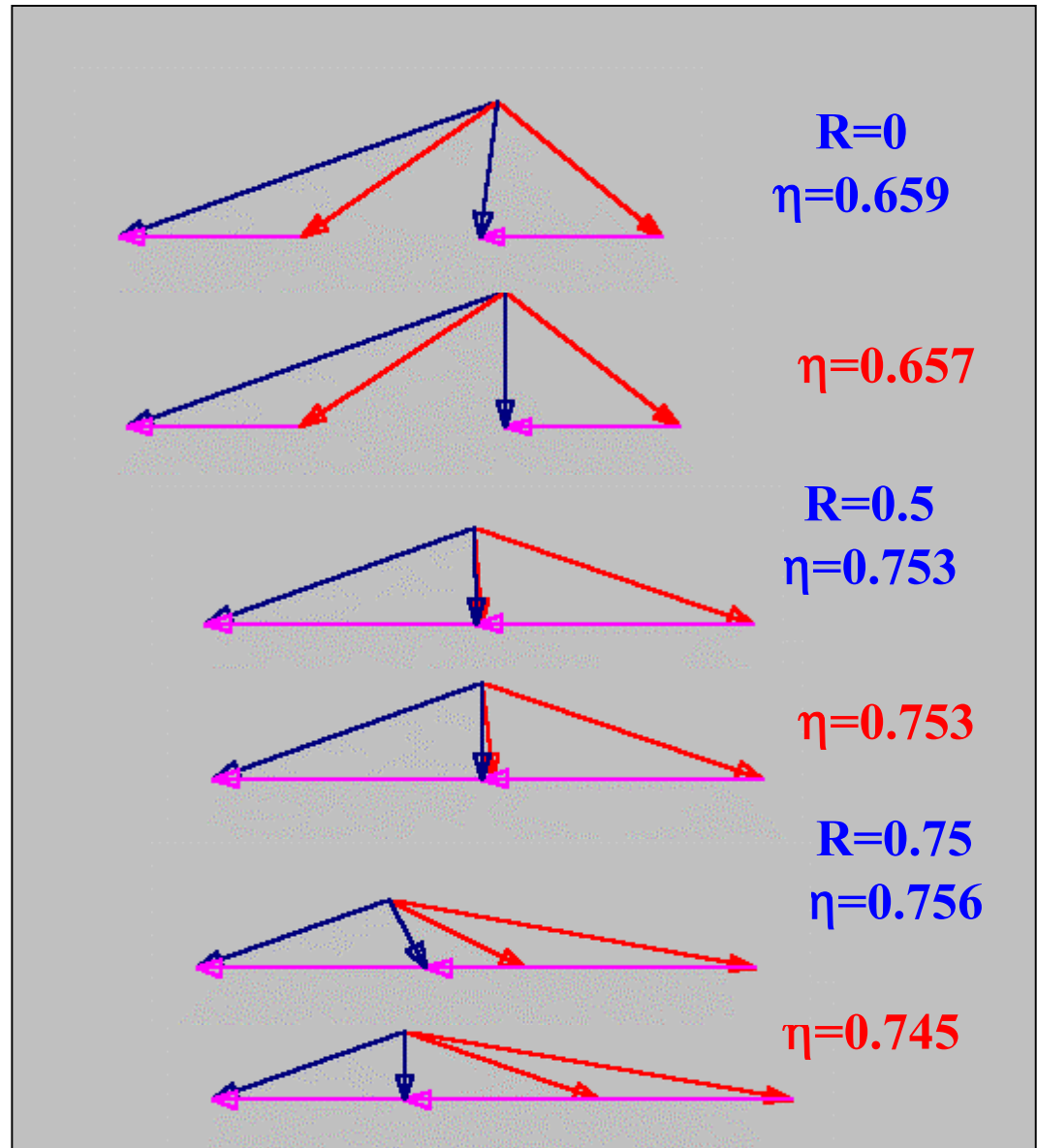


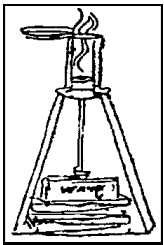


Condizioni di massimo rendimento

Nel caso reale ($\phi=\psi=0.9$) si confrontano le condizioni di scarico assiale (**rosso**) con quelle di massimo rendimento (**blu**).

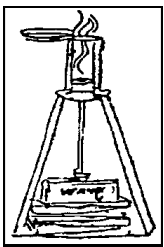
Si nota come queste due condizioni coincidano solo per $R=0.5$, mentre negli altri casi il massimo rendimento non corrisponde allo scarico assiale. La massima differenza tra i rendimenti si verifica per valori di R elevati.





Turbine a salti di velocità

- Nello stadio ad azione a salti di velocità, tutta l'espansione avviene nello statore. Lo scarico di un primo rotore, con una componente tangenziale non nulla, è utilizzato per alimentare un secondo rotore, rotante in verso opposto.
- Lo scarico di ogni rotore può essere utilizzato per alimentare un altro rotore contro-rotante, finché la componente tangenziale della velocità di scarico non diventi nulla o trascurabile.
- E' possibile adottare dei deviatori fissi tra i diversi rotori per eliminare la necessità di operare con rotori contro-rotanti.
- Nel caso ideale, il lavoro ottenibile con z salti di velocità è pari a z^2 volte il lavoro ottenibile con un singolo stadio ad azione (a parità di velocità periferica u).
- Il lavoro ottenibile dall'ultimo rotore, pari ad una frazione $1/z^2$ del lavoro totale, tende a diventare trascurabile al crescere di z .
- Il rendimento reale è particolarmente ridotto a causa delle elevate velocità e delle conseguenti perdite fluidodinamiche.



Salti di velocità /1

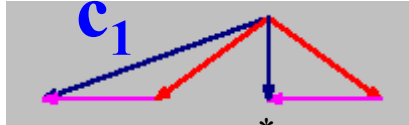
Consideriamo uno stadio ad azione ($R=0$) operante alla massima velocità periferica u_{\max} , indicando con L^* il lavoro ottenibile.

Consideriamo il caso in cui la velocità u sia pari a due volte il massimo valore

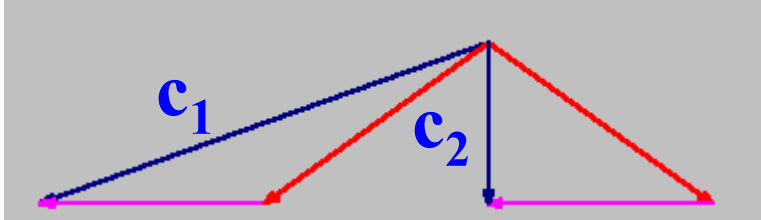
u_{\max}
Il lavoro ottenibile sarebbe pari a $4L^*$

Limitando la velocità u al valore u_{\max} si otterrebbe un rapporto u/c_1 pari alla metà di quello ottimale ed una velocità di scarico c_2 non assiale.

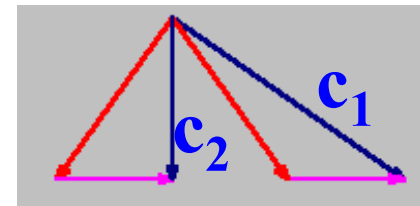
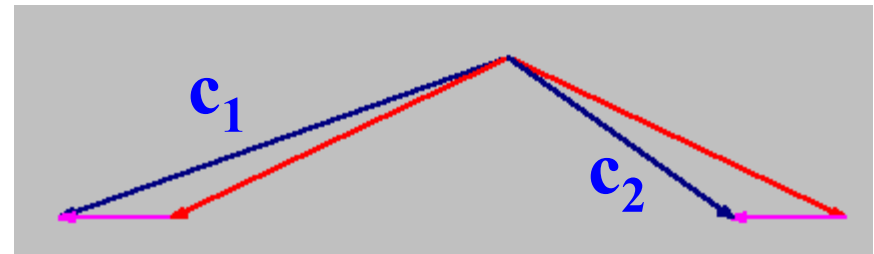
Si potrebbe aggiungere un secondo rotore che ruoti nel verso opposto al primo per ottenere una ulteriore deviazione, riportando la velocità di scarico alla direzione assiale.

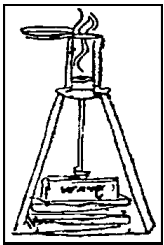


$$u = u_{\max} \Rightarrow L^* = 2u_{\max}^2$$



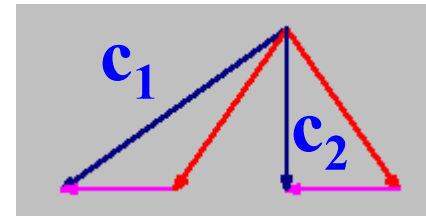
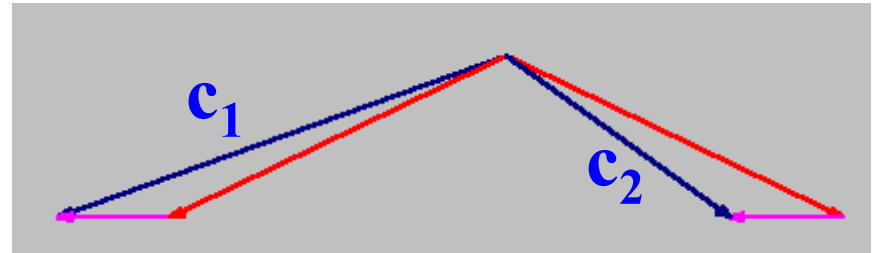
$$u = 2u_{\max} \Rightarrow L = 2(2u_{\max})^2 = 4L^*$$



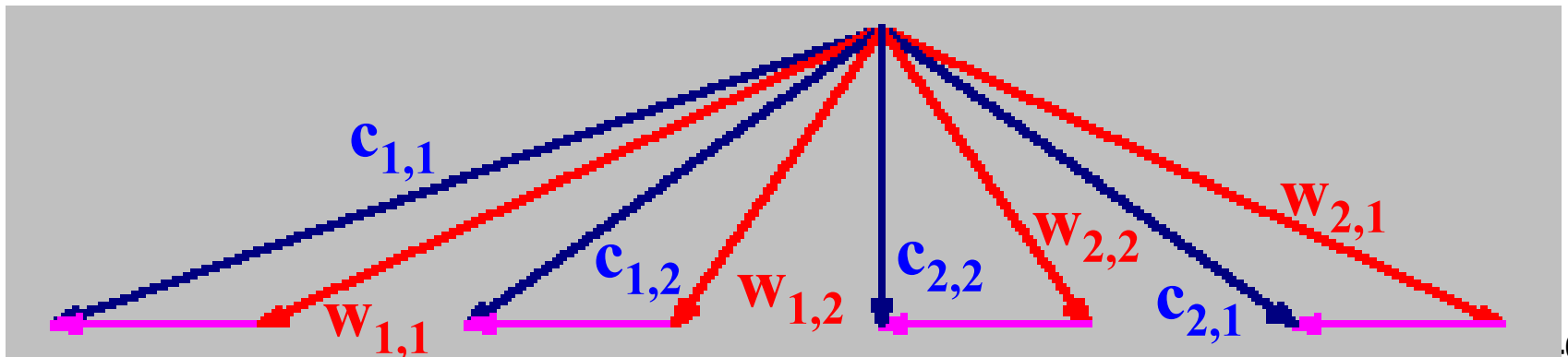


Salti di velocità /2

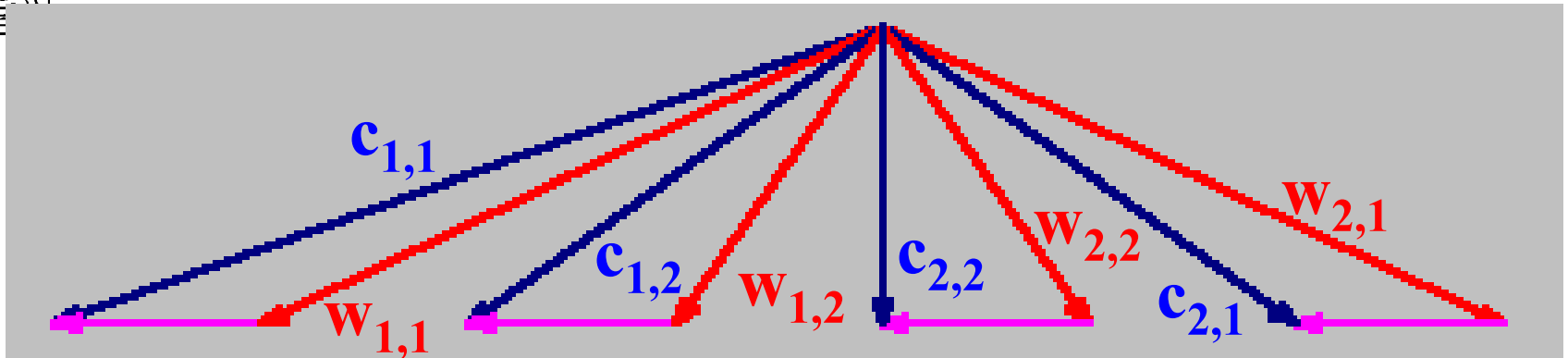
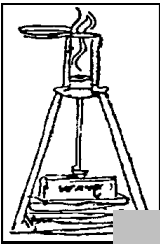
Per evitare le complicazioni connesse alla presenza di due rotori controrotanti si può inserire a valle del primo rotore un condotto fisso deviatore, che permetta di invertire la componente tangenziale della c_2 senza variarne il modulo.



Si può rappresentare il triangolo di velocità complessivo, indicando con un secondo pedice i vettori relativi ai due rotori.



Salti di velocità /3



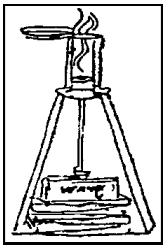
Il lavoro si può calcolare sommando i termini ottenibili dai due rotori:

$$L = L_1 + L_2 = \left(\frac{c_{1,1}^2}{2} - \frac{c_{2,1}^2}{2} \right) + \left(\frac{c_{1,2}^2}{2} - \frac{c_{2,2}^2}{2} \right)$$

Dall'uguaglianza dei moduli di $c_{2,1}$ e $c_{1,2}$ si ottiene:

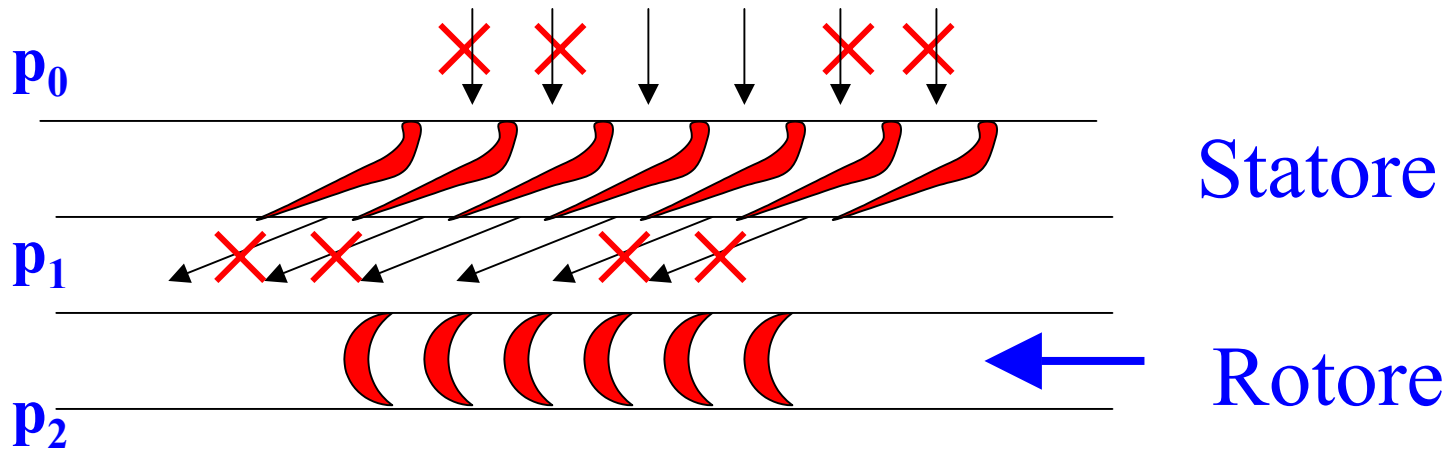
$$L = \left(\frac{c_{1,1}^2}{2} - \frac{c_{2,2}^2}{2} \right) = \frac{(4u)^2}{2} = 8u^2 = 4 \cdot 2u^2 = 4L^*$$

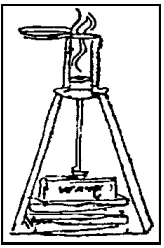
Il lavoro è pari a quello ottenibile da uno stadio ad azione semplice che operi ad una velocità $2u$.



Parzializzazione del flusso

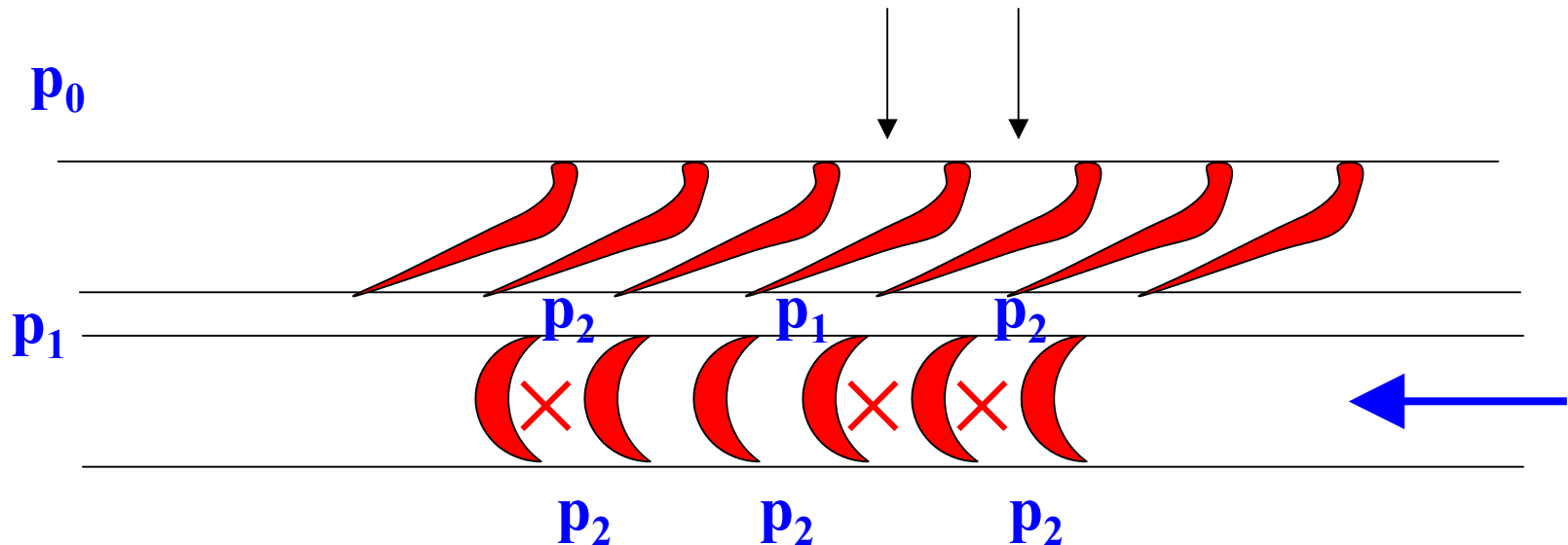
- Il flusso si dice parzializzato quando è alimentata solo una parte dei condotti statorici (e dei condotti rotorici a valle).





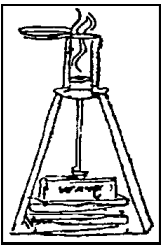
Parzializzazione del flusso

- In corrispondenza dei condotti rotorici alimentati, il flusso espande da p_1 a p_2 .
- Nella sezione a monte dei condotti rotorici non alimentati tende a stabilirsi la pressione a valle p_2 .
- Se p_2 è minore di p_1 (nelle turbine a reazione), il flusso in uscita dagli statori alimentati si sfrangia, per le mutate condizioni di pressione a valle. Ciò non accade se p_2 è uguale a p_1 (nelle turbine ad azione).



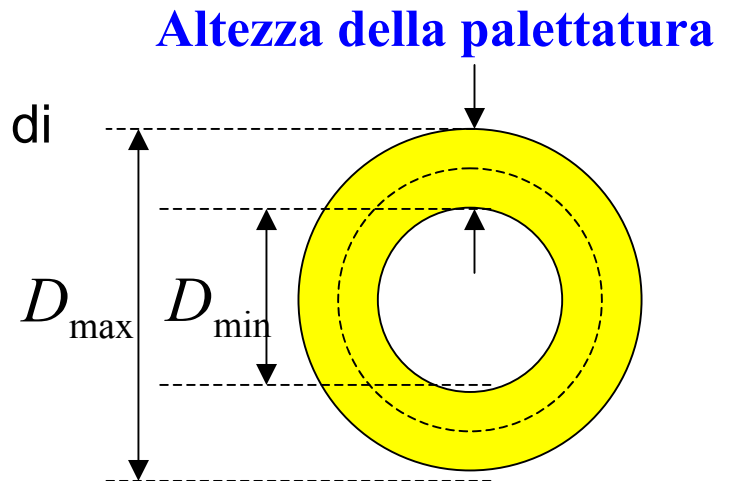


-



A cosa serve parzializzare il flusso

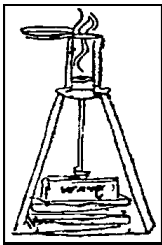
- La parzializzazione del flusso permette di regolare la potenza della macchina operando sulla portata attraverso una riduzione della sezione di passaggio, senza alterare (in prima approssimazione) i triangoli di velocità rispetto alle condizioni di progetto.
- Nelle turbine a vapore di alta pressione, dove le portate volumetriche sono molto ridotte, è possibile ridurre la sezione di passaggio senza ridurre il raggio medio (legato ad u e quindi al lavoro) e senza ridurre troppo l'altezza della palettatura (che provocherebbe un aumento delle perdite per attrito ai bordi).



$$\dot{m} = A c_a \rho$$

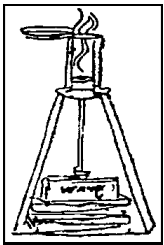
$$A = \phi \pi \frac{D_{\max}^2 - D_{\min}^2}{4}$$

 **Fattore di
parzializzazione (0-1)**



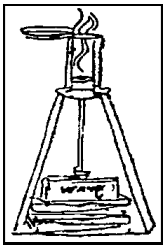
La turbina di alta pressione

- La turbina di alta pressione è composta da stadi ad azione.
- Vantaggi:
 - Permettono un rapido smaltimento del salto entalpico, con una minimizzazione delle condizioni di stress termo-meccanico.
 - La costanza della pressione tra monte e valle del rotore rende possibile la parzializzazione del flusso, che consente:
 - regolazione della potenza con limitata riduzione del rendimento;
 - aumento dell'altezza di palettatura, con riduzione delle perdite di bordo.
- Svantaggi:
 - Presentano un minore rendimento di stadio, anche se le perdite possono essere parzialmente recuperate nella zona di media e bassa pressione.
 - Richiedono una struttura particolarmente robusta, del tipo a dischi e settori.



Le turbine di media e di bassa pressione

- La turbine di media e di bassa pressione sono composte da stadi a reazione.
- Vantaggi:
 - Permettono di realizzare il massimo rendimento di stadio.
 - Consentono una struttura meno robusta rispetto alla turbina di alta pressione, del tipo a tamburo.
- Svantaggi
 - Richiedono un numero maggiore di stadi.
 - La variazione della pressione tra monte e valle del rotore non rende possibile la parzializzazione del flusso.

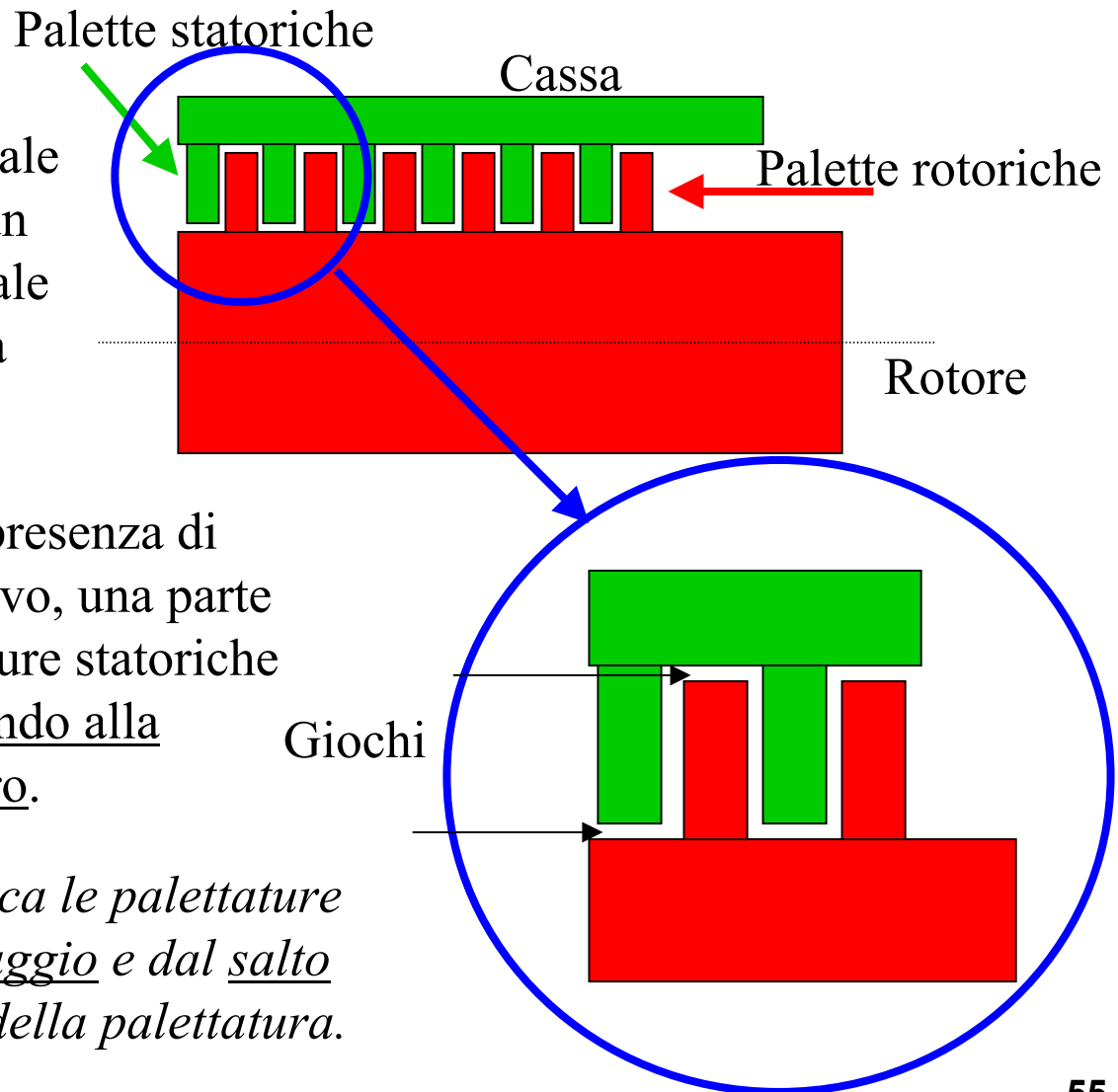


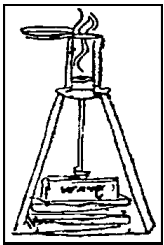
Struttura a tamburo.

Nella struttura a tamburo le pale rotoriche sono calettate su un tamburo rotante, mentre le pale statoriche sono solidali alla cassa della macchina.

Per effetto della inevitabile presenza di giochi tra le parti in moto relativo, una parte del fluido “scavalca” le palettature statoriche e rotoriche, non partecipando alla conversione in lavoro.

La portata di fluido che scavalca le palettature dipende dalla sezione di passaggio e dal salto di pressione tra monte e valle della palettatura.

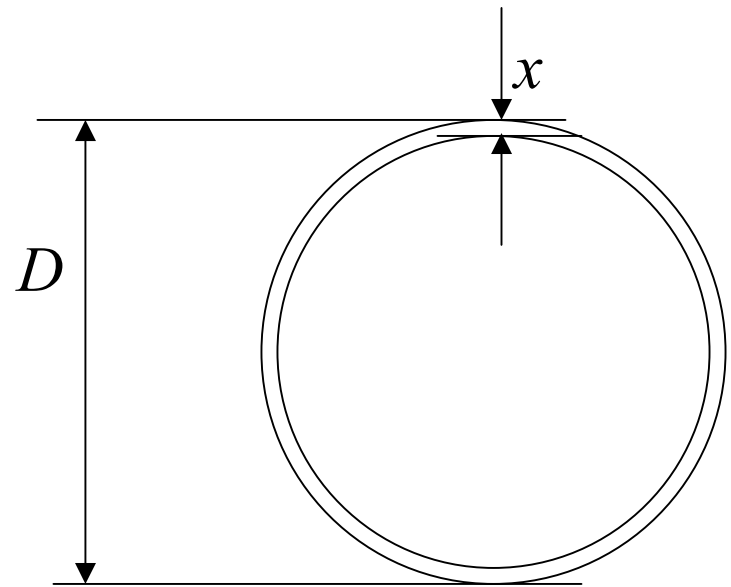




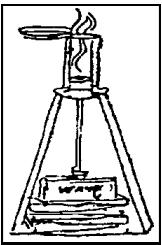
Riduzione delle perdite per scavalcamento

La sezione di passaggio del fluido A è proporzionale al diametro D al quale avviene lo scavalcamento ed all'entità del gioco x .

Poiché tale gioco x non può essere ridotto al di sotto di valori minimi, legati all'esigenza di evitare interferenze meccaniche, tenendo conto delle deformazioni, delle vibrazioni e delle dilatazioni termiche, si può cercare di ridurre la sezione di passaggio riducendo il diametro D .



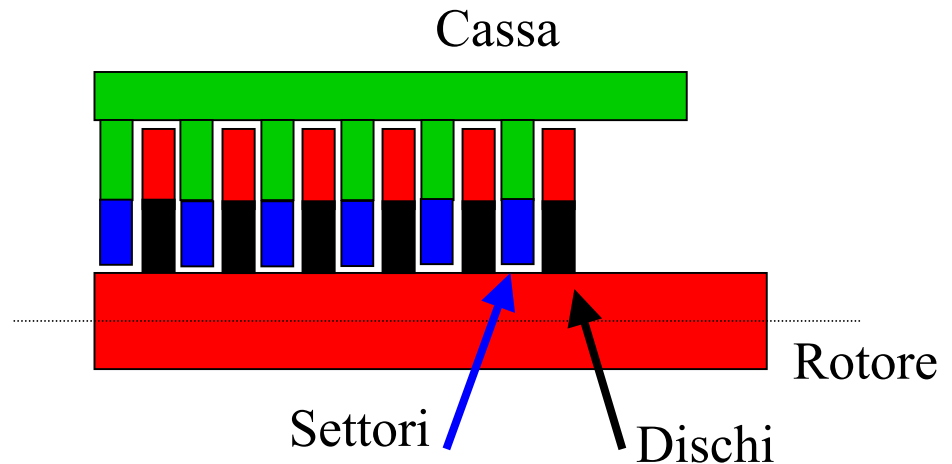
$$A \cong \pi D x \quad (x \ll D)$$



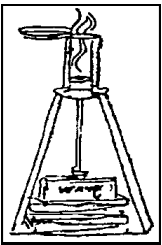
Struttura a dischi e settori.

La perdita di scavalcamento è particolarmente elevata nello statore di uno stadio ad azione, nel quale viene smaltito un salto entalpico pari a circa 4 volte quello smaltito nello statore di uno stadio a reazione ($R=0.5$), a parità di velocità periferica u .

Per ridurre il diametro al quale avviene lo scavalcamento dello statore, si prolunga lo statore con un settore a forma di corona circolare, non attraversato dal fluido, e che si separa dal rotore ad un diametro inferiore. In tal modo si riduce la sezione di passaggio.

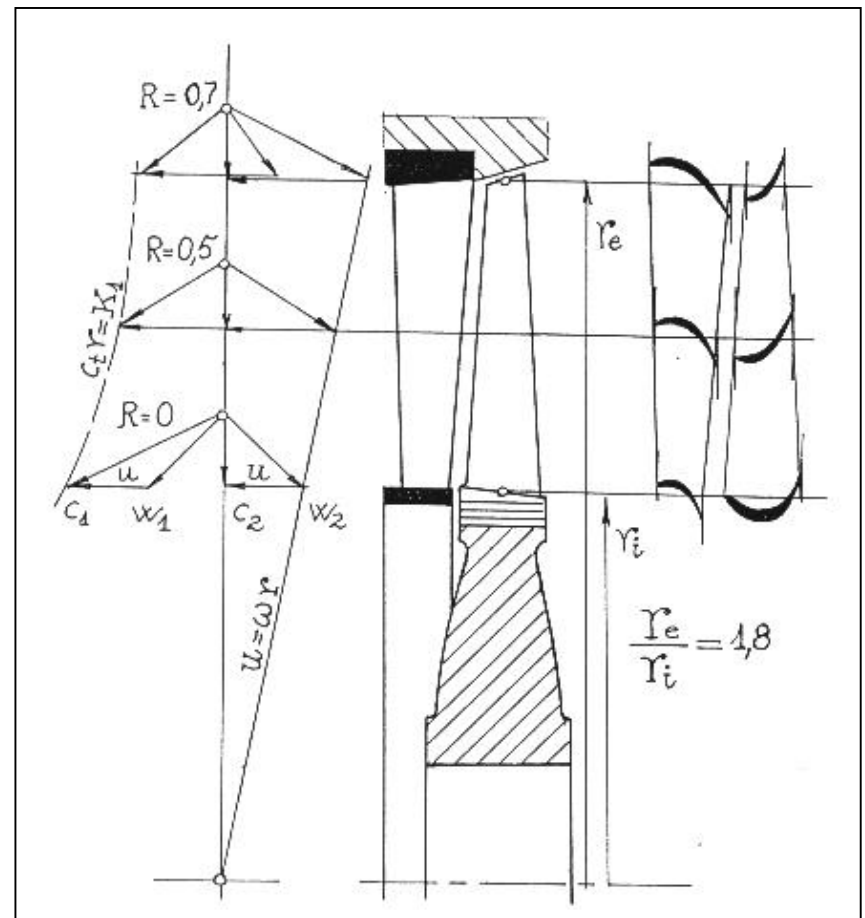


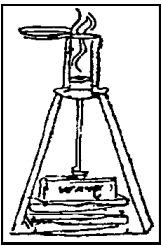
I condotti rotorici sono collegati all'albero attraverso dei dischi a forma di corona circolare. Il fluido che scavalca le pale è costretto ad un percorso tortuoso (labirinto) che ha l'effetto di ridurre la portata, limitando le relative perdite. La struttura a dischi e settori è più pesante e costosa rispetto a quella a tamburo, e si utilizza nelle turbine di alta pressione.



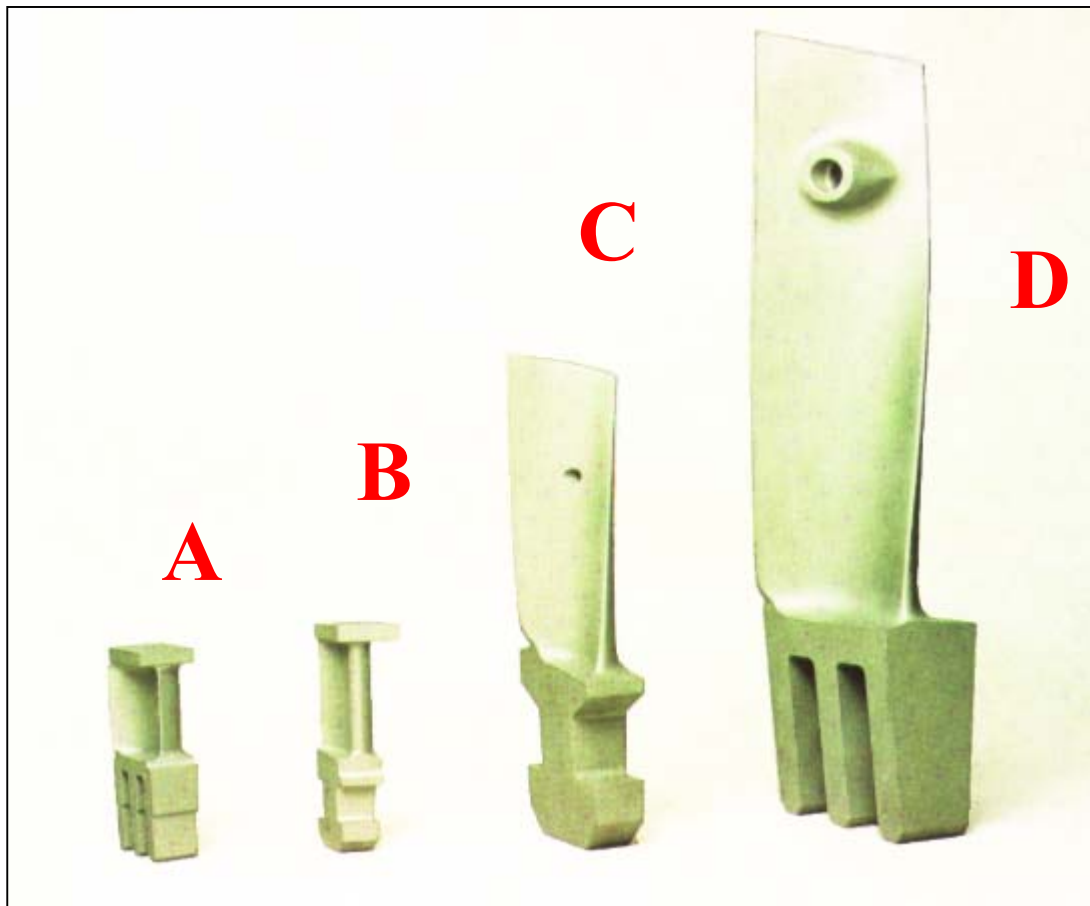
Svergolamento delle pale

- Le palette della turbina di bassa pressione sono “**svergolate**” per tener conto della notevole variazione di velocità periferica lungo il raggio.
- Uno dei criteri più comuni è il “vortice libero” ($c_{1u}r = \text{cost}$). In questo caso il lavoro specifico è costante lungo il raggio, mentre il grado di reazione R varia. Le palettature sono di difficile costruzione.
- Esistono numerosi altri criteri di progetto (vortice forzato, angolo $\alpha_1 = \text{cost}$). Uno studio dettagliato richiede una analisi 3D del flusso.

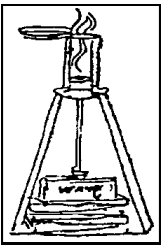




Palettature di turbine assiali



- Le palettature differiscono per dimensioni e struttura, nelle diverse sezioni.
- A: Stadio di alta pressione
- B: Stadio di media pressione
- C: Stadio di bassa pressione (parte iniziale)
- D: Stadio di bassa pressione (parte finale);
 - pala “svergolata” per tener conto degli effetti dovuti alla variazione del raggio;
 - foro per cavo anti-vibrazione

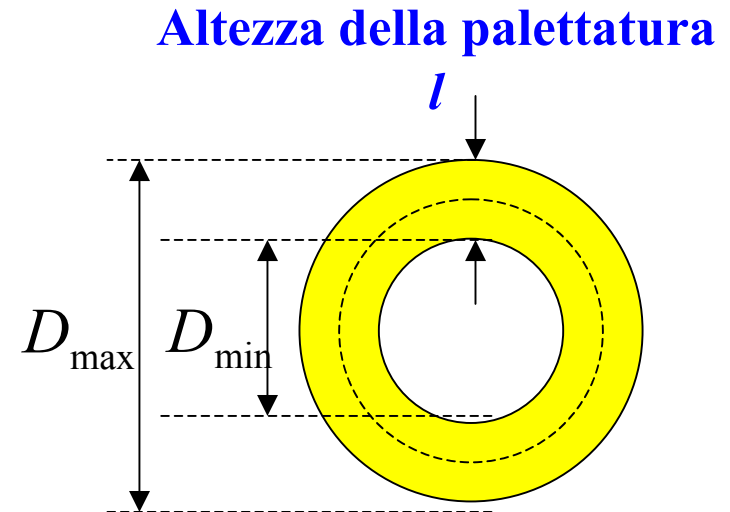


Smaltimento della portata

$$\dot{m} = A c_{2a} \rho$$

Espressione della portata
massica nella sezione di scarico

- In una turbina a vapore in condizioni di scarico la portata volumetrica può essere molto elevata. Per aumentare la portata massica (legata alla potenza della macchina), si potrebbe operare sui vari fattori che la compongono.
- L'aumento di c_{2a} riduce il rendimento di palettatura.
- L'aumento della densità allo scarico riduce il salto entalpico della espansione ed il rendimento limite del ciclo termodinamico.
- E' necessario aumentare la sezione di passaggio A .

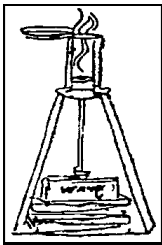


Sezione di passaggio
(D_m =diametro medio)

$$A = \pi D_m l = \pi D_m^2 \frac{l}{D_m}$$

Valore limite dell'altezza
della palettatura

$$\frac{l}{D_m} \leq 0.4$$



Aumento della sezione di passaggio

Sezione di passaggio

$$A = \pi D_m l = \pi D_m^2 \frac{l}{D_m}$$



$$A = \pi \left(\frac{60u}{\pi n} \right)^2 \frac{l}{D_m} = \frac{3600u^2}{\pi n^2} \frac{l}{D_m}$$

n = numero di giri al minuto

$$u = \frac{D_m}{2} \omega = \frac{D_m}{2} \frac{2\pi n}{60} \Rightarrow D_m = \frac{60u}{\pi n}$$



$$\frac{l}{D_m} \leq 0.4$$

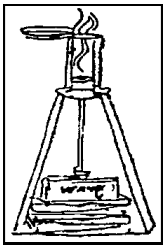
Valore limite dell'altezza della palettatura per evitare problemi fluidodinamici

$$u \leq 400 \text{ m/s}$$

Valore limite della velocità di trascinamento

E' possibile aumentare la sezione di passaggio:

- ♦ sdoppiando le turbine;
- ♦ riducendo il numero di giri.



Variazione del numero di giri

In una centrale termoelettrica la turbina è collegata in asse con il **generatore elettrico**.

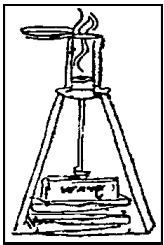
Il numero di giri n della turbina è quindi legato alla frequenza f della corrente ed al numero di coppie polari p del generatore.

$$f = \frac{np}{60} \quad [Hz]$$

In Europa $f=50$ Hz. La turbina può quindi girare a 3000 giro/min ($p=1$), 1500 giro/min ($p=2$) ecc.

Il costo del generatore cresce con il numero di coppie polari.

Nelle grandi centrali si può ricorrere allo sdoppiamento degli assi: le turbine di alta (e media) pressione operano a 3000 giro/min, con un primo generatore, mentre le turbine di bassa pressione operano a 1500 giro/min (o anche a 750 giro/min), con un altro generatore.



Sdoppiamento della turbina di bassa pressione

- Le sezioni di passaggio aumentano molto lungo la linea di espansione per consentire lo smaltimento di portate volumetriche fortemente crescenti.
- La sezione a bassa pressione è sdoppiata in due corpi simmetrici ad ingresso centrale, sia per aumentare la sezione che per bilanciare le spinte assiali esercitate dal vapore, con una riduzione del carico esercitato sui cuscinetti di spinta.

