

Capitolo 11

Filtri a microonde

B. Neri, F. Baronti

Un filtro è solitamente un quadripolo, con una risposta in frequenza che dipende fortemente dalla frequenza.

Alle alte frequenze è molto difficile realizzare amplificatori operazionali, per cui non sono realizzati filtri attivi. Si usano invece solo elementi passivi, a parametri concentrati o a parametri distribuiti.

Nelle figure 11.1, 11.2, 11.3 e 11.4 sono mostrati gli andamenti delle risposte in frequenza di un filtro passa basso, un filtro passa alto, un filtro passa banda e un filtro elimina banda.

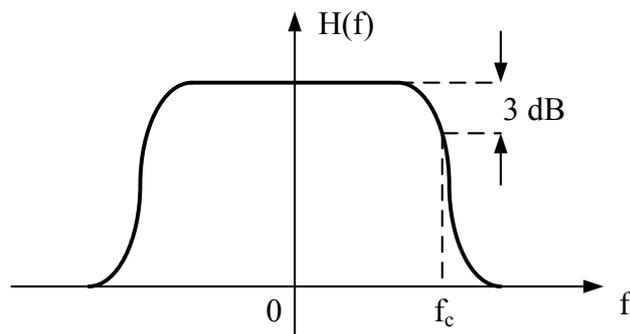


Figura 11.1: Rappresentazione della risposta in frequenza di un filtro passa basso. La banda a -3 dB del filtro è pari a f_c .

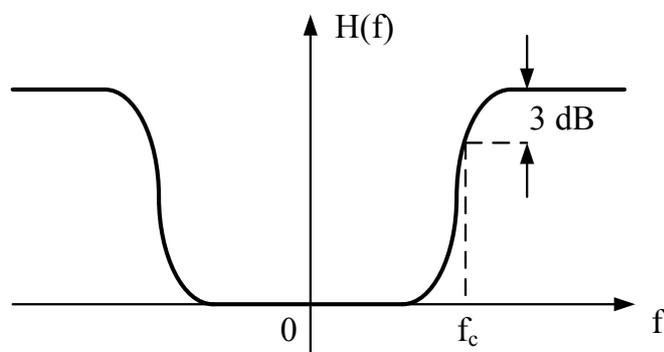


Figura 11.2: Rappresentazione della risposta in frequenza di un filtro passa alto. La banda a -3 dB del filtro è pari a f_c .

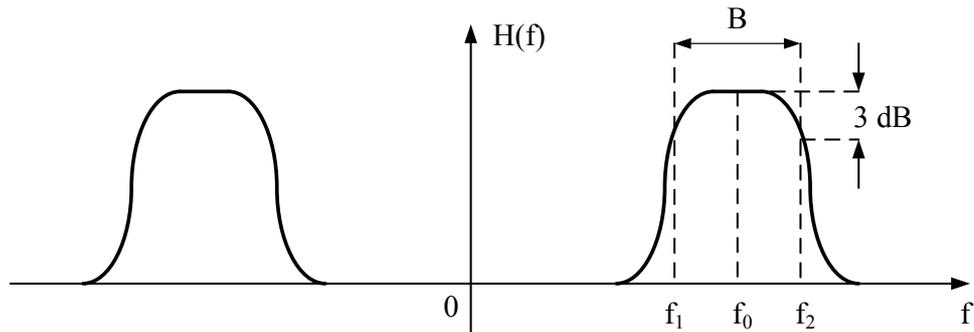


Figura 11.3: Rappresentazione della risposta in frequenza di un filtro passa banda. La frequenza centrale del filtro è pari a f_0 . La banda del filtro è pari a B .

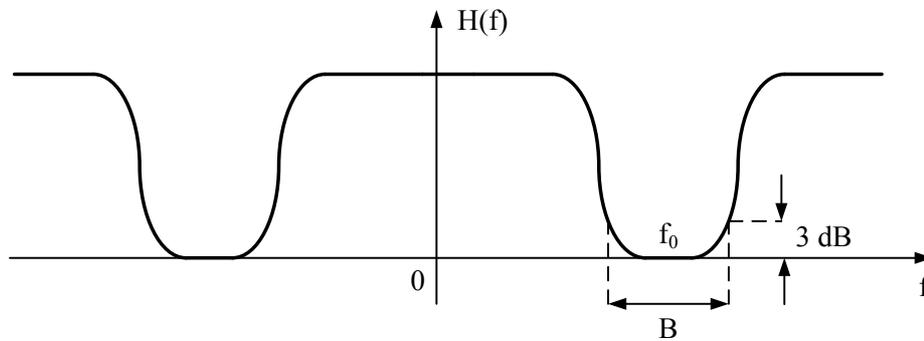


Figura 11.4: Rappresentazione della risposta in frequenza di un filtro elimina banda. La frequenza centrale del filtro è pari a f_0 . La banda del filtro è pari a B .

Di seguito è mostrata una procedura che permette, partendo dalle specifiche, di realizzare il filtro, a parametri concentrati o distribuiti.

I filtri che saranno analizzati sono privi di perdite; alle alte frequenze è molto difficile raggiungere elevate amplificazioni, per cui i filtri devono introdurre le minor perdite possibili.

11.1 Sintesi di un filtro passa basso

La risposta in frequenza di un filtro è definita come il rapporto fra i fasori della tensione di uscita e della tensione di ingresso, al variare della frequenza del segnale in ingresso. A radio frequenza si preferisce parlare di rapporto fra potenze piuttosto che fra tensioni. L' *insertion loss* (I_L) è così definito:

$$I_L = \frac{1}{G_T} = \frac{P_{AIN}}{P_L}$$

$$I_L|_{dB} = 10 \log \left(\frac{P_{AIN}}{P_L} \right)$$

$$I_L (Z_S = Z_0, Z_L = Z_0) = \frac{1}{|S_{21}|^2}$$

Solitamente l'insertion loss viene dato in dB e con $Z_S=Z_L=Z_0$. In figura 11.5 viene mostrato l'andamento dell'insertion loss di un filtro passa basso senza perdite.

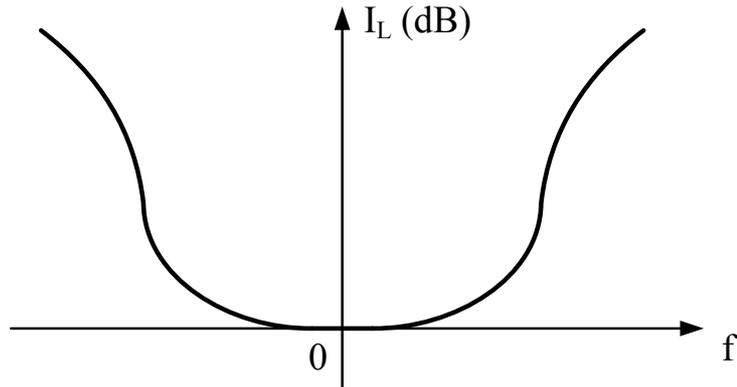


Figura 11.5: Rappresentazione dell'insertion loss di un filtro passa basso in decibel.

Ci sono varie tipologie di filtro passa-basso: le più conosciute sono i filtri di *Butterworth*, detti anche a risposta massimamente piatta, e i filtri di *Chebyshev*. I filtri di Butterworth hanno una risposta in frequenza piatta in banda passante, e con pendenza pari a $N \times 20$ dB/decade fuori dalla banda (N è l'ordine del filtro). I filtri di Chebyshev hanno un po' di ripple nella banda passante, tuttavia hanno una risposta in frequenza pendenza molto più ripida fuori banda.

Il primo passo nella realizzazione di un filtro consiste nella progettazione di un *prototipo di filtro passa basso*, che è normalizzato in termini di frequenza e di impedenza di carico.

Un filtro passa basso realizzato con elementi passivi è costituito da un certo numero di squadre *LC* in cascata (figura 11.6).

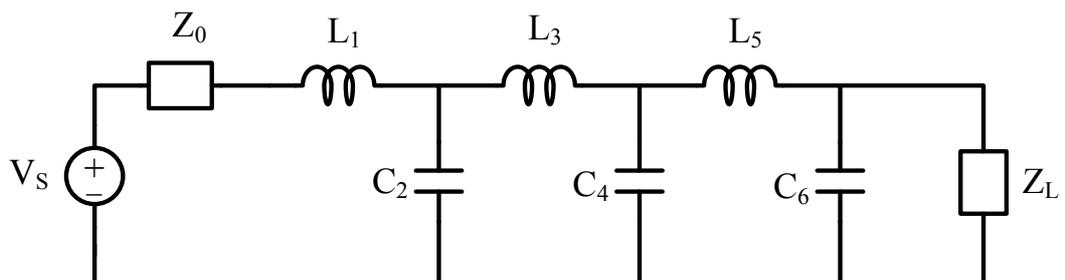


Figura 11.6: Schema di un filtro passa basso del sesto ordine.

Per dimensionare le induttanze e le capacità del circuito di figura 11.6 sono disponibili in letteratura delle tabelle, che permettono di progettare filtri di Butterworth, di Chebyshev e di altri tipi. In queste tabelle sono contenuti i valori di induttanze e capacità che permettono di realizzare il prototipo del filtro passa basso: questi valori g_k (tabelle 11.1, 11.2 e 11.3) sono dimensionati per filtri con una pulsazione di taglio $\omega_C = 1 \text{ rad/s}$, e per impedenze di sorgente $Z_S = 1 \Omega$ e di carico $Z_L = g_{N+1}$, dove g_{N+1} vale sempre 1 ad eccezione del filtro di Chebyshev di ordine pari [11.1].

N	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6	g_7	g_8	g_9	g_{10}	g_{11}
1	2.000	1.0000									
2	1.4142	1.4142	1.0000								
3	1.000	2.000	1.0000	1.0000							
4	0.7654	1.8478	1.8478	0.7654	1.0000						
5	0.6180	1.6180	2.000	1.6180	0.6180	1.0000					
6	0.5176	1.4142	1.9318	1.9318	1.4142	0.5176	1.0000				
7	0.4450	1.2470	1.8019	2.0000	1.8019	1.2470	0.4450	1.0000			
8	0.3902	1.1111	1.6629	1.9615	1.9615	1.6629	1.1111	0.3902	1.000		
9	0.3473	1.0000	1.5321	1.8794	2.0000	1.8794	1.5321	1.000	0.3473	1.0000	
10	0.3129	0.9080	1.4142	1.7820	1.9754	1.9754	1.7820	1.4142	0.9080	0.3139	1.0000

Tabella 11.1: Valori dei componenti per un prototipo di filtro passa basso a risposta massimamente piatta [11.1].

N	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6	g_7	g_8	g_9	g_{10}	g_{11}
1	0.6986	1.0000									
2	1.4029	0.7071	1.9841								
3	1.5963	1.0967	1.5963	1.0000							
4	1.6703	1.1926	2.3661	0.8419	1.9841						
5	1.7058	1.2296	2.5408	1.2296	1.7058	1.0000					
6	1.7254	1.2479	2.6064	1.3137	2.4758	0.8696	1.9841				
7	1.7372	1.2583	2.6381	1.3444	2.6381	1.2583	1.7372	1.000			
8	1.7451	1.2647	2.6564	1.3590	2.9664	1.3389	2.5093	0.8796	1.9841		
9	1.7504	1.2690	2.6678	1.3673	2.7239	1.3673	2.6678	1.2690	1.7504	1.0000	
10	1.7543	1.2721	2.6754	1.3725	2.7392	1.3806	2.7231	1.3485	2.5239	0.8842	1.9841

Tabella 11.2 Valori dei componenti per un prototipo di filtro passa basso di Chebyshev, con ripple di 0.5 dB [11.1].

N	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6	g_7	g_8	g_9	g_{10}	g_{11}
1	1.9953	1.0000									
2	3.1013	0.5339	5.8095								
3	3.3487	0.7117	3.3487	1.000							
4	3.4389	0.7483	4.3471	0.5920	5.8095						
5	3.4817	0.7618	4.5381	0.7618	3.4817	1.000					
6	3.5045	0.7685	4.6061	0.7929	4.4641	0.6033	5.8095				
7	3.5182	0.7723	4.6386	0.8039	4.6386	0.7723	3.5182	1.000			
8	3.5277	0.7745	4.6575	0.8089	4.6990	0.8018	4.4990	0.6073	5.8095		
9	3.5340	0.7760	4.6692	0.8118	4.7272	0.8118	4.6692	0.7760	3.5340	1.000	
10	3.5384	0.7771	4.6768	0.8136	4.7425	0.8164	4.7260	0.8051	4.5142	0.6091	5.8095

Tabella 11.3 Valori dei componenti per un prototipo di filtro passa basso di Chebyshev, con ripple di 3 dB [11.1].

Innanzitutto occorre scegliere l'ordine del filtro; tanto più il filtro deve essere selettivo e tanto più alto deve essere il suo ordine. Per scegliere l'ordine del filtro è possibile utilizzare grafici come quello di figura 11.7, che danno l'ordine del filtro a frequenza di taglio ω_c in funzione dell'attenuazione che deve avere ad una pulsazione ω .

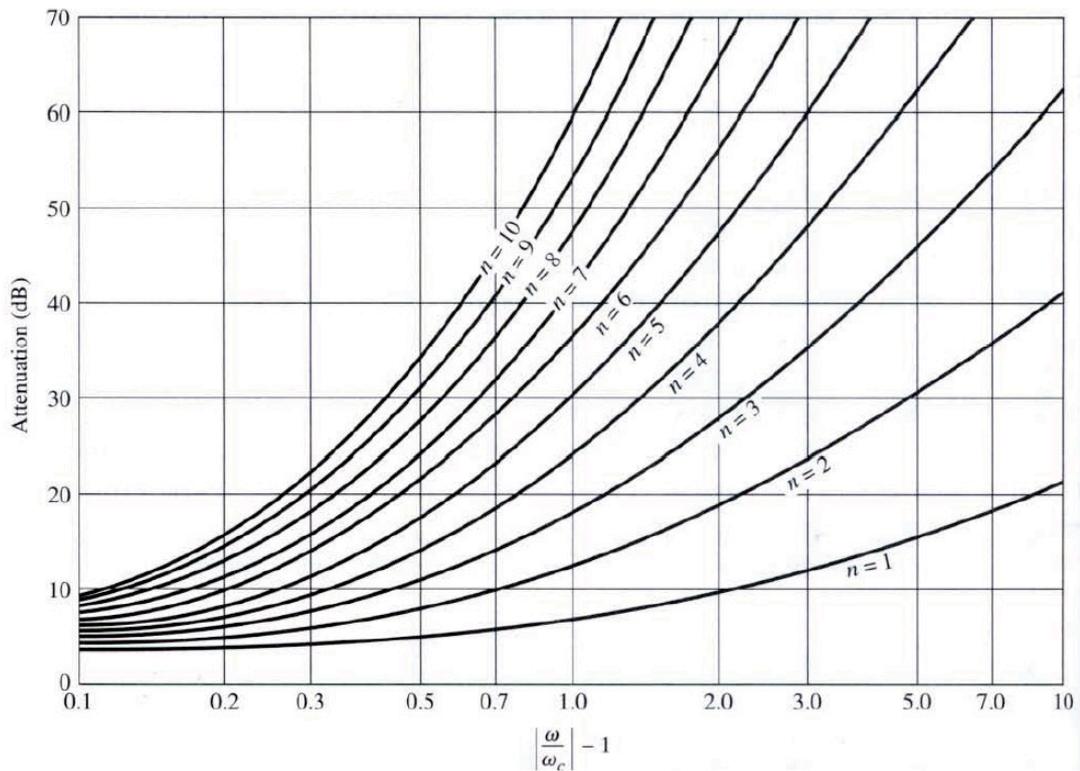


Figura 11.7: Grafico che dà l'attenuazione del filtro in funzione della frequenza normalizzata per un prototipo di filtro a risposta massimamente piatta [11.1].

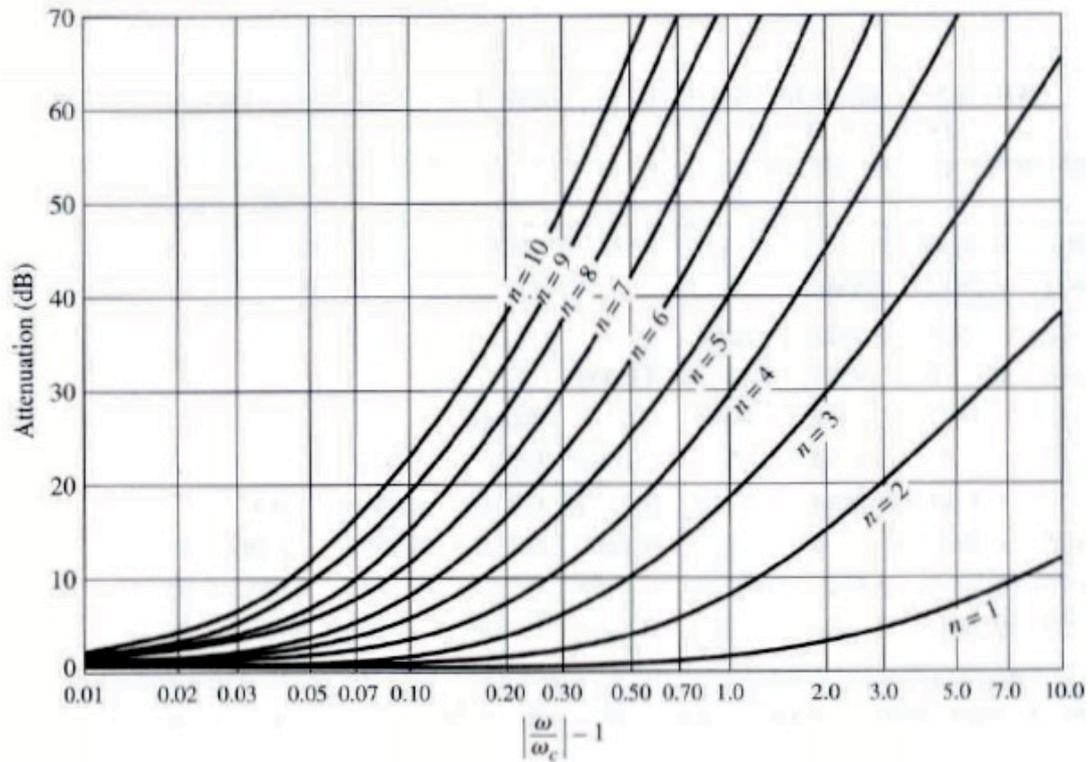


Figura 11.8: Grafico che dà l'attenuazione in funzione della frequenza normalizzata per un prototipo di filtro di Chebyshev con ripple di 0.5 dB [11.1].

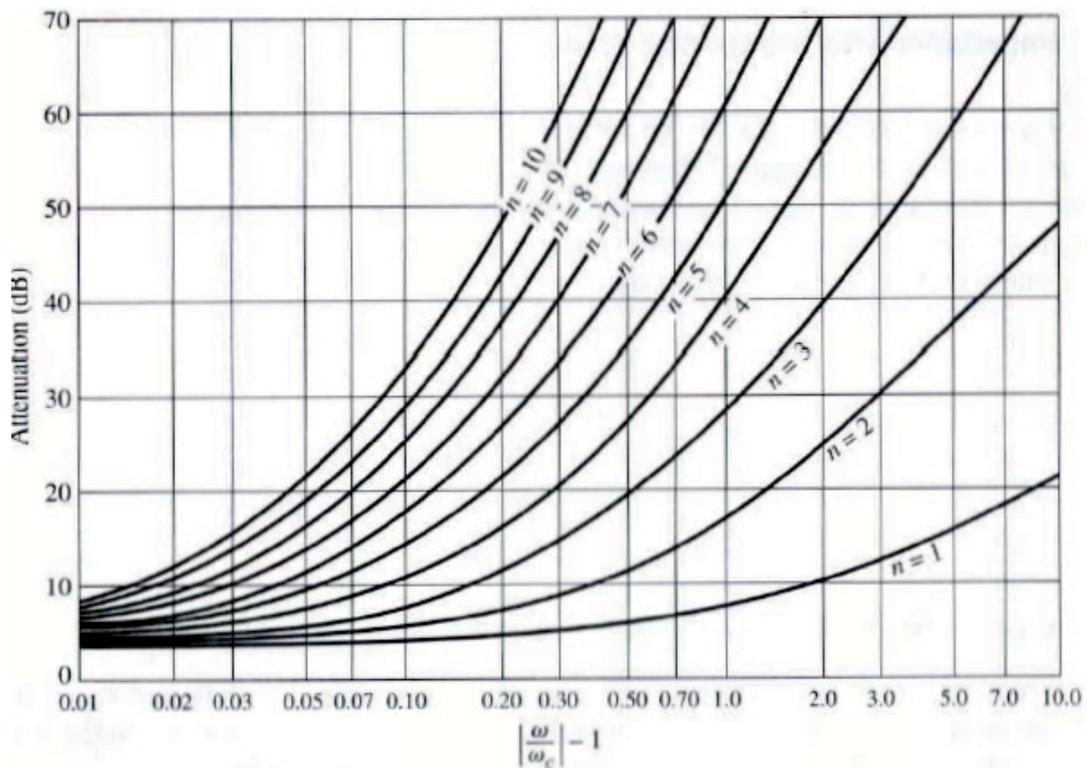


Figura 11.9: Grafico che dà l'attenuazione in funzione della frequenza normalizzata per un prototipo di filtro di Chebyshev con ripple di 3 dB [11.1].

A questo punto si disegna il *prototipo del filtro passa basso*, con un numero di componenti pari all'ordine N trovato con i grafici come quelli di figura 11.7, 11.8 e 11.9, e di valore pari a quello indicato da tabelle come la tabella 11.1 e 11.2. Il filtro così ottenuto ha un limite superiore di banda taglio $\omega_C = 1$ rad/s, ed è realizzato per un'impedenza di sorgente e di carico $Z_S = Z_L = 1 \Omega$. A questo punto occorre denormalizzare il filtro per impedenze $Z_S = Z_L = Z_0$: i nuovi valori di induttanze e capacità L'_k e C'_k (k è l'indice del componente) sono trovati a partire da quelli del prototipo in questo modo:

$$L'_k = Z_0 L_k$$

$$C'_k = \frac{C_k}{Z_0}$$

Adesso occorre denormalizzare il filtro alla frequenza di interesse $\omega_H \neq \omega_C$. Per cambiare la frequenza di taglio di un prototipo di filtro passa basso, occorre che venga scalata la dipendenza in frequenza del filtro di un fattore $\frac{\omega_C}{\omega_H} = \frac{1}{\omega_H}$ ¹. Dunque le reattanze del filtro ottenuto finora $\frac{1}{\omega C'_k}$ e $\omega L'_k$ devono essere sostituite da reattanze dove al posto di ω si deve mettere:

$$\omega \leftarrow \omega \frac{\omega_C}{\omega_H} = \frac{\omega}{\omega_H}$$

$$\frac{1}{\omega_H C'_k} = \frac{1}{\omega_C C'_k} \Rightarrow C''_k = C'_k \frac{\omega_C}{\omega_H} = \frac{C'_k}{\omega_H}$$

$$\omega_H L''_k = \omega_C L'_k \Rightarrow L''_k = L'_k \frac{\omega_C}{\omega_H} = \frac{L'_k}{\omega_H}$$

dunque:

$$C''_k = \frac{C_k}{Z_0} \frac{\omega_C}{\omega_H} = \frac{C_k}{Z_0 \omega_H}$$

$$L''_k = L_k Z_0 \frac{\omega_C}{\omega_H} = L_k \frac{Z_0}{\omega_H}$$

¹ È importante sottolineare come dimensionalmente questa equazione non è corretta. Perciò tutte le equazioni per trovare i valori di capacità e di induttanze che saranno mostrate in questo capitolo possono risultare dimensionalmente scorrette; queste equazioni vanno intese con il solo scopo di fornire i valori delle capacità e delle induttanze per realizzare i filtri desiderati.

Esempio: si supponga di voler realizzare un filtro passa basso a risposta massimamente piatta con limite superiore di frequenza $f_H = 1$ GHz e una attenuazione pari a 20 dB ad una frequenza $f = 2$ GHz; si vuole trovare l'ordine N che il filtro deve avere per soddisfare la specifica richiesta.

$$\frac{f}{f_H} - 1 = 1$$

Osservando il grafico di figura 11.7 si può vedere come per soddisfare la specifica di un'attenuazione pari ad almeno 20 dB deve essere almeno $N = 4$.

Adesso occorre scegliere la topologia del filtro; per realizzare un filtro passa basso del quarto ordine si può utilizzare la topologia di figura 11.10 o di figura 11.11.

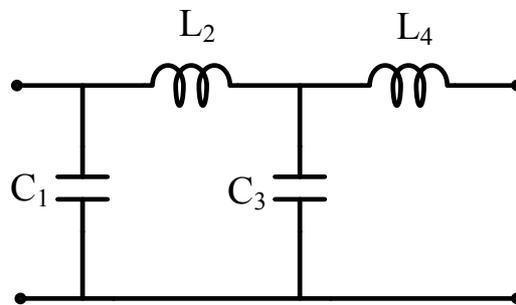


Figura 11.10: Topologia di un filtro passa basso del quarto ordine.

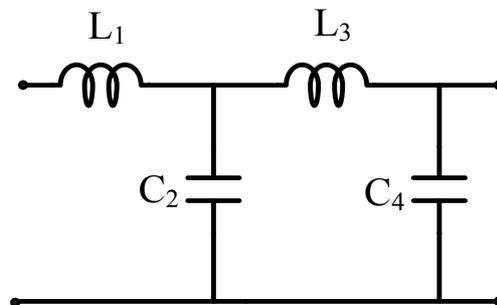


Figura 11.11: Topologia di un filtro passa basso del quarto ordine.

Per la topologia di figura 11.10, si trovano i seguenti valori dei componenti del prototipo di filtro passa basso dalla tabella 11.1:

$$C_1 = 0.765 \text{ F}$$

$$L_2 = 1.8478 \text{ H}$$

$$C_3 = 1.8478 \text{ F}$$

$$L_4 = 0.7654 \text{ H}$$

Per la topologia di figura 11.11 invece si trova che:

$$\begin{aligned} L_1 &= 0.765 \text{ F} \\ C_2 &= 1.8478 \text{ H} \\ L_3 &= 1.8478 \text{ F} \\ C_4 &= 0.7654 \text{ H} \end{aligned}$$

I valori delle capacità e delle induttanze così trovati vanno bene per un carico ed una sorgente di impedenza pari a 1Ω . Se si vuole che il filtro sia ottimizzato per lavorare con impedenze di sorgente e di carico pari a Z_0 , allora i valori delle capacità e delle induttanze che occorrono per realizzare il filtro devono essere pari a:

$$\begin{aligned} C'_k &= \frac{C_k}{Z_0} \\ L'_k &= L_k Z_0 \end{aligned}$$

Alla pulsazione $\omega_C = 1 \text{ rad/s}$ le capacità C'_k hanno una reattanza pari a $\frac{1}{\omega_C C'_k}$, e le induttanze L'_k una reattanza pari a $\omega_C L'_k$. Se si vuole avere i medesimi valori di reattanza ad una pulsazione $\omega_H \neq \omega_C$, allora i componenti del filtro devono avere valori pari a:

$$\begin{aligned} C''_k &= \frac{C_k}{Z_0 \omega_H} \\ L''_k &= \frac{L_k Z_0}{\omega_H} \end{aligned}$$

Dunque, per la topologia di figura 11.10, si trovano i seguenti valori dei componenti:

$$\begin{aligned} C''_1 &= \frac{0.7654}{50} \times \frac{1}{2\pi \times 10^9} = 2.4 \text{ pF} \\ L''_2 &= 1.8748 \times 50 \times \frac{1}{2\pi \times 10^9} = 14 \text{ nF} \\ C''_3 &= \frac{1.8748}{50} \times \frac{1}{2\pi \times 10^9} = 5.9 \text{ pF} \\ L''_4 &= 0.7654 \times 50 \times \frac{1}{2\pi \times 10^9} = 5.7 \text{ pF} \end{aligned}$$

11.2 Sintesi di un filtro passa alto

In figura 11.12 è mostrata una raffigurazione dell'andamento dell'insertion loss I_L di un filtro passa alto.

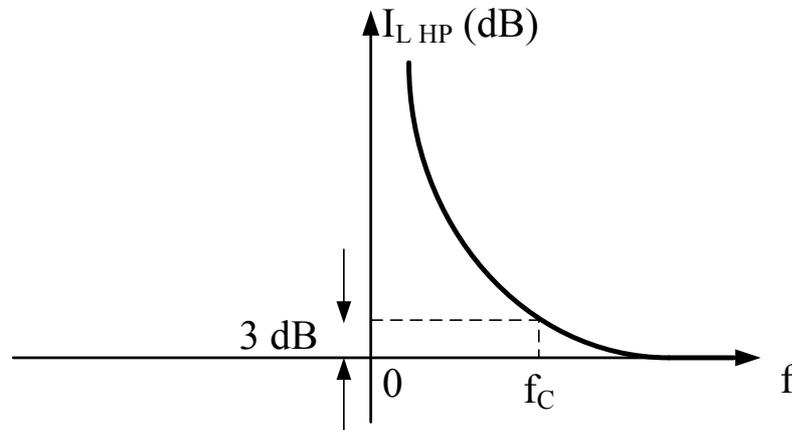


Figura 11.12: Rappresentazione dell'insertion loss di un filtro passa alto.

Per un filtro passa alto, si può vedere che:

$$I_L|_{dB} \rightarrow \infty \text{ per } f \rightarrow 0$$

$$I_L|_{dB} \rightarrow 0 \text{ per } f \rightarrow \infty$$

Si chiami I_{LHP} l'insertion loss del filtro passa alto, e I_{LLP} l'insertion loss del filtro passa basso. Si ha che:

$$\lim_{f \rightarrow \infty} I_{LHP} = \lim_{f \rightarrow 0} I_{LLP}$$

$$\lim_{f \rightarrow 0} I_{LHP} = \lim_{f \rightarrow \infty} I_{LLP}$$

$$I_{LHP}(f_C) = I_{LLP}(f_C)$$

Si vede che se si sostituisce a $f \rightarrow \frac{1}{f}$, si ottiene da un filtro passa basso un filtro passa alto. Dunque sostituendo tutte le capacità con delle induttanze e tutte le induttanze con delle capacità nelle topologie di filtri passa basso visti, si ottiene un filtro passa alto (figura 11.13).

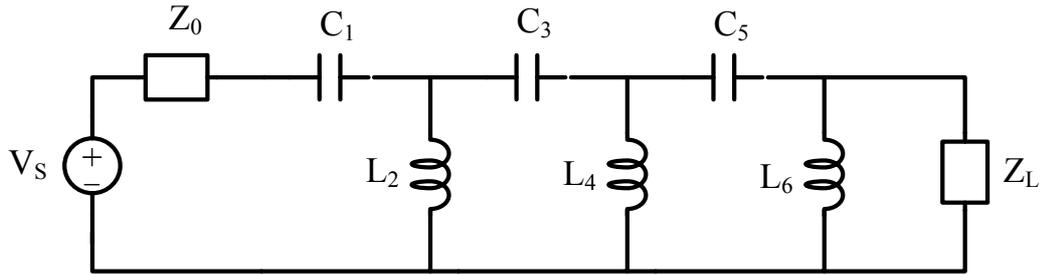


Figura 11.13: Schema di un filtro passa alto del sesto ordine.

La trasformazione per passare da un filtro passa basso ad un filtro passa alto è la seguente:

$$\omega \leftarrow -\omega \frac{\omega_C}{\omega_H} = -\frac{\omega}{\omega_H}$$

La procedura per realizzare un filtro passa alto è la seguente.

1. Realizzare il prototipo di filtro passa basso, rimpiazzando tutte le capacità con delle induttanze;
2. Invertire tutti i valori g_k trovati nelle tabelle come la tabella 11.1 $\left(g'_k = \frac{1}{g_k} \right)$;
3. Denormalizzare le capacità e le induttanze del prototipo passa alto così ottenuto;

$$L_k^n = \frac{g'_k Z_0}{\omega_H} = \frac{Z_0}{g_k \omega_H}$$

$$C_k^n = \frac{1}{g_k Z_0 \omega_H}$$

Esempio: si supponga di voler realizzare un filtro passa alto a risposta massimamente piatta di ordine $N = 3$ con limite superiore di frequenza $f_H = 1$ GHz.

Per prima cosa si deve realizzare il prototipo di filtro passa alto (figura 11.14).

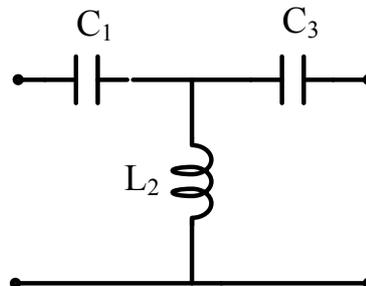


Figura 11.14: Filtro passa alto del terzo ordine.

Consultando la tabella 11.1, si trova che:

$$g_1 = 1.000 \Rightarrow C_1 = \frac{1}{g_1} = 1 \text{ F}$$

$$g_2 = 2.000 \Rightarrow L_2 = \frac{1}{g_2} = 0.5 \text{ H}$$

$$g_3 = 1.000 \Rightarrow C_3 = \frac{1}{g_1} = 1 \text{ F}$$

Adesso si denormalizzano i valori delle capacità e delle induttanze del prototipo per un limite superiore di frequenza $f_H = 1 \text{ GHz}$ e un'impedenza di carico e di sorgente $Z_0 = 50 \Omega$.

$$C_k^n = \frac{C_1}{Z_0 \omega_H} = \frac{1}{50} \times \frac{1}{2\pi \times 10^9} = 3.18 \text{ pF}$$

$$L_k^n = L_2 \frac{Z_0}{\omega_H} = 0.5 \times 50 \times \frac{1}{2\pi \times 10^9} = 3 \text{ nF}$$

$$C_{3, \omega_H, Z_0} = \frac{C_3}{Z_0 \omega_H} = \frac{1}{50} \times \frac{1}{2\pi \times 10^9} = 3.18 \text{ pF}$$

11.3 Sintesi di filtri passa banda ed elimina banda

I filtri passa banda ed elimina banda possono essere realizzati partendo dal prototipo di filtro passa basso descritto nella sezione 11.1.

Se ω_1 e ω_2 sono i limiti inferiore e superiore di banda del filtro passa banda, allora la risposta di un filtro passa banda può essere ottenuta in questo modo: al posto delle reattanze che si ottengono per un filtro passa basso, occorrono delle reattanze di valore pari a quello che si ottiene effettuando la sostituzione:

$$\omega \leftarrow \frac{1}{\Delta} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)$$

dove Δ è la banda frazionale del passa banda e ω_0 è la frequenza centrale del filtro [11.2].

$$\Delta = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$$

In figura 11.15 sono mostrati la risposta in frequenza di un prototipo di filtro passa basso e di un filtro passa banda.

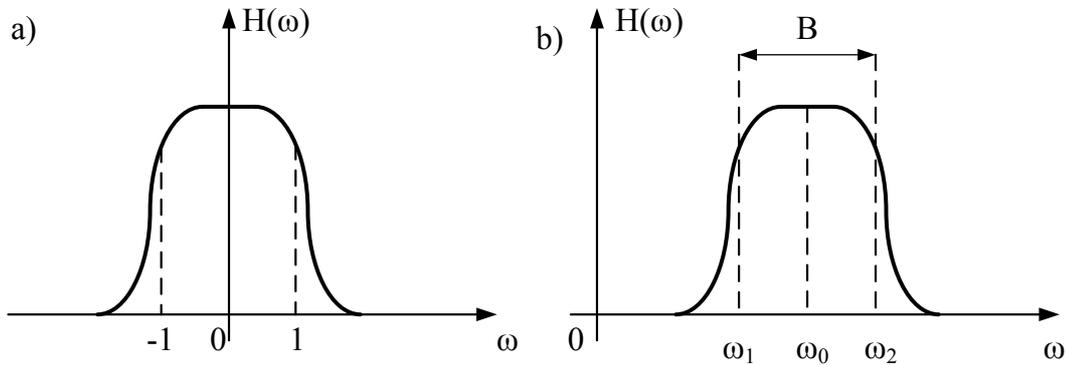


Figura 11.15: Risposte in frequenza di a) un prototipo di filtro passa basso e di b) un filtro passa banda.

Quindi la trasformazione mostrata in precedenza mappa la risposta in frequenza del filtro passa banda di figura 11.15b alla risposta del filtro passa basso di figura 11.15a.

$$\text{Per } \omega = \omega_0 \Rightarrow \frac{1}{\Delta} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) = 0;$$

$$\text{per } \omega = \omega_1 \Rightarrow \frac{1}{\Delta} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) = \left(\frac{\omega_1^2 - \omega_0^2}{\omega_0 \omega_1} \right) = -1;$$

$$\text{per } \omega = \omega_2 \Rightarrow \frac{1}{\Delta} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) = \left(\frac{\omega_2^2 - \omega_0^2}{\omega_0 \omega_2} \right) = 1.$$

Al posto delle induttanze del prototipo di filtro passa basso, si metteranno dei bipoli di reattanza pari a:

$$jX_k = \frac{j}{\Delta} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) L_k = j \frac{\omega L_k}{\Delta \omega_0} - j \frac{\omega_0 L_k}{\Delta \omega} = j\omega L'_k - j \frac{1}{\omega C'_k}$$

dunque una induttanza del filtro passa basso L_k deve essere sostituita con una induttanza in serie ad una capacità, di valori:

$$L'_k = \frac{L_k}{\Delta \omega_0}$$

$$C'_k = \frac{\Delta}{\omega_0 L_k}$$

Invece al posto delle capacità, si metteranno dei bipoli di ammettenza pari a:

$$jB_k = \frac{j}{\Delta} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) C_k = j \frac{\omega C_k}{\Delta \omega_0} - j \frac{\omega_0 C_k}{\Delta \omega} = j\omega C'_k - j \frac{1}{\omega L'_k}$$

dunque una capacità C_k del filtro passa basso deve essere sostituita con un bipolo costituito dal parallelo di una capacità e di un'induttanza, di valori:

$$C'_k = \frac{C_k}{\Delta \omega_0}$$

$$L'_k = \frac{\Delta}{\omega_0 C_k}$$

Dunque gli elementi del filtro passa basso sono sostituiti da circuiti risonanti serie e parallelo, con frequenza di risonanza pari a ω_0 .

Per realizzare i filtri elimina banda a partire dal filtro passa basso, è utilizzata la trasformazione inversa a quella vista per il filtro passa banda:

$$\omega \leftarrow \frac{1}{\Delta} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^{-1}$$

dunque gli induttori del filtro passa basso L_k sono stavolta sostituiti da gruppi LC , con induttanze e capacità di valore pari a:

$$L'_k = \frac{\Delta L_k}{\omega_0}$$

$$C'_k = \frac{1}{\Delta \omega_0 L_k}$$

mentre le capacità C_k sono sostituite da gruppi LC serie, con induttanze e capacità di valore pari a:

$$C'_k = \frac{\Delta C_k}{\omega_0}$$

$$L'_k = \frac{1}{\Delta \omega_0 C_k}$$

Esempio: si supponga di voler realizzare un filtro passa banda di Chebyshev di ordine

$$N = 3, \text{ ripple} = 0.5 \text{ dB}, Z_0 = 50 \Omega, \Delta = \frac{B}{f_0} = 0.1 = 10\%.$$

Dalla tabella 11.2 si ricavano i valori delle capacità e delle induttanze del prototipo di filtro passa basso mostrato in figura 11.16:

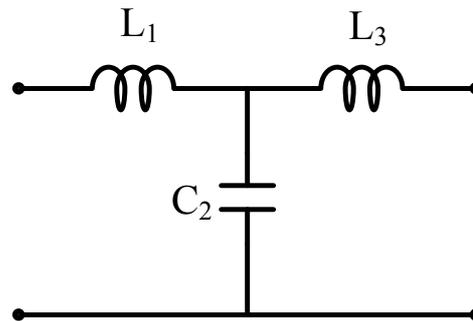


Figura 11.16: Prototipo di filtro passa basso del terzo ordine.

$$L_1 = 1.5963 \text{ H}$$

$$C_2 = 1.0967 \text{ H}$$

$$L_3 = 1.5963 \text{ H}$$

Adesso si sostituiscono tutte le induttanze con dei gruppi risonanti LC serie, e tutte le capacità con dei gruppi risonanti LC parallelo (figura 11.17).

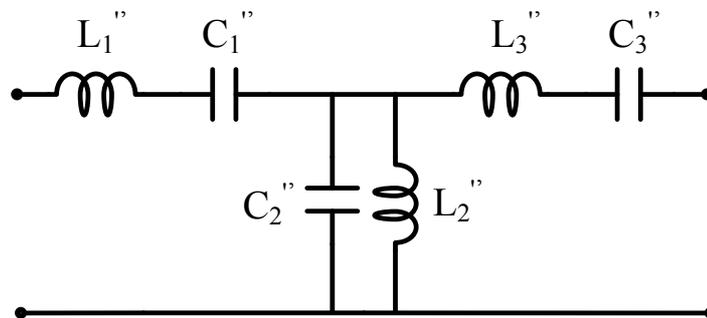


Figura 11.17: Filtro passa banda del terzo ordine.

I valori delle induttanze e delle capacità del filtro mostrato in figura 11.17 sono ricavati così:

$$L_1'' = \frac{L_1 Z_0}{\Delta \omega_0} = \frac{1.5963 \times 50}{0.1 \times 2\pi \times 10^9} = 127 \text{ nH}$$

$$C_1'' = \frac{\Delta}{\omega_0 L_1 Z_0} = \frac{0.1}{2\pi \times 10^9 \times 1.5963 \times 50} = 0.2 \text{ pF}$$

$$L_2'' = \frac{\Delta Z_0}{\omega_0 C_k} = \frac{50}{0.1 \times 2\pi \times 10^9 \times 1.0967} = 72 \text{ nH}$$

$$C_2'' = \frac{C_k}{\Delta \omega_0 Z_0} = \frac{0.1 \times 1.0967}{2\pi \times 10^9 \times 50} = 0.35 \text{ pF}$$

$$L_3'' = \frac{L_3 Z_0}{\Delta \omega_0} = \frac{1.5963 \times 50}{0.1 \times 2\pi \times 10^9} = 127 \text{ nH}$$

$$C_3'' = \frac{\Delta}{\omega_0 L_3 Z_0} = \frac{0.1}{0.1 \times 2\pi \times 10^9 \times 1.5963 \times 50} = 0.2 \text{ pF}$$

11.4 Sintesi di filtri passa basso con il metodo stepped-impedance

Un metodo abbastanza semplice di realizzare filtri passa basso a microstrisce consiste nell'alternare tratti di linea ad elevata impedenza caratteristica a tratti di linea a bassa impedenza caratteristica.

Si trovino i parametri Z di un tratto di linea di impedenza caratteristica Z_0 e di lunghezza L (figura 11.18).

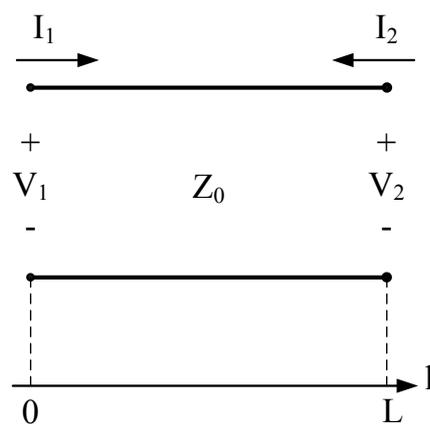


Figura 11.18: Linea di trasmissione di impedenza caratteristica Z_0 e lunghezza L .

$$\begin{aligned} V_1 &= Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \\ V_2 &= Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_{11} &= \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{I_2=0} = Z_0 \frac{\infty + jZ_0 \operatorname{tg}(\beta l)}{Z_0 + j\infty \operatorname{tg}(\beta l)} = -jZ_0 \cot(\beta l) = Z_{22} \\ Z_{12} &= \left. \frac{V_1}{I_2} \right|_{I_1=0} = Z_{21} \end{aligned}$$

Per calcolare Z_{12} , si scriva V_1 in funzione dei fasori dell'onda incidente e riflessa alla porta 1. Il coefficiente di riflessione alla porta 1 quando la porta 2 è aperta è pari a:

$$\Gamma = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \frac{\infty - Z_0}{\infty + Z_0} = 1$$

$$\begin{aligned} V_1 &= V^+ + V^- = V^+ (1 + \Gamma) = 2V^+ \\ I_2 &= \frac{V^+}{Z_0} e^{j\beta l} - \frac{V^-}{Z_0} e^{-j\beta l} = \frac{V^+}{Z_0} (e^{j\beta l} - \Gamma e^{-j\beta l}) = \\ &= \frac{V^+}{Z_0} [\cos(\beta l) + j \sin(\beta l) - \cos(\beta l) + j \sin(\beta l)] = \\ &= j2 \frac{V^+}{Z_0} \sin(\beta l) \end{aligned}$$

Quindi:

$$Z_{12} = Z_{21} = \frac{2V^+ Z_0}{j2V^+ \sin(\beta l)} = -j \frac{Z_0}{\sin(\beta l)}$$

Si vuole rappresentare il quadripolo linea di trasmissione di figura 11.15 con un circuito equivalente come quello di figura 11.19, per $\beta l < \frac{\pi}{2}$:

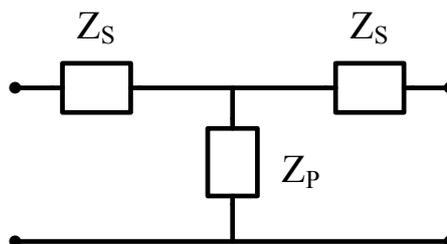


Figura 11.19: Circuito equivalente di un tratto di linea di trasmissione di impedenza caratteristica Z_0 e lunghezza L .

I parametri Z del quadripolo di figura 11.16 sono:

$$\begin{aligned} Z_{11} &= Z_S + Z_P \\ Z_{12} &= Z_P \end{aligned}$$

Uguagliando i parametri Z della linea di trasmissione e del quadripolo di figura 11.16:

$$\begin{aligned} Z_P = Z_{12} &= -j \frac{Z_0}{\sin(\beta l)} \\ Z_S = Z_{11} - Z_P &= -jZ_0 \frac{\cos(\beta l)}{\sin(\beta l)} + j \frac{Z_0}{\sin(\beta l)} = \\ &= jZ_0 \frac{(1 - \cos(\beta l))}{\sin(\beta l)} = jZ_0 \operatorname{tg}\left(\frac{\beta l}{2}\right) \end{aligned}$$

Ovvero le impedenze Z_S sono delle induttanze, e l'impedenza Z_P è una capacità (figura 11.20).

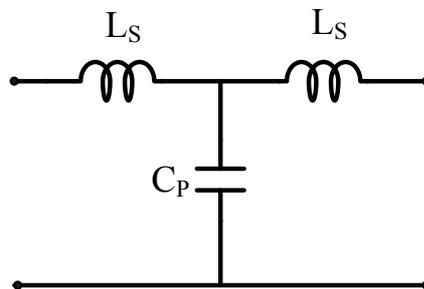


Figura 11.20: Circuito equivalente della linea di trasmissione per $\beta l < \frac{\pi}{2}$.

Per βl molto piccolo e Z_0 molto elevato si ha che:

$$\begin{aligned} Z_S &= jZ_0 \operatorname{tg}\left(\frac{\beta l}{2}\right) \xrightarrow[l \rightarrow 0]{Z_0 \rightarrow \infty} jZ_0 \frac{\beta l}{2} \\ Z_P &= -j \frac{Z_0}{\sin(\beta l)} \xrightarrow[l \rightarrow 0]{Z_0 \rightarrow \infty} \infty \end{aligned}$$

Per cui la linea di trasmissione può essere approssimata con il circuito di figura 11.21:

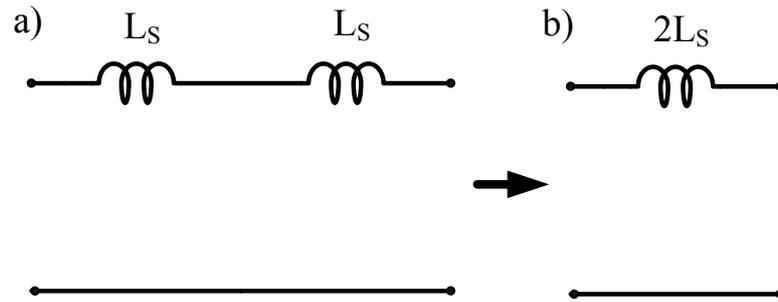


Figura 11.21: Circuito equivalente della linea di trasmissione per $l \rightarrow 0$ e $Z_0 \rightarrow \infty$.

$$L_S = \frac{Z_0 \beta l}{2\omega_0} \Rightarrow L_{SEQ} = 2L_S = \frac{Z_0 \beta l}{\omega_0}$$

In realtà la condizione $Z_0 \rightarrow \infty$ non è fisicamente realizzabile; al massimo è possibile realizzare microstrisce di impedenza caratteristica massima Z_{MAX} di qualche centinaio di Ohm.

Dunque, per realizzare una induttanza serie equivalente si può realizzare una microstriscia lunga l .

$$L_{EQ} = \frac{Z_{MAX} \beta l}{\omega_0} \Rightarrow l = \frac{L_{EQ} \omega_0}{\beta Z_{MAX}}$$

Nel caso in cui, invece, $Z_0 \rightarrow 0$, si ha che:

$$Z_S = jZ_0 \operatorname{tg}\left(\frac{\beta l}{2}\right) \xrightarrow{Z_0 \rightarrow 0} 0$$

$$Z_P = -j \frac{Z_0}{\sin(\beta l)} \xrightarrow{Z_0 \rightarrow 0} -j \frac{Z_0}{\beta l}$$

dunque in questo caso la linea di trasmissione è approssimabile con il circuito di figura 11.22:

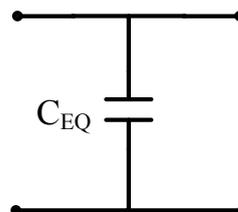


Figura 11.22: Circuito equivalente della linea di trasmissione per $Z_0 \rightarrow 0$.

$$C_{EQ} = \frac{\beta l}{Z_0 \omega_0}$$

Anche la condizione $Z_0 \rightarrow 0$ non è fisicamente realizzabile; al minimo è possibile realizzare microstrisce di impedenza caratteristica Z_{\min} di una decina di Ohm.

Esempio: si supponga di voler realizzare un filtro passa basso di Butterworth con limite superiore di banda $f_H = 2.5$ GHz, attenuazione maggiore di 20 dB ad una frequenza $f = 4$ GHz, $Z_0 = 50 \Omega$, con il metodo stepped-impedance.

Per prima cosa viene scelto l'ordine del filtro affinché si abbia l'attenuazione richiesta: dal grafico di figura 11.7 si vede che deve essere $N = 6$.

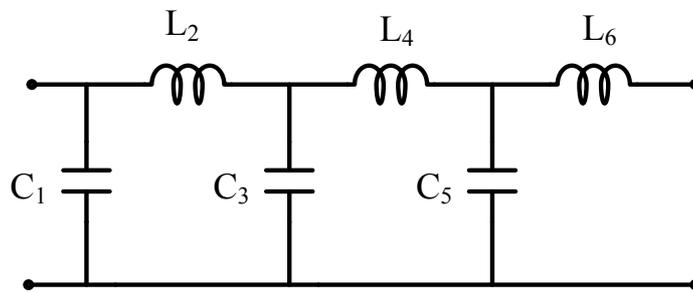


Figura 11.23: Filtro passa basso del sesto ordine.

$$C_1 = 0.5176 \text{ F}$$

$$L_2 = 1.4142 \text{ H}$$

$$C_3 = 1.9318 \text{ F}$$

$$L_4 = 1.9318 \text{ H}$$

$$C_5 = 1.4142 \text{ F}$$

$$L_6 = 0.5176 \text{ H}$$

Si considerino dei valori ragionevoli di impedenze caratteristiche minima e massima realizzabili: $Z_{\min} = 10 \Omega$ e $Z_{\max} = 150 \Omega$. Si denormalizzano i valori delle capacità e delle induttanze per $f_H = 2.5$ GHz e $Z_0 = 50 \Omega$. Per brevità si valutino solo le capacità C_1'' e L_2'' (il procedimento è il solito anche per le altre impedenze).

$$C_1'' = \frac{C_1}{Z_0 \omega_H} = \frac{0.5176}{50 \times 2\pi \times 2.5 \times 10^9} = 0.66 \text{ pF}$$

$$L_2'' = \frac{L_2 Z_0}{\omega_H} = \frac{1.4142 \times 50}{2\pi \times 2.5 \times 10^9} = 4 \text{ nF}$$

Alla frequenza di 2.5 GHz:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{2.5 \times 10^9} = 0.12 \text{ m} \Rightarrow \beta = \frac{2\pi}{\lambda} = 16.67\pi$$

$$C_1'' = \frac{\beta l_1}{Z_{\min} \omega_H} \Rightarrow l_1 = \frac{C_1'' Z_{\min} \omega_H}{\beta} = \frac{0.66 \times 10^{-12} \times 10 \times 2\pi \times 2.5 \times 10^9}{16.67\pi} = 19 \text{ cm}$$

$$L_2'' = \frac{Z_{\max} \beta l_2}{\omega_H} \Rightarrow l_2 = \frac{L_2'' \omega_H}{\beta Z_{\max}} = \frac{4 \times 10^{-9} \times 2\pi \times 2.5 \times 10^9}{16.67\pi \times 150} = 8 \text{ cm}$$

La capacità C_1'' è realizzata con un tratto di linea di trasmissione lungo l_1 , mentre l'induttanza L_2'' è realizzata con un tratto di linea lungo l_2 (figure 11.24 e 11.25).

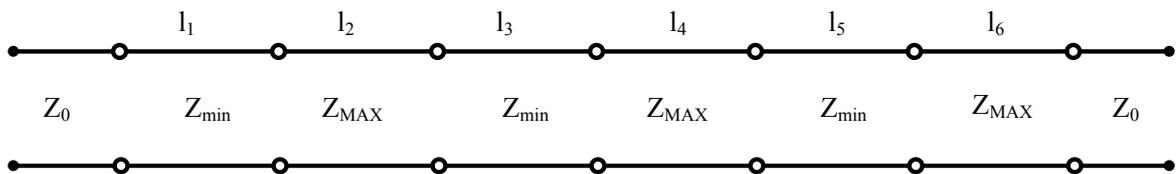


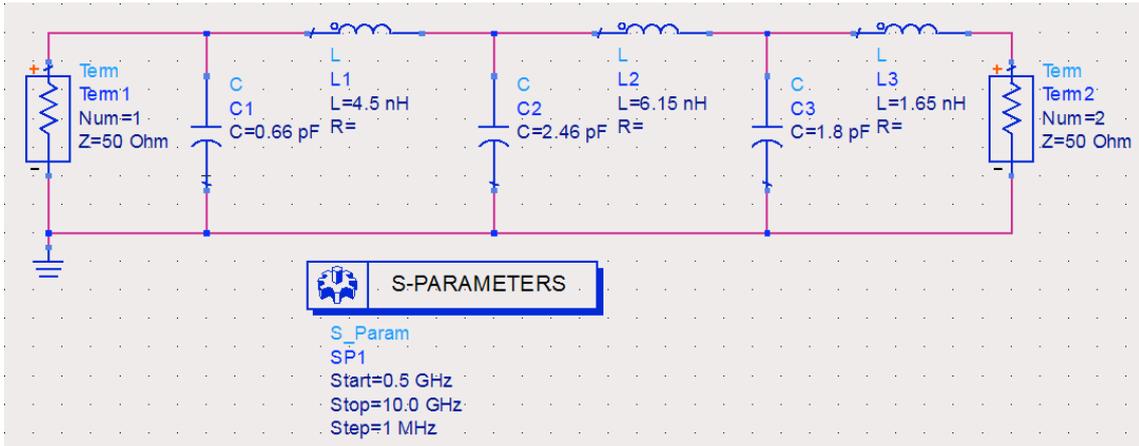
Figura 11.24: Filtro del sesto ordine realizzato con linee di trasmissione ad alta e bassa impedenza caratteristica.



Figura 11.25: Layout del Filtro del sesto ordine realizzato con linee di trasmissione ad alta e bassa impedenza caratteristica. (Le dimensioni dei tratti di linea non sono in scala).

Linee guida per la simulazione del filtro con ADS

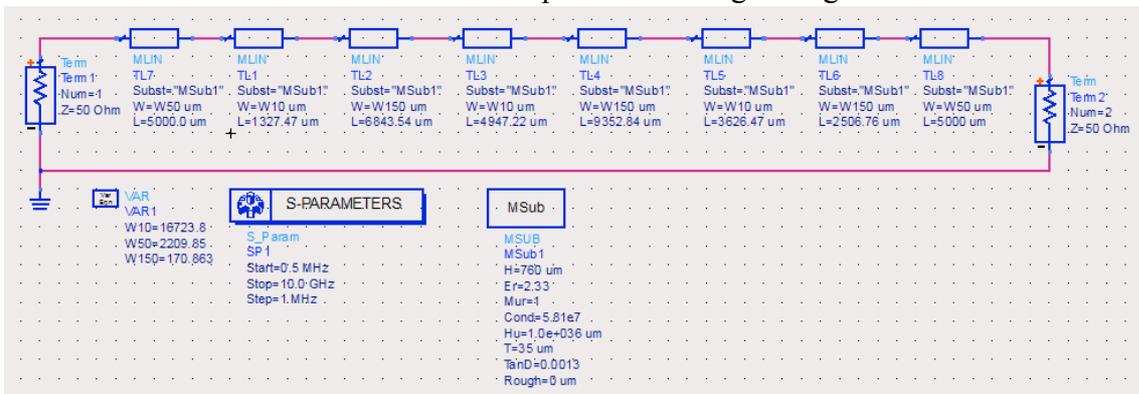
1. È conveniente iniziare con la simulazione del circuito a parametri concentrati, per verificare il dimensionamento dei parametri L e C. Lo schematico del filtro dimensionato è riportato nella figura seguente, dove sono mostrate anche le terminazioni in ingresso e uscita dal filtro pari a 50Ω e il controllore della simulazione S-PARAMETERS configurato per calcolare i parametri S del filtro tra 0.5 GHz e 10 GHz. Dalla simulazione si ottiene, come da specifica, una frequenza di taglio del filtro di 2.5 GHz e un'attenuazione a 4 GHz di circa 25 dB.



2. Una volta verificato il dimensionamento del filtro a parametri concentrati, si può passare al suo progetto a microstrisce con il metodo stepped-impedance. Per fare questo è necessario innanzitutto definire le caratteristiche del substrato con il quale sarà realizzato il circuito a microstrisce. La definizione del substrato avviene attraverso il componente MSub presente nella libreria TLines-Microstrip. Configurare i parametri di MSub con i valori riportati nella seguente tabella; per i parametri non specificati si usi il valore di default.

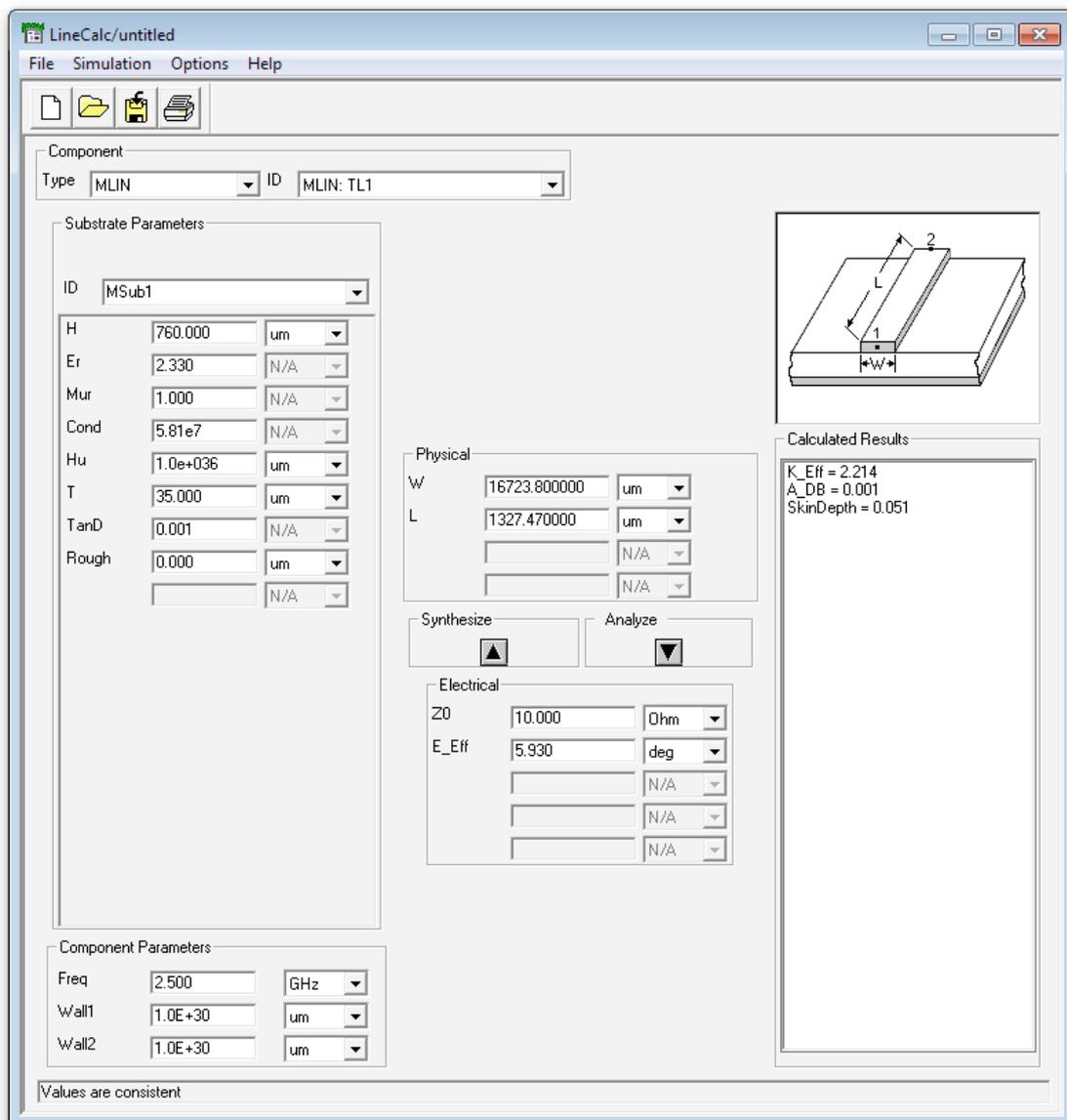
Name	Description	Value
H	Substrate thickness	760 μm
Er	Relative dielectric constant	2.33
Mur	Relative permeability	1
Cond	Conductor conductivity	$5.81 \cdot 10^7 \text{ S m}^{-1}$
Hu	Cover height	$10^{36} \mu\text{m}$ (No cover)
T	Conductor thickness	35 μm
TanD	Dielectric loss tangent	0.0013

Lo schematico del circuito è riportato nella figura seguente.



Nella figura sono visibili le istanze TL1-TL6 (del componente MLIN presente nella libreria TLines-Microstrip) corrispondenti ai 6 tratti a microstriscia, che implementano il filtro, la cui larghezza assume alternativamente due valori che corrispondono alle impedenze caratteristiche di 10 Ω e 150 Ω . L'ingresso e l'uscita del filtro sono collegati con due tratti di linea di impedenza pari a 50 Ω e lunghezza 5 mm. La larghezza e la

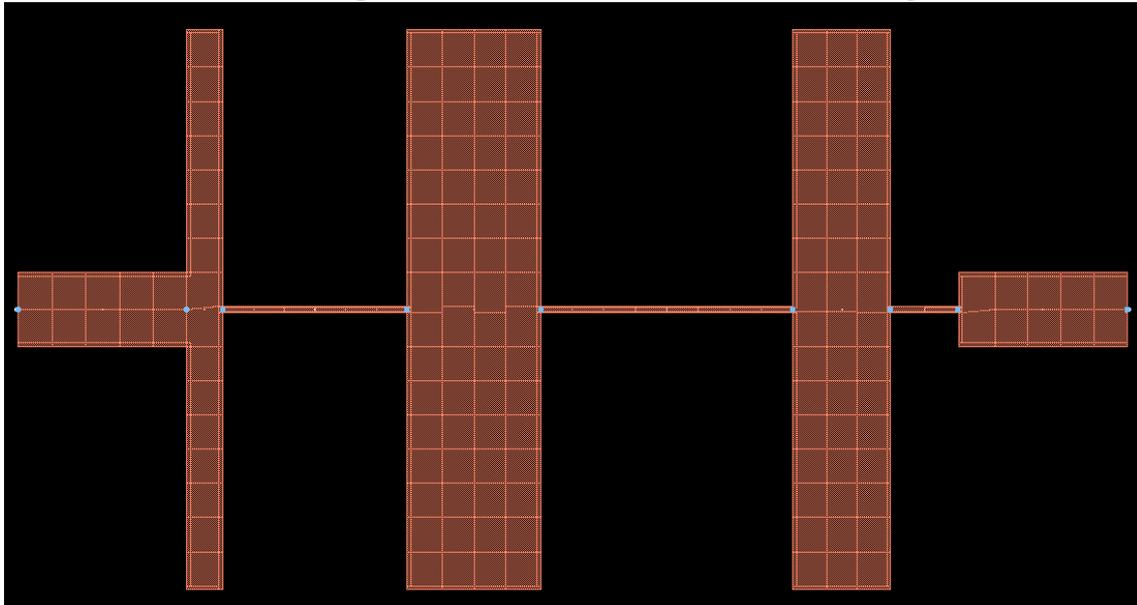
lunghezza di ciascun tratto possono essere dimensionati usando il tool LineCalc. La figura seguente mostra uno screenshot del tool. È importante che i parametri del substrato coincidano con quelli inseriti nel componente MSub. Ciò può essere ottenuto automaticamente, selezionando sullo schematico un elemento MLIN e invocando il tool LineCalc con il comando: “Send Selected Component to LineCalc” presente nel sottomenù LineCalc del menù Tools. Nella finestra di LineCalc è necessario impostare il valore della frequenza di lavoro. Inserendo i valori desiderati dell’impedenza della linea Z_0 e della lunghezza efficace E_Eff è possibile ottenere i corrispondenti valori di larghezza W e lunghezza L del tratto di microstriscia, che possono essere copiati nei relativi campi del componente MLIN.



Una volta dimensionati i 6 tratti di linea è possibile eseguire una simulazione a parametri S come fatto per lo schematico a componenti concentrati.

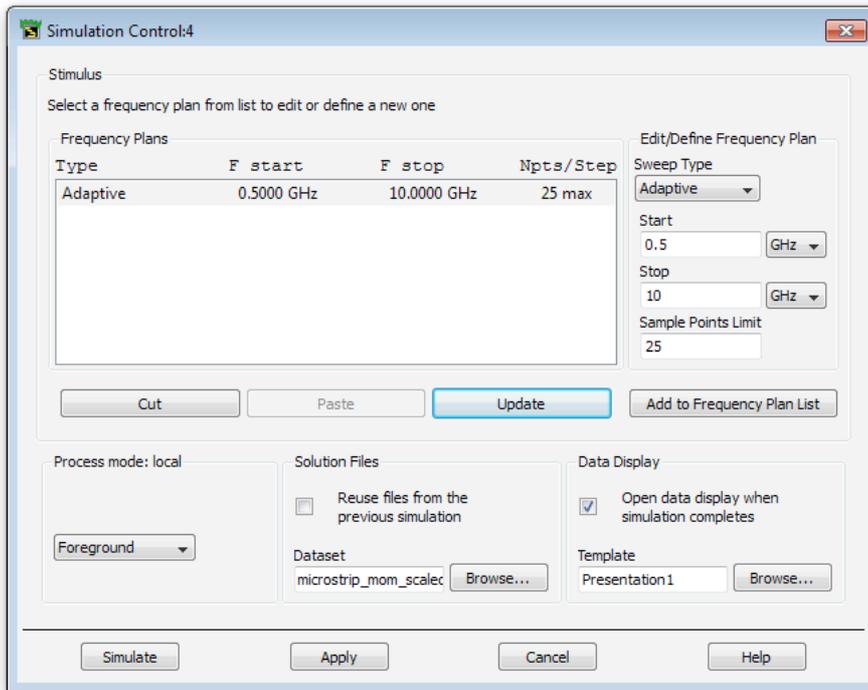
- Si può ora procedere al disegno del layout del circuito a microstriscia, sfruttando il comando (Generate/Update Layout) per la generazione automatica del layout a partire dallo schematico, presente nel menù Layout. È conveniente inserire due *port* all’ingresso e uscita del filtro (questa

operazione evita di dover aggiungere manualmente tali *port* sul layout). Eseguendo tale comando si apre una nuova finestra con la vista layout del circuito, che in questo caso assume la forma mostrata di seguito.

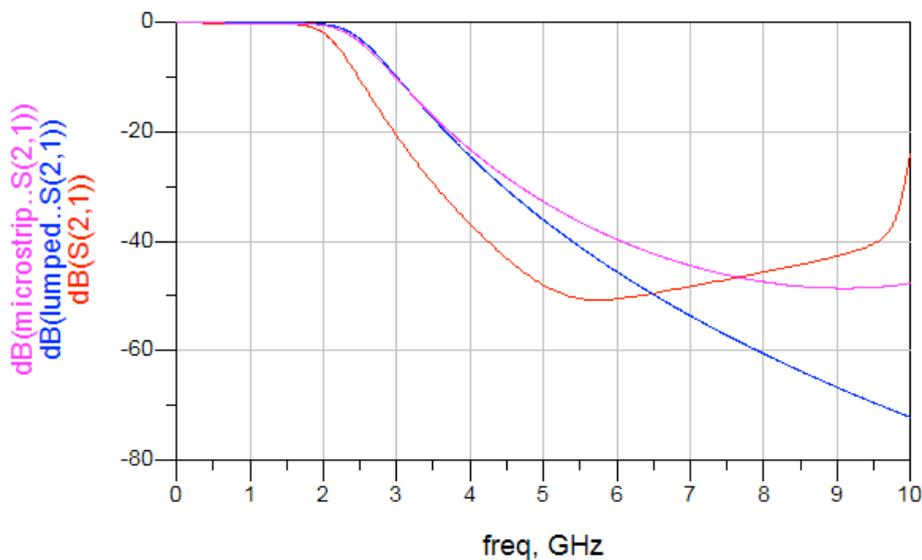


Prima di poter eseguire la simulazione elettromagnetica di questa struttura è necessario compiere alcuni passi preliminari:

- a. Se non è stato fatto a livello di schematico, vanno inserite manualmente due *port* all'ingresso e uscita del filtro.
- b. Impostare le caratteristiche del substrato. Ciò può essere fatto importando i parametri del substrato dallo schematico mediante Momentum->Substrate->Update from schematic". È possibile modificare il substrato o crearlo da zero attraverso Momentum->Substrate->Create/Modify. Una volta che il substrato è stato definito, è possibile precalcolare alcuni parametri richiesti per la simulazione elettromagnetica mediante Momentum->Substrate->Precompute, specificando l'intervallo di frequenza desiderato, e salvarli con Momentum->Substrate->Save.
- c. Il passo successivo è l'impostazione della griglia (o Mesh), mediante Momentum->Mesh->Setup e in particolare del valore massimo della frequenza nel parametro Mesh Frequency (gli altri parametri possono essere lasciati al loro valore di default).
- d. A questo punto è possibile lanciare la simulazione a parametri S con Momentum->Simulation->S-parameters, impostando l'intervallo di frequenze desiderato, come mostrato nella figura. Per evitare un eccessivo tempo di simulazione, dovuto alla complessità computazionale della simulazione elettromagnetica, selezionare il metodo Adaptive per lo Sweep Type e limitare il numero dei Sample Points, per esempio a 25.



- e. Una volta che la simulazione è completata, è possibile visualizzarne i risultati e confrontarli con quelli ottenuti con le precedenti simulazioni a livello di schematico e di componenti concentrati. Si nota che la risposta in frequenza del filtro ottenuta mediante la simulazione elettromagnetica (traccia rossa) differisce apprezzabilmente da quella ottenuta a livello di schematico (traccia rosa) e quella del circuito a parametri concentrati (traccia blue). Quest'ultime sono pressoché sovrapponibili almeno fino a un'ottava oltre la frequenza di taglio di 2.5 GHz. La simulazione elettromagnetica fornisce invece una frequenza di taglio del filtro pari a 2.1 GHz, circa del 15 % inferiore a quella prevista.



- f. Si può provare ad agire sulle lunghezze dei sei tratti di microstriscia che implementano il filtro per cercare di portare la frequenza di taglio

al valore desiderato. Riducendo del 20 % tutte le lunghezze, si riesce a ottenere una frequenza di taglia di circa 2.5 GHz.

11.5 Le identità di Kuroda

Si consideri un tratto di linea di trasmissione di impedenza Z_0 con l'uscita aperta.

L'impedenza di ingresso del tratto di linea è pari a:

$$Z_{INopen} = Z_0 \frac{\infty + j \operatorname{tg}(\beta l)}{Z_0 + j \infty \operatorname{tg}(\beta l)} = -j \frac{Z_0}{\operatorname{tg}(\beta l)}$$

Se invece il tratto di linea ha l'uscita chiusa in corto circuito, l'impedenza di ingresso è pari a:

$$Z_{INcc} = Z_0 \frac{0 + j \operatorname{tg}(\beta l)}{Z_0 + j 0 \times \operatorname{tg}(\beta l)} = j Z_0 \operatorname{tg}(\beta l)$$

Se il tratto di linea è lungo $\lambda/8$ allora:

$$\beta l = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\lambda}{8} = \frac{\pi}{4}$$

$$Z_{INopen} \Big|_{\lambda/8} = -j Z_0 = -\frac{j}{\omega_0 C_{EQ}}$$

$$Z_{INcc} \Big|_{\lambda/8} = j Z_0 = j \omega_0 L_{EQ}$$

I valori dell'induttanza equivalente di tratto di linea è lungo $\lambda/8$ chiuso in corto circuito e di uno aperto sono:

$$L_{EQ} = \frac{1}{\omega_0 Z_0}$$

$$C_{EQ} = \frac{Z_0}{\omega_0}$$

Dunque se si volesse realizzare con linee di trasmissione un circuito equivalente a quello di figura 11.20, si potrebbe pensare di realizzare le induttanze serie mediante stub serie chiusi in corto circuito, e la capacità parallelo con uno stub parallelo aperto (figura 11.26).

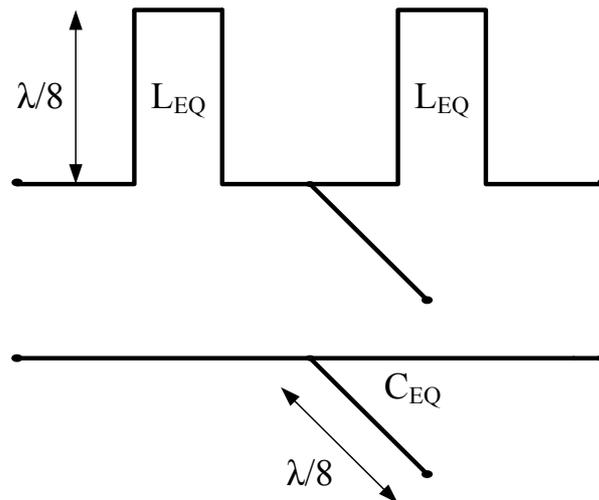


Figura 11.26: Circuito di figura 11.20 dove le induttanze sono realizzate con degli stub serie e la capacità con uno stub parallelo.

Nei circuiti a microstriscia tuttavia non è possibile realizzare gli stub serie: per questo sono di aiuto le identità di Kuroda. Le identità di Kuroda utilizzano tratti di linea ridondanti per rendere realizzabile fisicamente un filtro. I tratti di linea ridondanti sono tratti linea lunghi $\lambda/8$ e sono detti *unit element*.

L'uso delle identità di Kuroda svincola dall'uso di stub serie: una induttanza serie viene sostituita da una capacità parallelo. In figura 11.27 sono mostrate le quattro equivalenze di Kuroda, dove ogni box rappresenta una unit element, di impedenza caratteristica pari a quella indicata e di lunghezza $\lambda/8$ a pulsazione ω_H , e dove:

$$n^2 = 1 + \frac{Z_2}{Z_1}$$

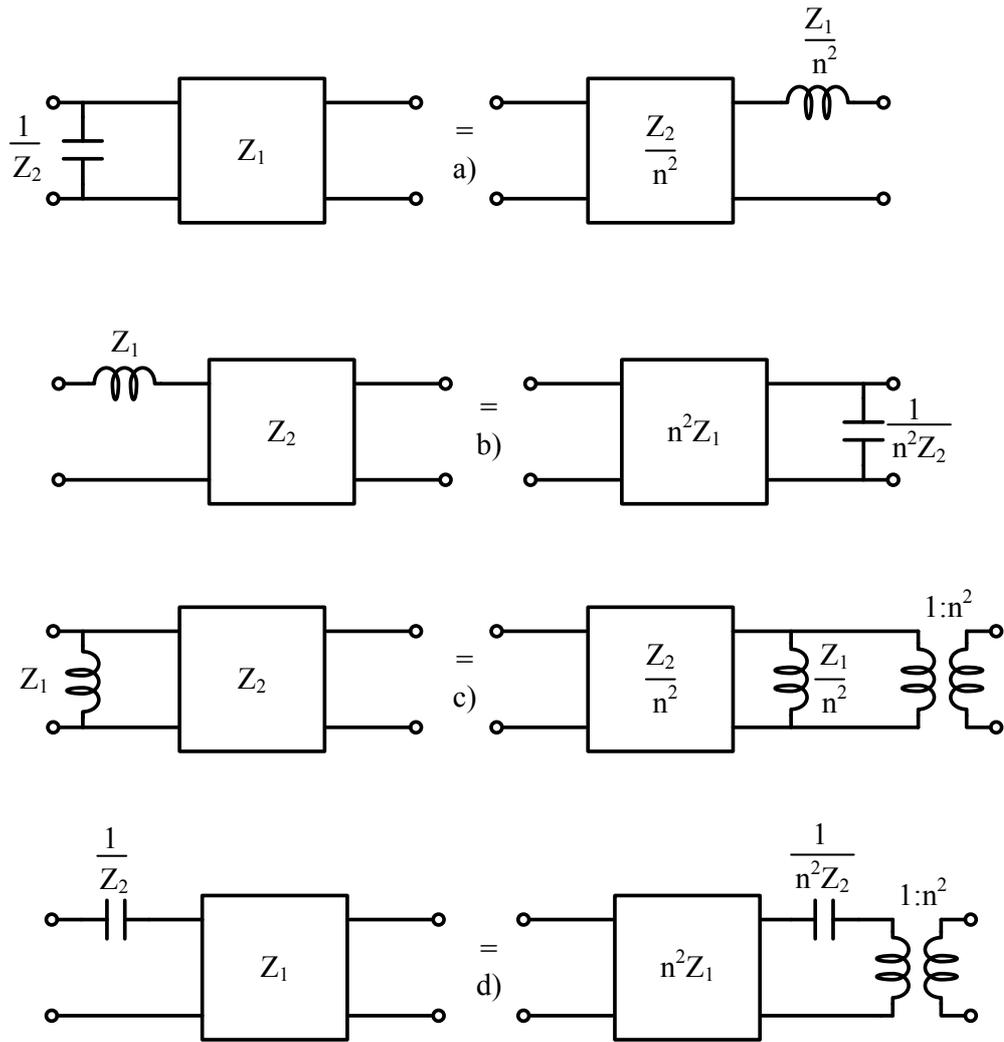


Figura 11.27: Le quattro equivalenze di Kuroda.

Esempio: Si voglia realizzare un filtro passa basso di Chebyshev, con limite superiore di banda $f_H = 4$ GHz, ripple = 3 dB, ordine $N = 3$, $Z_0 = 50 \Omega$.

Lo schema del prototipo di filtro passa basso è mostrato in figura 11.16. Dalla tabella 11.3 si trova che:

$$L_1 = 3.3487$$

$$C_1 = 0.7117$$

$$L_3 = 3.3487$$

Il prototipo di figura 11.16 è equivalente al circuito di figura 11.28, dove in ingresso e in uscita sono stati aggiunti dei tratti di linea di impedenza caratteristica pari a 1Ω .

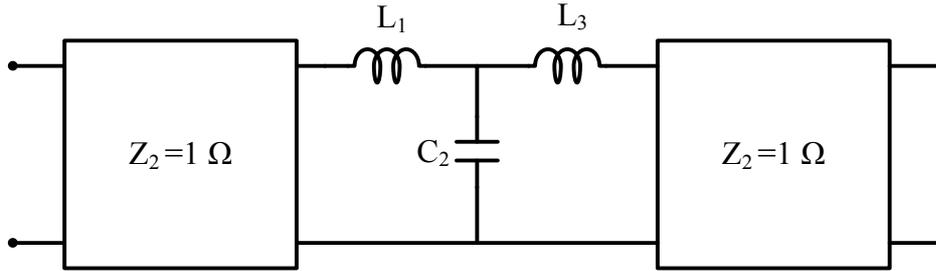


Figura 11.28: Equivalente del prototipo di figura 11.13.

$$\omega_c = 1 \text{ rad/s} \Rightarrow Z_1 = \omega_c L_1 = L_1 = L_3$$

$$n^2 = 1 + \frac{Z_2}{Z_1} = 1 + \frac{1}{3.3487} = 1.3$$

Usando l'equivalenza di Kuroda di figura 11.27b, si ottiene dal circuito di figura 11.27 il circuito di figura 11.29.

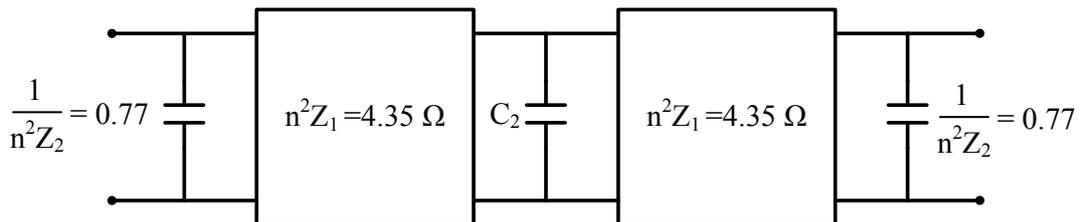


Figura 11.29: Equivalente del prototipo di figura 11.13, dopo aver applicato l'equivalenza di kuroda di figura 11.24b.

In questo modo il filtro è realizzabile con tre stub parallelo per realizzare le tre capacità, di impedenza caratteristica:

$$Z_{CEQ} = \frac{1}{\omega_c C_{EQ}} = \frac{1}{1 \times 0.77} = 1.3$$

per le due capacità esterne, e di impedenza caratteristica:

$$Z_{C2} = \frac{1}{\omega_c C_2} = \frac{1}{1 \times 0.7117} = 1.4$$

e due tratti di linea di impedenza caratteristica $n^2 Z_1$ lunghi $\lambda/8$ a 4 GHz. Per far funzionare il filtro con impedenze di carico e di sorgente di $Z_0 = 50 \Omega$, e per una frequenza $f_H = 4 \text{ GHz}$ basta moltiplicare le impedenze caratteristiche per 50Ω .

Il filtro risultante è mostrato in figura 11.30.

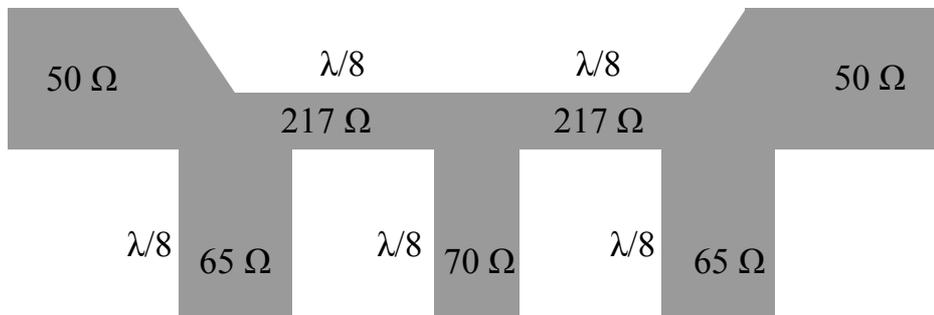


Figura 11.26: Filtro realizzato a microstrisce ottenuto applicando le equivalenze di Kuroda.. Disegno non in scala.

[11.1] Microwave Engineering - Second Edition
 David M. Pozar
 University of Massachusetts at Amherst
 John Wiley & Sons, Inc.