

**Corso di Laurea
in Ingegneria della Sicurezza Industriale e Nucleare**

**Termodinamica e Termoidraulica
a.a. 09/10**

**Trasmissione del calore
Parte V**

Ing. Nicola Forgiione

Dipartimento di Ingegneria Meccanica, Nucleare e della Produzione

E-mail: nicola.forgione@ing.unipi.it; tel. 0502218057

Generalità

- Nel primo principio della Termodinamica è stato introdotto il concetto di calore scambiato da un sistema. Il secondo principio asserisce, tra l'altro, che tale scambio avviene spontaneamente da un corpo a temperatura più alta ad uno a temperatura più bassa. La termodinamica tuttavia non ci dà nessuna ulteriore informazione: in particolare non spiega le modalità con cui tale scambio avviene, né determina il tempo necessario per lo scambio stesso. Tali problemi sono l'oggetto di una disciplina tecnica detta *Trasmissione del Calore*.
- E' necessario richiamare la definizione esatta di due grandezze che verranno usate nel seguito:
 - *Flusso termico totale o potenza termica* (in inglese: *heat rate o heat flow*) (W_T o Q): il calore trasmesso attraverso una superficie per unità di tempo [W];
 - *Flusso termico specifico o semplicemente flusso termico* (in inglese: *heat flux*) (q''): il calore trasmesso attraverso una superficie per unità di tempo e di superficie [W/m²];
 - La potenza termica, il flusso termico ed il flusso termico medio scambiati attraverso una superficie A sono correlati mediante:

$$\dot{Q} = \int_A q'' dA$$

$$\bar{q}'' = \frac{\dot{Q}}{A}$$

Modalità di scambio termico

- *La trasmissione del calore è la forma di energia che si trasferisce da un sistema ad un altro a seguito di una differenza di temperatura tra i due sistemi.*
- **Da un punto di vista tecnico, le modalità con cui il calore si trasmette possono essere raggruppate in tre categorie fondamentali:**
 - *Conduzione: la trasmissione di calore nei corpi materiali, non associata a spostamento di materia. E' l'unica modalità di trasmissione del calore possibile all'interno dei solidi opachi (ovvero che non vengono attraversati da radiazioni elettromagnetiche).*
 - *Convezione: la trasmissione di calore nei corpi materiali, associata a spostamento di materia. In genere, è il meccanismo di scambio termico predominante nei fluidi.*
 - *Irraggiamento: la trasmissione di calore associata alla propagazione della radiazione elettromagnetica (radiazione termica). E' l'unica modalità di trasferimento di calore possibile nel vuoto.*

	Conduzione	Convezione	Irraggiamento
Mezzi solidi	SI	NO	SI <i>se trasparenti</i>
Mezzi fluidi	SI	SI	SI <i>se trasparenti</i>
Vuoto	NO	NO	SI

Conduzione

- **La conduzione può essere pensata come trasferimento di energia a livello microscopico per interazione tra le particelle più energetiche (dotate di energia vibrazionale) a quelle meno energetiche.**
- **In regime monodimensionale, in cui la temperatura T è funzione della sola x , il flusso termico (calore trasmesso per unità di tempo e superficie) che attraversa una qualunque superficie perpendicolare all'asse x è dato dal *postulato di Fourier* (basato su osservazioni sperimentali), che per una lastra piana è esprimibile come:**

$$q_x'' = -k \frac{dT}{dx}$$

Notare il segno meno, in accordo con il secondo principio della termodinamica (il calore fluisce verso le zone più fredde).

- **Nel caso di andamento tridimensionale di temperatura il flusso termico è un vettore (caratterizzato quindi da direzione e verso oltre che dal modulo) esprimibile come**

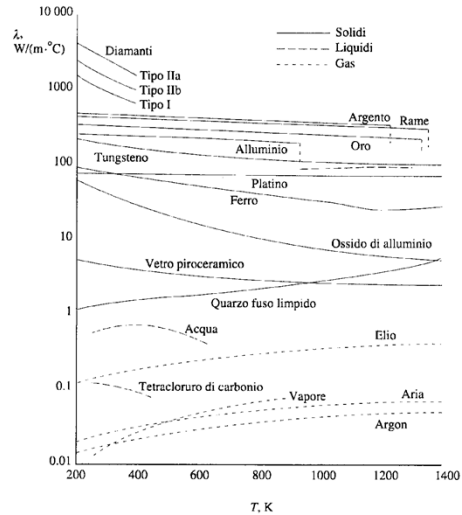
$$\vec{q}'' = -k \text{ grad} T = -k \left(\frac{\partial T}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial T}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial T}{\partial z} \hat{k} \right) \quad \text{Legge di Fourier per un solido isotropo}$$

Il fattore di proporzionalità k [W/(m K)] è detto *conducibilità termica* ed è una *proprietà fisica della sostanza*: le sostanze con alto valore di k sono buoni *conduttori termici* (ovvero trasmettono elevati flussi termici con piccoli gradienti di temperatura) e quelle con basso k sono detti *isolanti termici* e sono usati per coibentare termicamente le strutture. Il valore di k è in generale funzione della temperatura, ma tale dipendenza può in alcuni casi essere trascurata.

Conduzione

Conducibilità termica k

Materiale	k [W/m K]
Diamante	2300
Rame	400
Alluminio	240
Acciaio al C	40 - 60
Acciaio inox	15
Nitruro di boro	15
Lana di vetro	0.04
Vetro	1 - 1.5
Mattoni	0.7
Acqua	0.6
Gas	0.02 - 0.2



Conduzione

Analogia tra conduzione elettrica e termica

L'equazione precedente presenta notevoli analogie con l'equazione della densità di corrente elettrica:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} = -\sigma \text{grad} V \quad \Leftrightarrow \quad \vec{q} = -k \text{grad} T$$

Entrambi i fenomeni sono infatti *fenomeni diffusivi*: la propagazione di una determinata quantità (calore o corrente nel nostro caso) è legata da una costante al gradiente della stessa quantità o di un'altra (temperatura o potenziale nel caso in questione). In particolare è da notare l'analogia tra la *conducibilità elettrica* σ e la *conducibilità termica* k : così come i buoni conduttori elettrici (alto valore di σ) consentono il passaggio di corrente con piccole differenze di potenziale, analogamente ci saranno buoni conduttori termici, caratterizzati da un alto valore di k che consentono il passaggio di calore con limitate differenze di temperatura. Al contrario, dovendo isolare termicamente un ambiente si ricorrerà ad isolanti termici (basso valore di k) così come per l'isolamento elettrico si ricorre a materiali con basso valore di σ .

Conduzione



Equazione della conduzione del calore (Eq. Di Fourier)

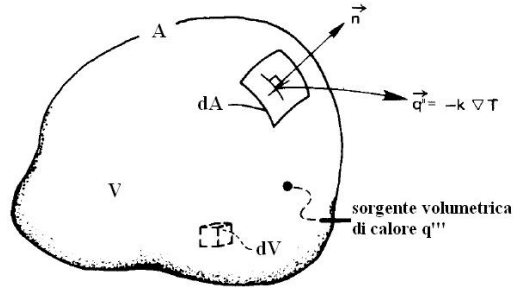
Il punto di partenza dell'analisi di un problema di conduzione del calore è l'equazione di bilancio dell'energia ricavata per un volume di controllo V . Nel caso di un **solido isotropo** (k indipendente dalla direzione) ed **incomprimibile** ($\rho = \text{costante}$ e $du = c dT$) con generazione di calore dentro il corpo si ottiene la seguente forma differenziale dell'equazione generale della conduzione:

$$\frac{dU}{dt} = \dot{Q}$$

$$\dot{Q} = -\int_A (-k \nabla T) \cdot \vec{n} dA + \int_V q''' dV = \int_V [\nabla \cdot (k \nabla T) + q'''] dV$$

$$\frac{dU}{dt} = \int_V \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dV$$

$$\int_V \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dV = \int_V [\nabla \cdot (k \nabla T) + q'''] dV$$



$$\rho c(\vec{r}, T) \frac{\partial T(\vec{r}, t)}{\partial t} = \nabla \cdot [k(\vec{r}, T) \nabla T(\vec{r}, T)] + q'''(\vec{r}, t)$$

Conduzione

Equazione della conduzione del calore (Eq. di Fourier)

- **Coordinate cartesiane**

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q'''$$

- **Coordinate cilindriche**

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(k r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(k \frac{\partial T}{\partial \phi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q'''$$

- **Coordinate sferiche**

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(k r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(k \frac{\partial T}{\partial \phi} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(k \sin \theta \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + q'''$$

- **Per problemi di conduzione per i quali non c'è generazione interna di calore e la conducibilità termica può essere assunta costante, il bilancio di energia si semplifica nella:**

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k}{\rho c} \nabla^2 T$$

Equazione di Fourier

Conduzione

Conduzione stazionaria in una parete piana

Si consideri una parete piana di spessore s e conducibilità termica uniforme k , con superfici interna ed esterna a temperature costanti T_1 e T_2 , rispettivamente. In condizioni stazionarie ed in assenza di sorgenti termiche interne la potenza termica che attraversa la generica superficie interna deve essere costante (non dipende da x):

$$\dot{Q}(x) = \text{cost}$$

Introducendo il flusso termico e facendo uso del postulato di Fourier, si ha:

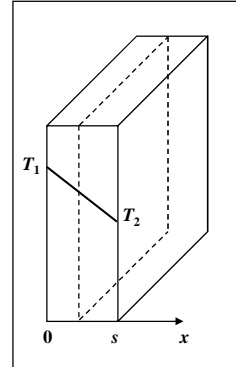
$$\dot{Q} = \int_A q'' dA = q'' A = -k A \frac{dT}{dx} \Rightarrow -k A \frac{dT}{dx} = \text{cost}$$

$$\frac{dT}{dx} = C_1 \Rightarrow T(x) = C_1 x + C_2$$

La temperatura attraverso la parete piana varia linearmente con x .

Imponendo le 2 condizioni al contorno si ha:

$$T(x) = T_1 - \frac{T_1 - T_2}{s} x$$



Conduzione



Conduzione stazionaria in una parete piana

A questo punto possiamo calcolare la potenza termica che per conduzione attraversa la parete piana:

$$\dot{Q} = k A \frac{T_1 - T_2}{s}$$

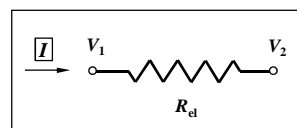
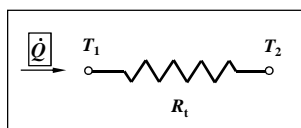
La potenza termica è proporzionale alla differenza della temperatura ed è inversamente proporzionale allo spessore della parete.

Si può stabilire un'analogia tra una resistenza elettrica R_{el} ai cui capi ci sono le tensioni V_1 e V_2 , che è attraversata da una corrente I e la lastra in questione, ai cui capi ci sono le temperature T_1 e T_2 , che è attraversata da una potenza termica \dot{Q} . Bisognerà introdurre una "resistenza termica" che si misura in [K/W].

$$\dot{Q} = \frac{T_1 - T_2}{R_t}, \quad R_t \equiv \frac{s}{k A}$$

Analogia elettrica

$$I = \frac{V_1 - V_2}{R_{el}}$$



Conduzione

Conduzione stazionaria in una parete cilindrica

Si consideri una parete cilindrica di spessore s , lunghezza L e conducibilità termica uniforme k , con superfici interna ed esterna a temperature costanti T_1 e T_2 , rispettivamente. In condizioni stazionarie ed in assenza di sorgenti termiche interne la potenza termica che attraversa la generica superficie interna deve essere costante (non dipende da r):

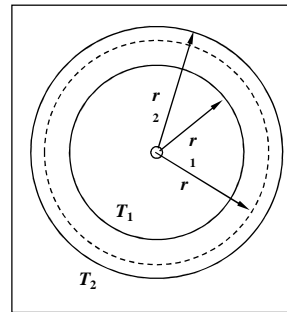
$$\dot{Q}(r) = \text{cost}$$

E' da notare che, a differenza del caso della lastra piana, il fatto che \dot{Q} sia costante non implica che q'' sia costante, perché le due superfici hanno area diversa.

$$\dot{Q} = \int_A q''(r) dA = q''(r) A(r) = -k A(r) \frac{dT}{dr} \Rightarrow -k 2\pi r L \frac{dT}{dr} = \text{cost}$$

$$r \frac{dT}{dr} = C_1 \Rightarrow T(r) = C_1 \ln r + C_2$$

$$T(r) = T_1 - \frac{T_1 - T_2}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \ln\left(\frac{r}{r_1}\right)$$



Conduzione



Conduzione stazionaria in una parete cilindrica

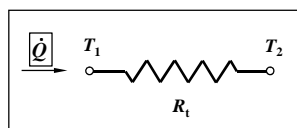
La potenza termica che per conduzione attraversa una generica superficie cilindrica interna al tubo vale:

$$\dot{Q} = 2\pi L k \frac{T_1 - T_2}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$$

Anche in questo caso è possibile definire una resistenza termica la cui forma può porsi in modo molto simile al caso della lastra piana:

$$\dot{Q} = \frac{T_1 - T_2}{R_t}, \quad R_t \equiv \frac{s}{k A_m}$$

$$s \equiv r_2 - r_1, \quad A_m \equiv 2\pi r_m L, \quad r_m \equiv \frac{r_2 - r_1}{\ln(r_2/r_1)}$$



Conduzione

Esempio di conduzione non stazionaria

Nell'esempio che segue, affronteremo un semplice caso di transitorio termico relativo allo studio semplificato della tempra di un corpo metallico. Il corpo può essere considerato un sistema chiuso, e possiamo adottare le seguenti ipotesi:

- il lavoro scambiato con l'esterno (dovuto unicamente alla variazione di volume del cilindro) può decisamente essere trascurato (in altri termini, il materiale può essere considerato indilatabile);
- il materiale è indilatabile e quindi $c_p = c_v = c$;
- la temperatura all'interno del cilindro può essere ritenuta uniforme (ovvero indipendente dal punto all'interno del corpo).

Per meglio chiarire quest'ultimo punto si può introdurre il *numero di Biot*:

$$Bi \equiv \frac{\alpha L}{k}$$

che rappresenta il rapporto tra lo scambio termico per convezione sulla superficie esterna del corpo e quello per conduzione attraverso il corpo metallico stesso (k è la conducibilità del corpo). Un piccolo valore di Bi indica che la resistenza interna del corpo alla conduzione del calore è piccola rispetto alla resistenza per convezione tra la superficie ed il fluido. In pratica, la distribuzione di temperatura dentro il solido può considerarsi uniforme durante il transitorio quando risulta:

$$Bi < 0.1$$

Conduzione

Esempio di conduzione non stazionaria

In tali condizioni l'equazione di bilancio dell'energia (I principio della T.) può essere scritta come

$$\frac{dU}{dt} = \dot{Q}$$

ricordando che

$$\begin{aligned} \frac{dU}{dt} &= M \frac{du}{dt} = \rho V \frac{du}{dt} = \rho V c \frac{dT}{dt} \\ \dot{Q} &= -\alpha A (T(t) - T_a) \end{aligned}$$

si ottiene infine il problema differenziale del primo ordine

$$\begin{cases} \rho V c \frac{dT}{dt} = -\alpha A (T(t) - T_a) \\ T(t=0) = T_0 \end{cases}$$

Il problema può essere riarrangiato in una forma più generale introducendo le due grandezze ausiliarie Θ (theta) e τ (tau):

$$\begin{cases} \tau = \frac{\rho V c}{\alpha A} \\ \Theta = T(t) - T_a \end{cases}$$

Conduzione

Esempio di conduzione non stazionaria

τ [s] è detta *costante di tempo*, per motivi che appariranno evidenti nel seguito. Sostituendo si ottiene

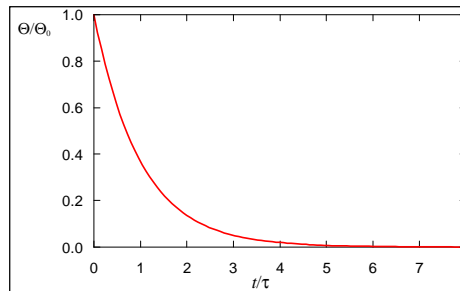
$$\begin{cases} \frac{d\Theta}{dt} = -\frac{\Theta}{\tau} \\ \Theta(t=0) = \Theta_0 = T_0 - T_a \end{cases}$$

la cui soluzione è data da:

$$\Theta(t) = \Theta_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

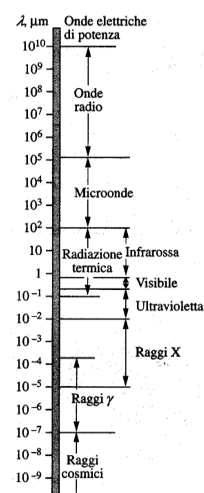
Si ottiene quindi l'andamento della temperatura adimensionalizzata in funzione del tempo adimensionalizzato riportato in figura.

Non è difficile verificare che, sebbene in teoria il transitorio si estingua in un tempo infinito (il corpo impiega un tempo infinito a raggiungere la temperatura del bagno) in pratica esso può essere considerato concluso dopo un intervallo pari a 4-5 costanti di tempo.



Irraggiamento

- *Nell'irraggiamento, il calore è trasportato dalle onde elettromagnetiche, $\lambda = c / \nu$, che tutti i corpi (solidi, liquidi o gassosi) emettono ed assorbono come risultato di cambiamenti nella configurazione elettronica degli atomi di cui sono composti.*
- *Alternativamente la radiazione può essere vista come la propagazione di fotoni o quanti, $e = h \nu$.*
- *La radiazione termica è localizzata principalmente nelle lunghezze d'onda dell'infrarosso. Nonostante ciò, se un corpo viene riscaldato a temperatura sufficiente, esso emette una frazione significativa di energia anche alle lunghezze d'onda dello spettro visibile (sole, filamento delle lampadine). Come già accennato, visto che le onde elettromagnetiche si propagano anche nel vuoto, questa è l'unica modalità di trasmissione di calore possibile nel vuoto stesso.*



Spettro della radiazione elettromagnetica

Irraggiamento

Potere emissivo

- Un corpo nero è un perfetto assorbitore ed emettitore di radiazione cioè assorbe tutta la radiazione incidente, indipendentemente dalla lunghezza d'onda o dalla direzione, ed emette la massima potenza termica radiante per unità di area, detta *potere emissivo (totale) del corpo nero* (E_n) data dalla legge di Stefan-Boltzmann (1879):

$$E_n = \sigma T^4 \quad [\text{W/m}^2]$$

dove $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W/(m}^2 \text{ K}^4)$ è la costante di Stefan-Boltzmann e T la temperatura assoluta della superficie (in Kelvin).

- Si può dimostrare che, data una certa temperatura, il corpo nero presenta la massima emissione per radiazione. Un corpo reale alla stessa temperatura presenta un potere emissivo:

$$E = \epsilon \sigma T^4$$

dove ϵ (epsilon) è un parametro caratteristico della superficie, detto *emissività*, il cui valore è compreso tra 0 ed 1.

Irraggiamento

- La legge di Stefan-Boltzmann fornisce il potere emissivo totale del corpo nero E_n , che è la somma della radiazione emessa su tutte le lunghezze d'onda. Talvolta, però, serve il *potere emissivo monocromatico* (o spettrale) del corpo nero, che è la potenza radiante emessa dal corpo nero alla temperatura assoluta T per unità di area superficiale e per unità di lunghezza d'onda nell'intorno della lunghezza d'onda λ .
- La relazione per il potere emissivo monocromatico del corpo nero $E_{n\lambda}$ va sotto il nome di *legge di distribuzione di Planck*:

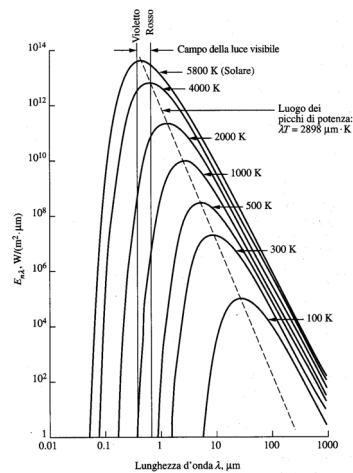
$$E_{n\lambda} = \frac{C_1}{\lambda^5 \left[e^{C_2/(\lambda T)} - 1 \right]}$$

$$C_1 = 2\pi h c_0^2 = 3.742 \text{ W} \cdot \mu\text{m}^4/\text{m}^2$$

$$C_2 = h c_0 / k = 1.439 \cdot 10^4 \mu\text{m K}$$

$$h = 6.625 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

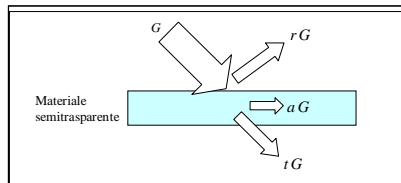
$$k = 1.3805 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$$



Irraggiamento

Irradiazione

- La *radiazione incidente* su di una superficie per unità di area e di tempo è detta *irradiazione* e si indica generalmente con G [W/m²].
- Quando la radiazione incide su di una superficie parte di essa viene assorbita, parte riflessa e la restante parte, se c'è, viene trasmessa. La somma delle frazioni di radiazione assorbita (a), riflessa (r) e trasmessa (t) è unitaria. Le tre frazioni prendono il nome di *coefficiente di assorbimento* (a), *riflessione* (r) e *trasparenza* (t).
- Nei corpi opachi il coefficiente di trasparenza è nullo, come avviene frequentemente per spessori modesti di materiali solidi. In questo caso la radiazione può essere solo assorbita e/o riflessa.



$$a + r + t = 1$$

- La *legge di Kirchoff* asserisce (in forma semplificata) che per tutti i corpi si ha $\varepsilon = a$. Per una particolare classe di corpi detti *corpi grigi*, il coefficiente di assorbimento a (e quindi anche la emissività) è indipendente dalla lunghezza d'onda.

Irraggiamento

- Lo scambio netto di calore per irraggiamento tra due corpi è il risultato del bilancio tra la radiazione emessa dall'uno che viene assorbita dall'altro e viceversa; la sua determinazione coinvolge la valutazione dei fattori di vista, che dipendono puramente dalle proprietà geometriche delle superfici coinvolte, e la conoscenza delle caratteristiche di assorbimento e/o riflessione dei due corpi (proprietà radiative).
- Il *fattore di vista* tra una superficie i ed una superficie j , $F_{i \rightarrow j}$, è la *frazione della radiazione emessa dalla superficie i che incide direttamente sulla superficie j* . I fattori di vista, per particolari geometrie, sono riportati in forma analitica, in tabelle o in forma grafica.
- Una volta introdotti i fattori di vista, nel caso di due corpi neri (i e j) risulta immediato il calcolo della potenza termica netta trasmessa per irraggiamento, data dalla relazione:

$$\dot{Q} = F_{i \rightarrow j} A_i \sigma (T_i^4 - T_j^4) \quad [\text{W}]$$

$$A_i F_{i \rightarrow j} = A_j F_{j \rightarrow i}$$

- Nel caso di superfici non nere il calcolo risulta notevolmente più complesso. Una classe di superfici non nere particolarmente utili nelle applicazioni pratiche sono le *superfici grigie* (proprietà radiative indipendenti dalla lunghezza d'onda), *diffondenti* (proprietà radiative indipendenti dalla direzione) ed *opache* ($t=0$).

Irraggiamento

- In figura sono riportate le *formule per il calcolo della potenza termica scambiata tra due superfici grigie, diffondenti ed opache* in quattro differenti configurazioni geometriche.
- Nel caso semplice di un corpo relativamente piccolo a temperatura T_1 contenuto in una grande cavità a temperatura T_2 (es. il filamento di una lampadina contenuto in una stanza) la potenza termica scambiata per irraggiamento è dato da:

$$\dot{Q}_1 = \varepsilon_1 A_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4) \quad [\text{W}]$$

- Si può ricondurre in forma approssimata la legge precedente ad una lineare:

$$\dot{Q}_1 = \alpha_R A_1 (T_1 - T_2) \quad , \quad \alpha_R \equiv \varepsilon_1 \sigma (T_1 + T_2) (T_1^2 + T_2^2)$$

dove α_R dipende ovviamente dalla temperatura. Nei casi più semplici, questa dipendenza può essere trascurata. La resistenza termica per irraggiamento vale quindi (in questo caso semplificato)

$$R_r = \frac{1}{\alpha_R A_1}$$

<p>Piccolo oggetto in una grande cavità</p> <p>A_1, T_1, ε_1 A_2, T_2, ε_2</p>	$\frac{A_1}{A_2} = 0$ $F_{12} = 1$	$\dot{Q} = A_1 \varepsilon_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4)$
<p>Piccolo oggetto in una grande cavità</p> <p>A_1, T_1, ε_1 A_2, T_2, ε_2</p>	$\frac{A_1}{A_2} = 0$ $F_{12} = 1$	$\dot{Q} = A_1 \varepsilon_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4)$
<p>Piastre parallele infinitamente larghe</p> <p>A_1, T_1, ε_1 A_2, T_2, ε_2</p>	$A_1 = A_2 = A$ $F_{12} = 1$	$\dot{Q} = \frac{A \sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}$
<p>Cilindri concentrici infinitamente lunghi</p> <p>r_1, ε_1 r_2, ε_2</p>	$\frac{A_1}{A_2} = \frac{r_1}{r_2}$ $F_{12} = 1$	$\dot{Q} = \frac{A_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2} \left(\frac{r_1}{r_2}\right)}$
<p>Sfere concentriche</p> <p>r_1, ε_1 r_2, ε_2</p>	$\frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$ $F_{12} = 1$	$\dot{Q} = \frac{A_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2} \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2}$

Convezione

La convezione (dal latino conveho, “trasporto d’insieme”) è la *modalità di scambio termico che si ha alla superficie di un solido lambito da un fluido per l'effetto combinato della conduzione nel fluido e del trasporto di energia associato allo spostamento di materia, dovuto al moto del fluido stesso*. E' da notare che affinché si abbia convezione è necessario che il fluido sia in moto: nei fluidi in quiete la trasmissione del calore può avvenire solo per conduzione (ed irraggiamento se il fluido è trasparente).

Dal punto di vista pratico la convezione può essere classificata in

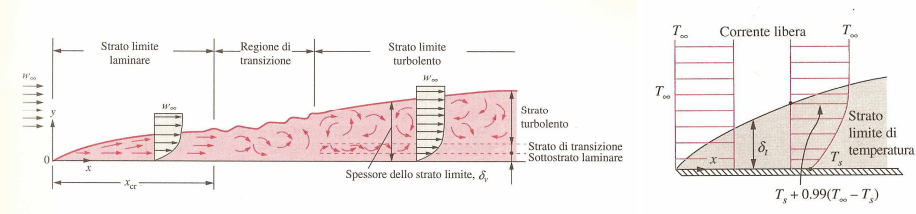
- convezione naturale*: quando il moto del fluido è dovuto alle differenze di densità indotte dalle differenze di temperatura (ad esempio, un fluido più caldo tende generalmente a salire): è il caso ad esempio dell'acqua in una pentola posta sul fuoco, o dell'aria sull'asfalto caldo;
- convezione forzata*: quando il moto relativo tra il fluido e la superficie è indotto dall'esterno tramite appositi organi (in genere, pompe o ventilatori);

ed anche in:

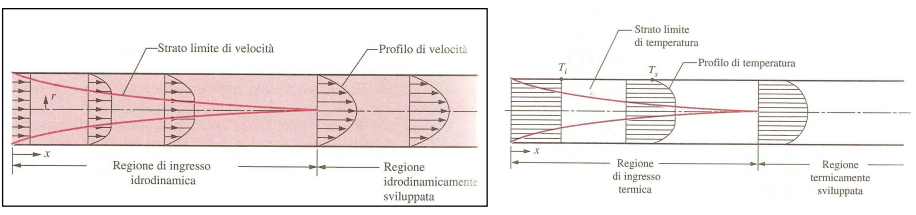
- convezione interna*: quando il fluido scorre internamente ad un condotto (in genere una tubazione);
- convezione esterna*: quando il fluido lambisce dall'esterno un oggetto (es. l'ala di un aereo, la pala di una turbina).

Convezione

Convezione forzata esterna

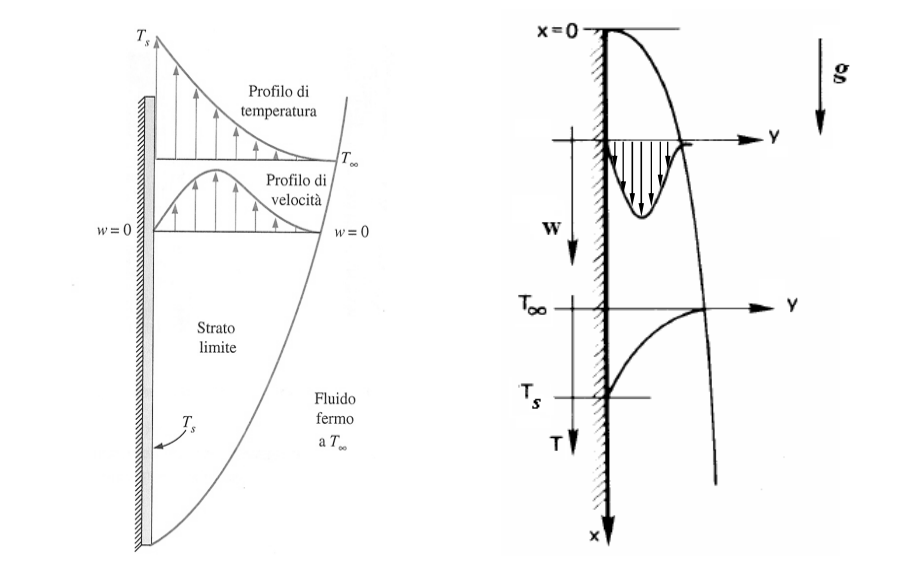


Convezione forzata interna



Convezione

Convezione naturale



Convezione

Legge di Newton per la convezione

Il flusso termico per convezione è esprimibile mediante l'espressione empirica (anch'essa dovuta originariamente a Fourier, che sviluppò una precedente osservazione di Newton):

$$q'' = h_c (T_w - T_{ref}) \quad q'' = HTC (T_w - T_{ref})$$

	Liquidi	Gas
Convezione naturale	100	10
Convezione forzata	10000	100
Convezione con cambio di fase (ebollizione, condensazione)	2 500 - 100 000	

dove

- il coefficiente h_c [W/(m² K)] è detto *coefficiente di scambio termico per convezione (HTC)*, e (al contrario di k) non è solo una proprietà del fluido: esso è un coefficiente empirico che incorpora gli effetti dovuti alla natura del fluido, al campo di velocità in prossimità della superficie, alla geometria del sistema. Tanto più α è elevato, quanto maggiore è lo scambio termico convettivo (ovviamente, a parità di differenza di temperatura).
- T_w rappresenta la *temperatura della superficie*, mentre T_{ref} è un'opportuna *temperatura di riferimento del fluido*: più precisamente, in caso di convezione esterna T_{ref} è data dal valore asintotico che la temperatura raggiunge a sufficiente distanza dalla superficie e che non è influenzato dalla presenza della superficie stessa; in caso di convezione interna T_{ref} è la cosiddetta *temperatura di miscela o di bulk* (ovvero un'opportuna media della temperatura nella sezione trasversale del condotto).

Convezione

Legge di Newton per la convezione

- Analogamente a quanto fatto per la conduzione, possiamo introdurre anche una *resistenza termica convettiva*, data da:

$$R_t \equiv \frac{1}{h_c A}$$

$$\dot{Q} = \frac{(T_w - T_{ref})}{R_t}$$

- Riflettendo ci si può rendere conto che la *legge di Newton* è semplicemente la *definizione di h_c* . La determinazione di h_c è nella maggior parte dei casi affidata all'esecuzione di esperimenti. Tali esperimenti hanno come risultato delle espressioni matematiche, dette *correlazioni di scambio termico*, che danno (generalmente in forma di gruppi adimensionali) il valore del coefficiente di convezione per determinate classi di fluidi, condizioni di moto e configurazioni geometriche. A solo titolo di esempio, si riporta una correlazione abbastanza famosa, detta *correlazione di Dittus-Bölder*, che fornisce il valore di h_c per convezione forzata nel caso di moto a velocità relativamente elevata (moto turbolento) di fluidi (tutti ad eccezione dei metalli liquidi) all'interno di condotti:

$$Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.4}$$

$$Nu \equiv \frac{h_c D}{k}; \quad Re \equiv \frac{\rho w D}{\mu}; \quad Pr \equiv \frac{\mu c_p}{k}$$

Si può notare che i tre gruppi (Nu , Re , Pr) che appaiono nell'equazione precedente sono adimensionali: essi sono detti rispettivamente *numeri di Nusselt, Reynolds e Prandtl*.

Convezione

Convezione naturale

- In regime di convezione naturale, la velocità del fluido dipende dai moti indotti dalle differenze di densità e pertanto non è ben definita. Non ha quindi senso definire il numero di Reynolds, che viene sostituito invece dal numero di Grashof:

$$Gr \equiv \frac{g \beta (T_w - T_\infty) \rho^2 L^3}{\mu^2}$$

$$\beta \equiv \frac{1}{\nu} \left(\frac{\partial \nu}{\partial T} \right)_p = - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p$$

dove, oltre alle grandezze definite in precedenza, compaiono

- β coefficiente di dilatazione termica del fluido;
 - g accelerazione di gravità;
 - T_w temperatura della parete;
 - T_∞ temperatura del fluido imperturbato (a sufficiente distanza dalla parete);
 - L dimensione lineare caratteristica della superficie (in genere, area/diametro).
- Per la natura stessa della convezione naturale, il coefficiente di scambio dipende quindi anche dalla temperatura della parete, il che rende il fenomeno non più linearmente dipendente da ΔT e obbliga in molti casi ad una soluzione iterativa del problema. Una tipica correlazione di scambio termico in convezione naturale, valida per piastre orizzontali e per $10^4 < Pr Gr < 10^7$, ha la forma:

$$Nu \equiv 0.54 (Pr Gr)^{1/4}$$

Convezione

CONFIGURAZIONE	LIMITI	CORRELAZIONE	RIFERIMENTI - NOTE
Convezione forzata interna Moto laminare Moto pienamente sviluppato	$Re < 2100$ $Pr > 0.7$ $L/D \gg 0.05 Re Pr$	$Nu = 3.66 \quad (T_s = const)$ $Nu = 4.36 \quad (q = const)$	Valore locale di Nu per moto pienamente sviluppato. Possono essere usate se il tubo è molto lungo rispetto alla zona di imbocco e la viscosità non varia molto con la temperatura. V. Incropera p.460.
Convezione forzata interna Moto laminare T parete costante	$Re < 2100$ $Pr > 0.7$	$Nu = 1.86 \left(\frac{Re Pr}{L/D} \right)^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_s} \right)^{0.14}$	Incropera p.460 μ viscosità a T miscela (T_m) μ_s viscosità a T parete (T_s) Raccomandata se: $(Re Pr D / L)^{1/3} (\mu / \mu_s)^{0.14} > 2$
Convezione forzata interna Moto turbolento Condotti lunghi	$Re > 6000$ $Pr > 0.7$ $L/D > 10$	$Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.33}$ (Precisione del 25%)	Incropera p.445, Lienhard p.323. Esistono correlazioni più complesse con precisioni migliori del 10%.
Convezione forzata interna Moto turbolento Condotti lunghi	$Re > 10000$ $0.6 < Pr < 160$ $L/D > 10$	$Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^n$ $n = 0.4$ per $T_s > T_m$ $n = 0.3$ per $T_s < T_m$	Incropera p.445.
Convezione forzata interna Metalli liquidi	$Pr < 0.1$	$Nu = 4.0 + 0.025 (Re Pr)^{0.8} \quad (T_s = const)$ $Nu = 5.0 + 0.025 (Re Pr)^{0.8} \quad (q = const)$	
Convezione forzata esterna Cilindro in "crossflow" (ovvero investito da una corrente infinita perpendicolare al suo asse)	$2 \cdot 10^4 < Re < 4 \cdot 10^5$ $Re Pr > 0.2$	$Nu = 0.3 + \left\{ 0.62 Re^{1/2} Pr^{1/3} \left[1 + (0.4/Pr)^{1/4} \right]^{1/4} \right\} \left[1 + (Re/282000)^{5/8} \right]^{4/5}$ (Precisione del 20%)	Incropera p.395, Lienhard p.329. Precisione migliore se divisa in più parti.

Convezione

CONFIGURAZIONE	LIMITI	CORRELAZIONE	RIFERIMENTI - NOTE
Convezione naturale Piastra verticale	$Gr_L > 10^9$	$Nu = 0.13 (Pr Gr_L)^{1/3}$	Kreith p.394.
Convezione naturale Piastra verticale	$Pr Gr_L < 10^4$	$Nu = \left\{ 0.825 + \frac{0.387(Pr Gr_L)^{1/6}}{[1 + (0.492/Pr)^{9/16}]^{8/27}} \right\}^2$	Incropera p.493.
Convezione naturale Piastra orizzontale Moto laminare Superficie superiore di piastra calda o inferiore di piastra fredda	$10^4 < Pr Gr_L < 10^7$	$Nu = 0.54 (Pr Gr_L)^{1/4}$	Incropera p.498 $Gr_L \equiv \frac{g \beta (T_s - T_\infty) L^3}{\nu^2}$ β = coeff. di dilatazione termica L = area / perimetro
Convezione naturale Piastra orizzontale Moto turbolento Superficie superiore di piastra calda o inferiore di piastra fredda	$10^7 < Pr Gr_L < 10^{11}$	$Nu = 0.15 (Pr Gr_L)^{1/3}$	v. sopra
Convezione naturale Piastra orizzontale Superficie inferiore di piastra calda o superiore di piastra fredda	$10^5 < Pr Gr_L < 10^{10}$	$Nu = 0.27 (Pr Gr_L)^{1/4}$	v. sopra
Convezione naturale Cilindro orizzontale	$10^{-5} < Pr Gr_D < 10^{12}$	$Nu = \left\{ 0.60 + \frac{0.387(Pr Gr_D)^{1/6}}{[1 + (0.559/Pr)^{9/16}]^{8/27}} \right\}^2$	Incropera p.502. Per $10^3 < Gr_D < 10^9$ si puo' usare: $Nu = 0.53 (Pr Gr_D)^{1/4}$ (v. Kreith p.396)
Convezione naturale Cilindro verticale	$D / L \geq (35 / Gr_L^{1/4})$	Usare la correlazione per piastre verticali	Incropera p.494. Correlazioni piu' accurate, V. Lienhard p.360.

NOTE: Se non specificato altrimenti, le proprieta' fisiche devono essere valutate alla temperatura del $T_f = (T_s + T_\infty) / 2$. La T_s e' la temperatura all'infinito per flussi esterni, mentre per flussi interni e' la temperatura di miscela.

Convezione

Lastra piana lambita da due fluidi

- Possiamo risolvere il problema risolvendo il seguente sistema:

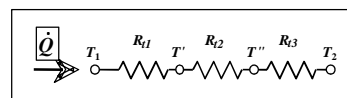
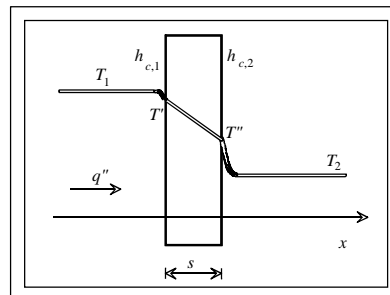
$$\begin{cases} \dot{Q} = h_{c,1} A (T_1 - T') \\ \dot{Q} = k A \frac{T' - T''}{s} \\ \dot{Q} = h_{c,2} A (T'' - T_2) \end{cases}$$

oppure sfruttando l'analogia elettrica

$$\dot{Q} = \frac{(T_1 - T_2)}{R_{tot}} = \frac{(T_1 - T_2)}{R_{t1} + R_{t2} + R_{t3}}$$

dove:

$$R_{t1} = \frac{1}{h_{c,1} A}, \quad R_{t2} = \frac{s}{k A}, \quad R_{t3} = \frac{1}{h_{c,2} A}$$



Convezione

Conduttanza termica

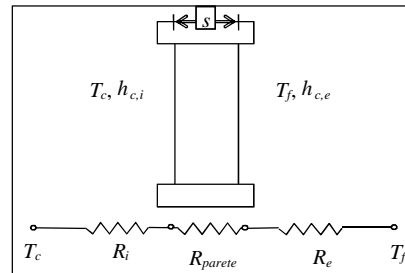
- Nella tecnica si fa spesso riferimento al reciproco della resistenza termica R_t , che si indica con U ed è detta *conduttanza di parete* [W/K]. Si usa spesso anche il *coefficiente di scambio termico globale*, o *conduttanza unitaria di parete*, che è riferito all'unità di superficie e vale quindi $u = U/A$ e si misura in [W/(m² K)]. In sintesi, la relazione tra queste tre quantità è quindi:

$$R_t = \frac{1}{U} = \frac{1}{u A}$$

$$\dot{Q} = U (T_c - T_f) = u A (T_c - T_f)$$

- Nel caso di lastra piana lambita da due fluidi abbiamo:

$$R_t = \frac{1}{u A} = R_i + R_{parete} + R_e = \frac{1}{h_{c,i} A} + \frac{s}{k A} + \frac{1}{h_{c,e} A}$$



Convezione

Conduttanza termica nel caso di parete di separazione cilindrica

- In questo caso bisogna considerare che in generale l'area di scambio termico esterna è diversa da quella interna e che l'area da introdurre all'interno della resistenza termica conduttiva è un'opportuna media (logaritmica) tra queste due:

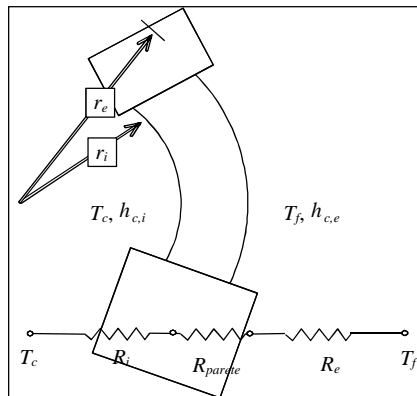
$$R_t = \frac{1}{U} = \frac{1}{u_i A_i} = \frac{1}{u_e A_e} = \frac{1}{h_{c,i} A_i} + \frac{s}{k \bar{A}} + \frac{1}{h_{c,e} A_e}$$

$$\bar{A} = \frac{A_e - A_i}{\ln A_e - \ln A_i} = \frac{2\pi(r_e - r_i)L}{\ln(r_e/r_i)}$$

- Caso di parete di separazione cilindrica con alettatura esterna l'area esterna andrà rimpiazzata con un'area esterna efficace:

$$A_{e,eff} = A_{e,non alett.} + \eta_{aletta} A_{e,alett.}$$

dove η è l'efficienza dell'aletta valutabile in funzione della forma e della dimensione dell'aletta tramite diagrammi od appropriate formule.

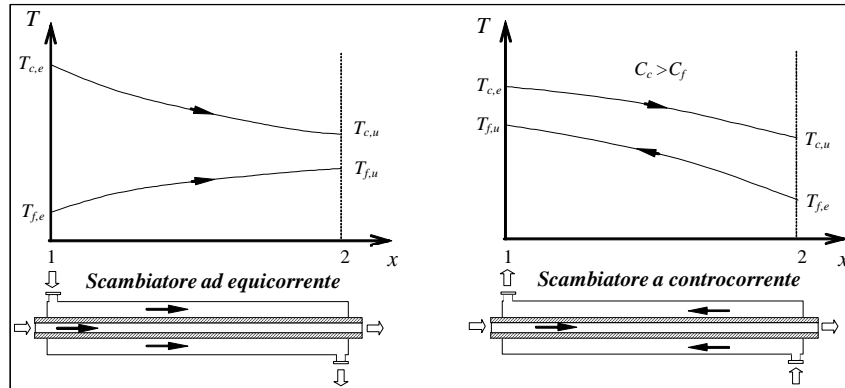


Scambiatori di calore

Tipologia degli scambiatori di calore

Gli scambiatori di calore sono delle apparecchiature nelle quali si ha trasmissione del calore da un fluido ad un altro. Gli scambiatori di calore possono distinguersi in:

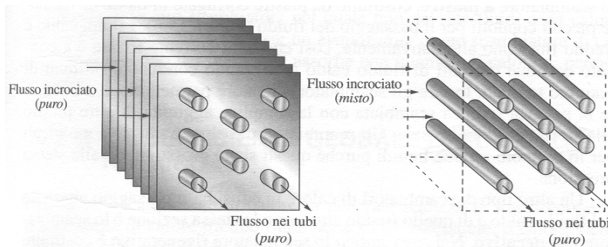
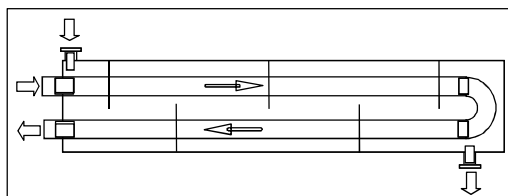
- **scambiatori a miscelamento**, in cui i due fluidi hanno in genere la stessa natura e si mescolano tra loro;
- **scambiatori a superficie**, in cui i due fluidi, che possono essere di diversa natura, sono separati da una superficie impermeabile alla massa e non si mescolano.



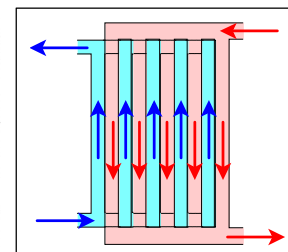
Scambiatori di calore

Tipologia degli scambiatori di calore

Scambiatore di calore a tubi e mantello con 1 passaggio nel mantello, e 2 passaggi nei tubi.



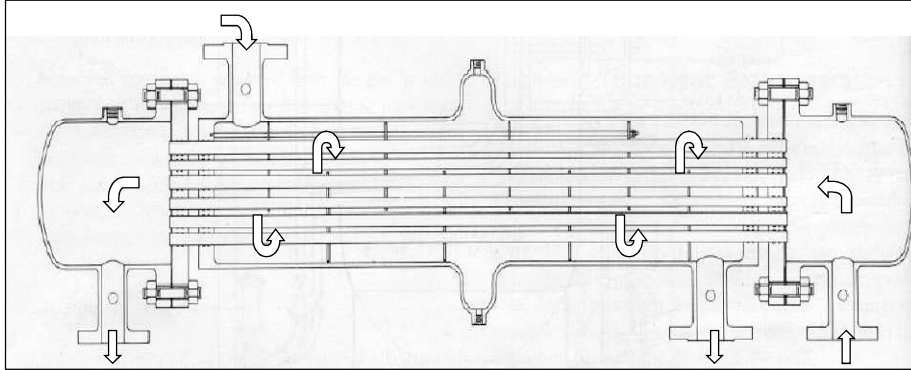
Scambiatore di calore a correnti incrociate



Scambiatore a piastre

Scambiatori di calore

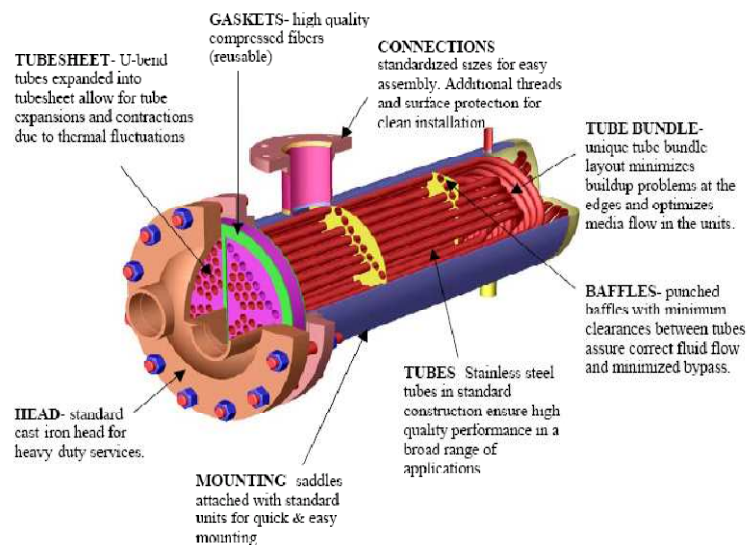
Tipologia degli scambiatori di calore (scambiatori a tubi e mantello)



Scambiatore di calore a tubi e mantello con 1 passaggio nel mantello, fornito di diaframmi, e 1 passaggio nei tubi

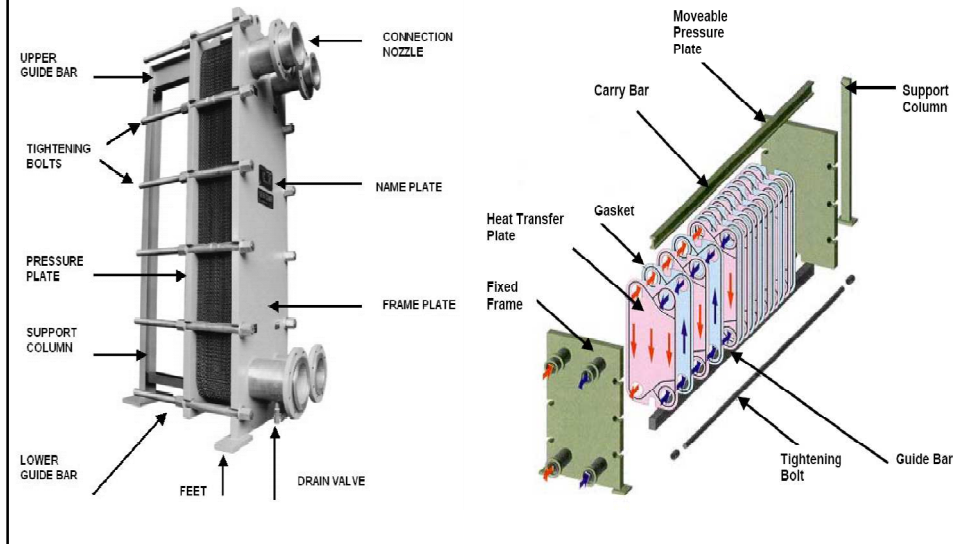
Scambiatori di calore

Tipologia degli scambiatori di calore (scambiatori a tubi e mantello)



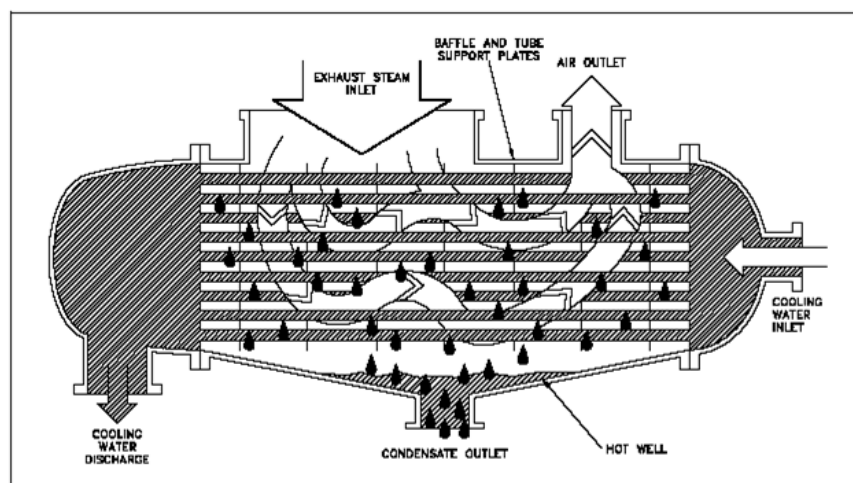
Scambiatori di calore

Tipologia degli scambiatori di calore (scambiatori a piastre)



Scambiatori di calore

Tipologia degli scambiatori di calore



**Condensatore a tubi e mantello
con 1 passaggio nel mantello ed 1 nei tubi.**

Scambiatori di calore

Il dimensionamento degli scambiatori di calore (2 eq. di bilancio + 1 eq. di scambio)

- Il **calcolo termico di progetto** ha come scopo quello di dimensionare e di scegliere opportunamente uno scambiatore che deve realizzare il voluto scambio termico tra due fluidi di cui sono note: a) le portate massiche b) le temperature di ingresso e c) di cui è prescritta una temperatura di uscita (desiderata). Il calcolo consiste allora nel selezionare un tipo di scambiatore di calore e nel determinare l'area di scambio termico, A , necessaria per ottenere la desiderata temperatura di uscita.
- Il **calcolo termico di verifica** viene eseguito su uno scambiatore già esistente di cui sono note a) l'area totale di scambio termico, b) le portate massiche, c) le temperature di ingresso dei due fluidi. In questo caso l'obiettivo è quello di determinare la potenza termica scambiata e le temperature di uscita dei due fluidi.

$$\dot{Q} = G_c (h_{c,e} - h_{c,u})$$

$$\dot{Q} = G_f (h_{f,u} - h_{f,e})$$

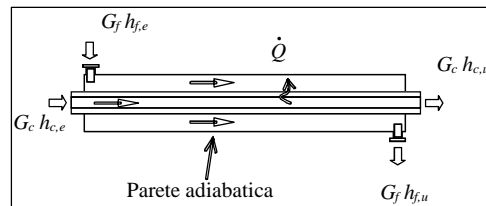
$$\dot{Q} = G_c c_{p,c} (T_{c,e} - T_{c,u})$$

$$\dot{Q} = G_f c_{p,f} (T_{f,u} - T_{f,e})$$

$$C = G c_p = \text{portata termica (oraria)}$$

$$\dot{Q} = C_c (T_{c,e} - T_{c,u})$$

$$\dot{Q} = C_f (T_{f,u} - T_{f,e})$$



Scambiatori di calore

Il dimensionamento degli scambiatori di calore (2 eq. di bilancio + 1 eq. di scambio)

- A queste due equazioni di bilancio energetico si può aggiungere una **equazione di scambio termico**; quest'ultima associa la potenza termica scambiata tra i due fluidi alle temperature di ingresso e/o di uscita, alle portate, al coefficiente di scambio termico globale ed all'area di scambio.
- Nel seguito, vengono esposti due differenti metodi per ottenere un'equazione di scambio termico da associare alle due equazioni di bilancio dell'energia viste precedentemente. Il primo è il **metodo della media logaritmica delle differenze di temperatura (o MLDT)** ed il secondo è il **metodo ϵ -NUT**. Per farne uso, si suppone inoltre che la conduttanza termica unitaria rimanga costante lungo tutta la parete dello scambiatore.

Metodo della media logaritmica delle differenze di temperatura (MLDT o in inglese LMTD)

- In questo caso la potenza termica scambiata tra i due fluidi viene legata alla differenza di temperatura tra il fluido caldo ed il fluido freddo:

$$\dot{Q} = u A (T_c - T_f) = u A \Delta T$$

Scambiatori di calore

Metodo della media logaritmica delle differenze di temperatura

- Tuttavia, poiché ΔT varia con la posizione all'interno dello scambiatore di calore è necessario utilizzare una differenza di temperatura opportunamente mediata. Nel caso degli scambiatori di calore ad equicorrente o a controcorrente, se la conduttanza di parete non varia lungo la superficie, si può dimostrare che la differenza di temperatura da utilizzare è la media logaritmica tra le differenze esistenti a monte ed a valle dello scambiatore ottenendo così la seguente equazione di scambio termico

$$\dot{Q} = u A \Delta T_{ml}$$

dove:

$$\Delta T_{ml} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln(\Delta T_1 / \Delta T_2)}$$

$$\Delta T_1 = T_{c,e} - T_{f,e}; \quad \Delta T_2 = T_{c,u} - T_{f,u} \quad (\text{scamb. equicorrente})$$

$$\Delta T_1 = T_{c,e} - T_{f,u}; \quad \Delta T_2 = T_{c,u} - T_{f,e} \quad (\text{scamb. controcorrente})$$

- Per gli altri tipi di scambiatore, l'effettiva differenza media di temperatura da utilizzare nell'equazione di scambio termico è data dal prodotto di quella ottenuta come media logaritmica (come se lo scambiatore fosse a controcorrente) per un fattore di correzione, F , minore di uno:

$$\dot{Q} = u A \Delta T_{ml} F$$

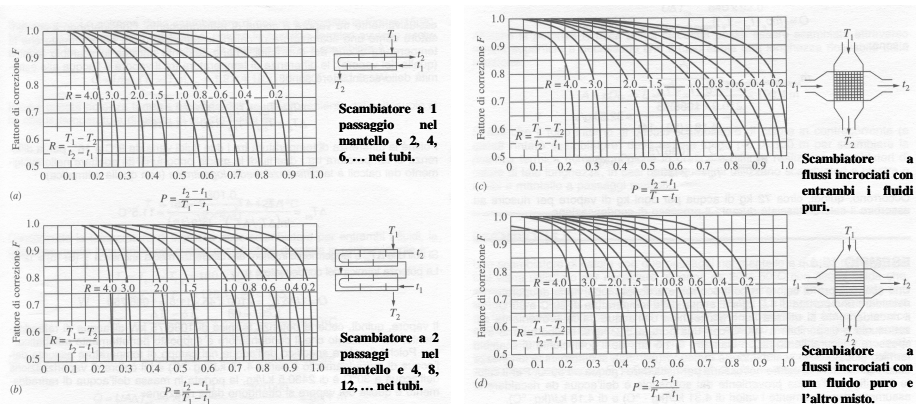
$$\Delta T_1 = T_{c,e} - T_{f,u}; \quad \Delta T_2 = T_{c,u} - T_{f,e}$$

Il fattore di correzione dipende dal tipo di scambiatore e dalle temperature di ingresso e di uscita dei due fluidi. Esso è quindi diagrammato per ogni scambiatore di calore in funzione delle temperature dei due fluidi.

Scambiatori di calore

Metodo della media logaritmica delle differenze di temperatura

- Fattore di correzione



Scambiatori di calore

Metodo ϵ -NUT (in inglese ϵ -NTU)

- Per ottenere un'espressione dell'equazione di scambio termico che non comprenda alcuna temperatura di uscita si definisce l'efficienza di uno scambiatore, ϵ , il rapporto tra la potenza termica effettivamente scambiata nello scambiatore e la massima potenza termica scambiabile:

$$\epsilon \equiv \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{\max}} \quad (0 < \epsilon < 1)$$

- La massima potenza termica scambiabile è quella realizzabile in uno scambiatore in controcorrente in cui il fluido di minore portata termica subisce il massimo salto di temperatura possibile senza violare il secondo principio della termodinamica, e questo si verifica quando esso esce dallo scambiatore ad una temperatura pari a quella di ingresso del secondo fluido. In altre parole:

$$\begin{array}{l} \dot{Q}_{\max} = C_f (T_{c,e} - T_{f,e}) \quad \text{se } C_c > C_f \\ \dot{Q}_{\max} = C_c (T_{c,e} - T_{f,e}) \quad \text{se } C_c < C_f \end{array} \quad \dot{Q}_{\max} = C_{\min} (T_{c,e} - T_{f,e})$$

Scambiatori di calore

Metodo ϵ -NUT (in inglese ϵ -NTU)

- Se si conoscono l'efficienza e le temperature di ingresso dello scambiatore allora la potenza termica scambiata può essere calcolata mediante la seguente equazione di scambio:

$$\dot{Q} = \epsilon C_{\min} (T_{c,e} - T_{f,e})$$

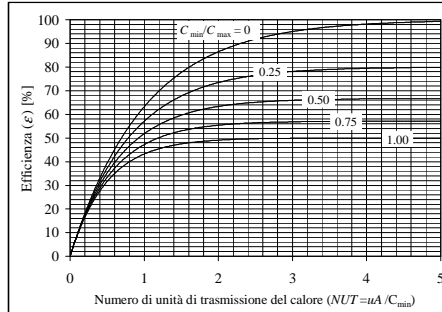
- Per una data tipologia di scambiatori di calore si può dimostrare che l'efficienza è esprimibile in funzione di due parametri adimensionali:

$$\epsilon = f(NUT, C) \quad NUT \equiv \frac{uA}{C_{\min}} = \frac{1}{R_t C_{\min}} \quad C \equiv \frac{C_{\min}}{C_{\max}}$$

dove NUT è chiamato numero di unità di trasmissione del calore, mentre C è il rapporto tra le portate termiche dei due fluidi.

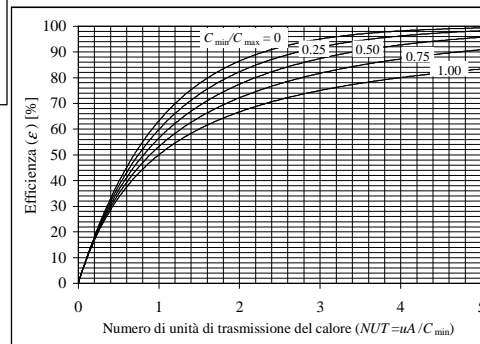
Scambiatori di calore

Metodo ϵ -NUT (in inglese ϵ -NTU)



Efficienza di uno scambiatore di calore a controcorrente

Efficienza di uno scambiatore di calore ad equicorrente

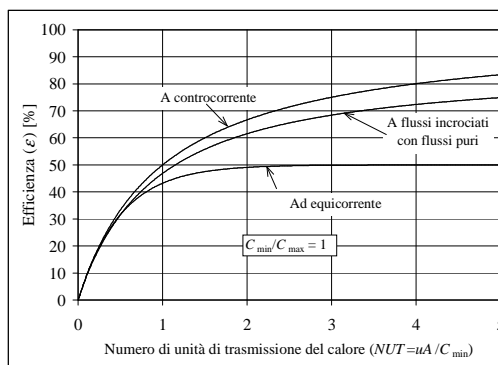


Scambiatori di calore

Metodo ϵ -NUT (in inglese ϵ -NTU)

Relativamente all'efficienza di uno scambiatore di calore, si possono fare le osservazioni riportate nel seguito.

- L'efficienza aumenta rapidamente per piccoli valori del NUT (fino a $NUT = 1.5$) e piuttosto lentamente per grandi valori. Per questo motivo l'uso di scambiatori di calore con valori di NUT maggiori di 3 e quindi con grandi dimensioni può non essere economicamente conveniente.
- Per un dato NUT e C l'efficienza maggiore è quella relativa ad uno scambiatore a controcorrente seguito da vicino da uno scambiatore di calore a flussi incrociati con entrambi i flussi puri; il più basso valore dell'efficienza lo si ottiene invece con uno scambiatore ad equicorrente.



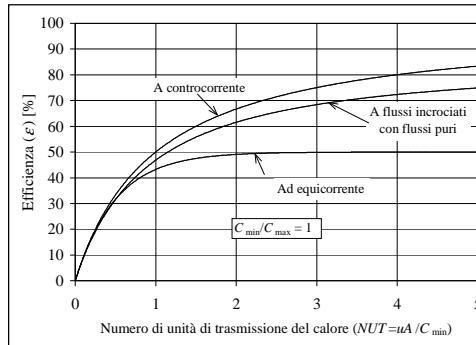
Scambiatori di calore

Metodo ϵ - NUT (in inglese ϵ - NTU)

- L'efficienza è indipendente dal rapporto delle capacità C per valori di NUT minori di circa 0.3.
- Per un dato NUT l'efficienza diventa massima per $C = 0$ e minima per $C = 1$. Il caso $C = 0$, corrispondente ad avere $C_{\max} = \infty$, è realizzato quando uno dei due fluidi nell'attraversare lo scambiatore di calore subisce cambiamento di fase (in questo caso la distribuzione di temperatura è quella mostrata in figura). Per $C = 0$ l'andamento dell'efficienza è sempre lo stesso qualsiasi sia la tipologia degli scambiatori di calore. In particolare, la relazione per l'efficienza si riduce alla

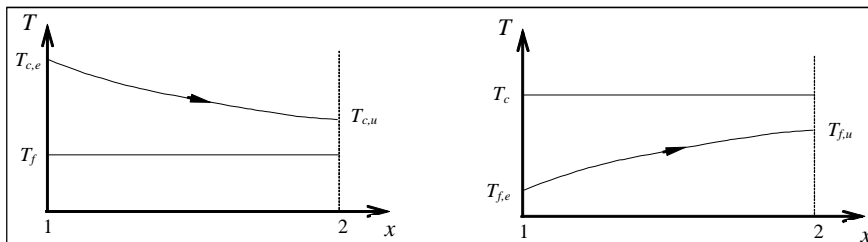
$$\epsilon = 1 - \exp(-NUT)$$

Tale espressione è comunque valida in modo approssimato per qualunque valore di C e per qualunque scambiatore se $NUT < 0.3$.



Scambiatori di calore

Andamento delle temperature quando un fluido subisce cambiamento di fase



Evaporatore

Condensatore

Nel caso di un *generatore di vapore* diventa importante il contributo allo scambio termico dovuto all'irraggiamento.

$$R_t = \frac{1}{u_i A_i} = \frac{1}{u_e A_e} = R_{i,conv} + R_{parete} + \left(\frac{1}{R_{e,conv}} + \frac{1}{R_{e,irr}} \right)^{-1} = \frac{1}{\alpha_i A_i} + \frac{s}{k A} + \frac{1}{\alpha_e A_e + \alpha_{irr} A_e}$$

