

# Genesi e Gestione Razionale delle Geometrie Complesse in Architettura

Convegno dedicato alla memoria del  
Prof. Em. Ing. Piero Villaggio

Aula Magna Ulisse Dini, Ingegneria, Largo Lucio Lazzarino - Pisa

Venerdì 28 Marzo 2014 - **INGRESSO LIBERO** - (Info: [davide.tonelli@dic.unipi.it](mailto:davide.tonelli@dic.unipi.it))

15.00 **Introduzione**

*prof. ing. Maurizio Froli*

*DESTeC Pisa*

15.15 **GENESI** geometrica sperimentale di Forme Complesse

*b.a. Alison Martin*

15.45 **GENESI** di Forme Complesse mediante algoritmi genetici

*ing. Matteo Dini*

*RFR-Group - Paris*

16.15 **GESTIONE** geometrica di Forme Complesse tramite software commerciali

*ing. Davide Tonelli*

*DESTeC Pisa*

16.45 **GESTIONE** geometrica di Forme Complesse tramite programmazione

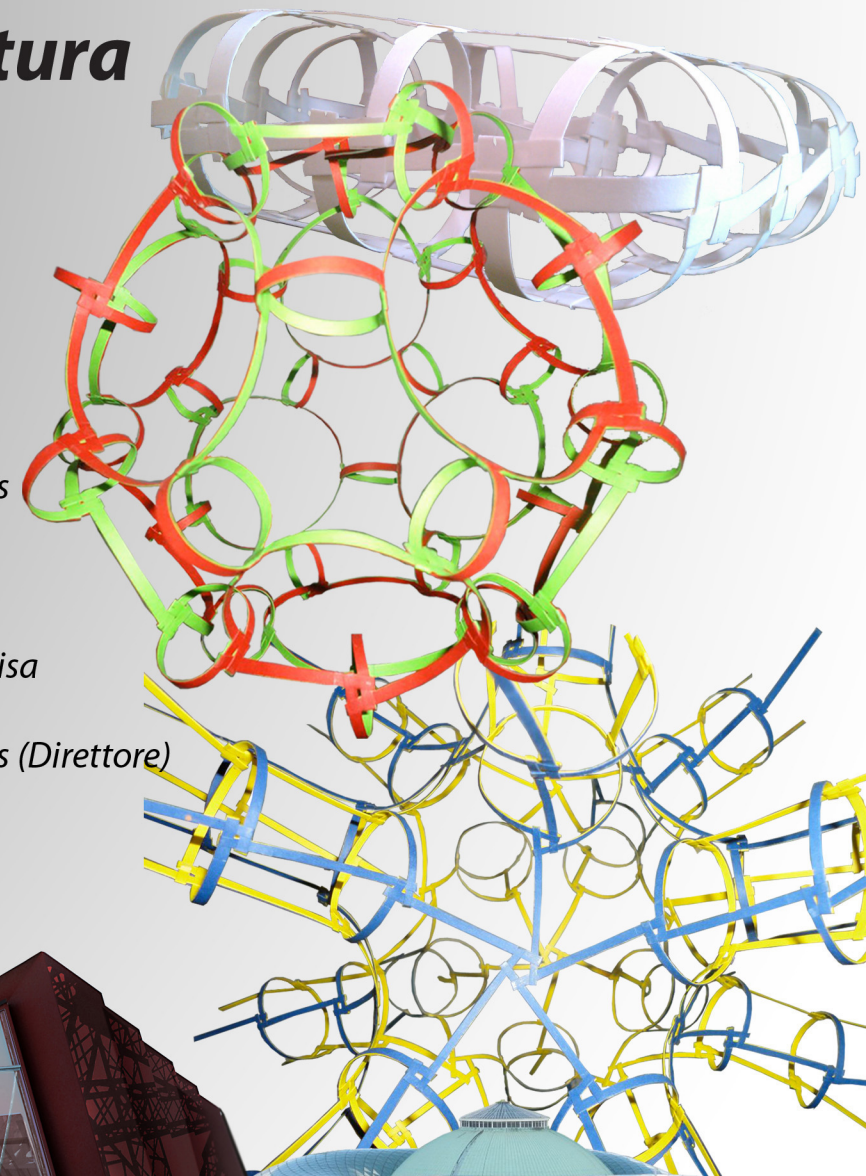
*dr. Paolo Cignoni, dr. Roberto Scopigno*

*V.C. LAB, C.N.R. Pisa*

17.30 **REALIZZAZIONE** di Forme Complesse

*arch. ing. Niccolò Baldassini*

*RFR-Group - Paris (Direttore)*



**RFR**

**INGEGNERIA**  
dell'Energia, dei Sistemi,  
del Territorio e delle Costruzioni

UNIVERSITA' DI PISA

CONSIGLIO NAZIONALE  
DELLE RICERCHE - ISTI

VISUAL COMPUTING  
LABORATORY

[architetturecomplesse.ing.unipi.it](http://architetturecomplesse.ing.unipi.it)

[www2.ing.unipi.it/griff/](http://www2.ing.unipi.it/griff/)

[vcg.isti.cnr.it](http://vcg.isti.cnr.it)

[www.mauriziofroli.it](http://www.mauriziofroli.it)

[www.rfr-group.com](http://www.rfr-group.com)



# ***GESTIONE DELLE GEOMETRIE COMPLESSE TRAMITE SOFTWARE COMMERCIALI***

Conferenza  
Pisa, 28 Marzo 2014

Dottorando: Davide Tonelli



# *1 – Creazione della Forma*

# Geometrie Complesse in Architettura

SONO tutto ciò che non può essere progettato e/o realizzato mediante scomposizione in schemi piani.

Noi faremo riferimento principalmente alle categorie delle coperture e delle facciate.



































# Geometrie Complesse in Architettura

SI PROGETTANO attualmente mediante programmi CAD per la modellazione digitale.



# Geometrie Complesse in Architettura

## TRAMITE ALGORITMI PURAMENTE GEOMETRICI:

- Unione di patch di Superfici NURBS
- Mesh di controllo + Algoritmi di Suddivisione (Chaikin, Catmull-Clark, Loop etc..)

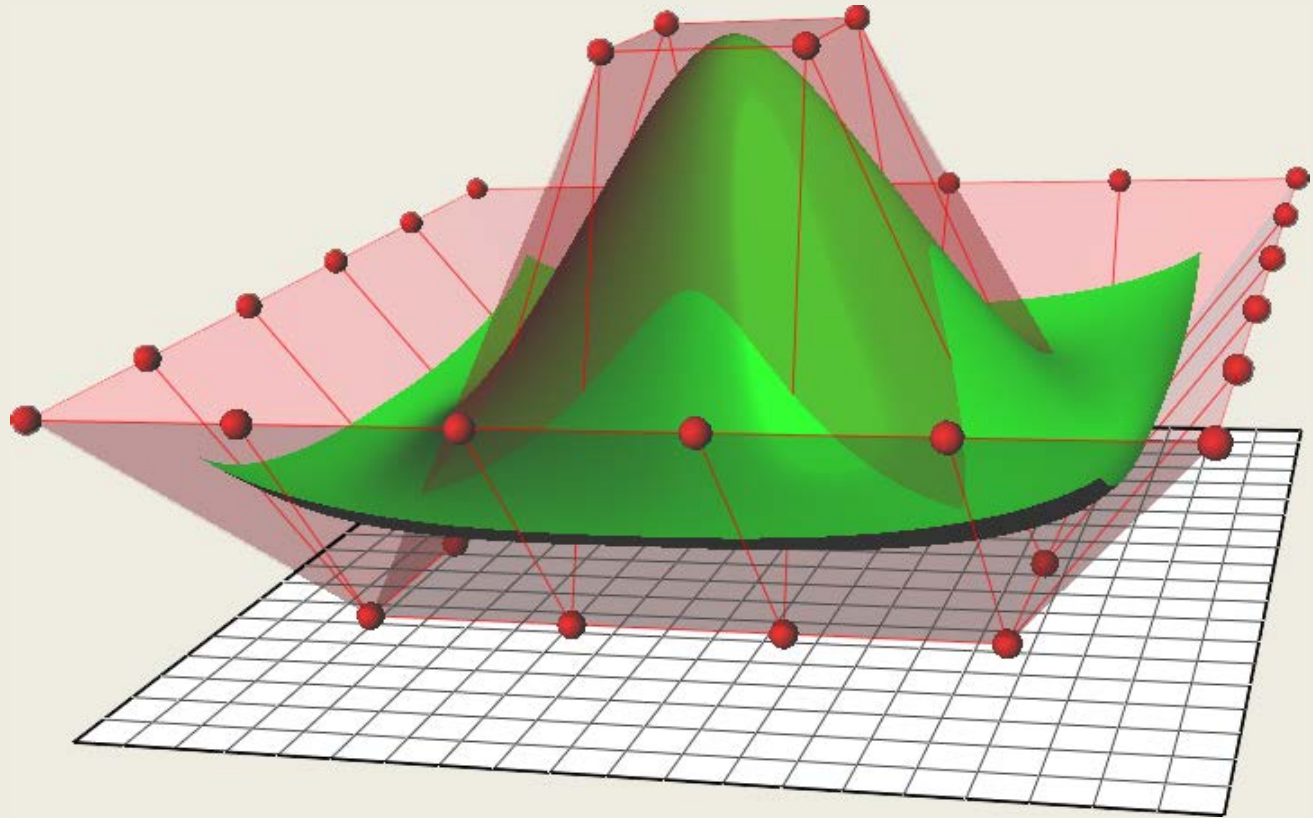
Prepara discorso su nurbs e superfici di suddivisione





# Geometrie Complesse in Architettura

## NURBS



# CURVE DI BEZIER

$$P_0^1 = (1 - t)P_0 + tP_1$$

$$P_1^1 = (1 - t)P_1 + tP_2$$

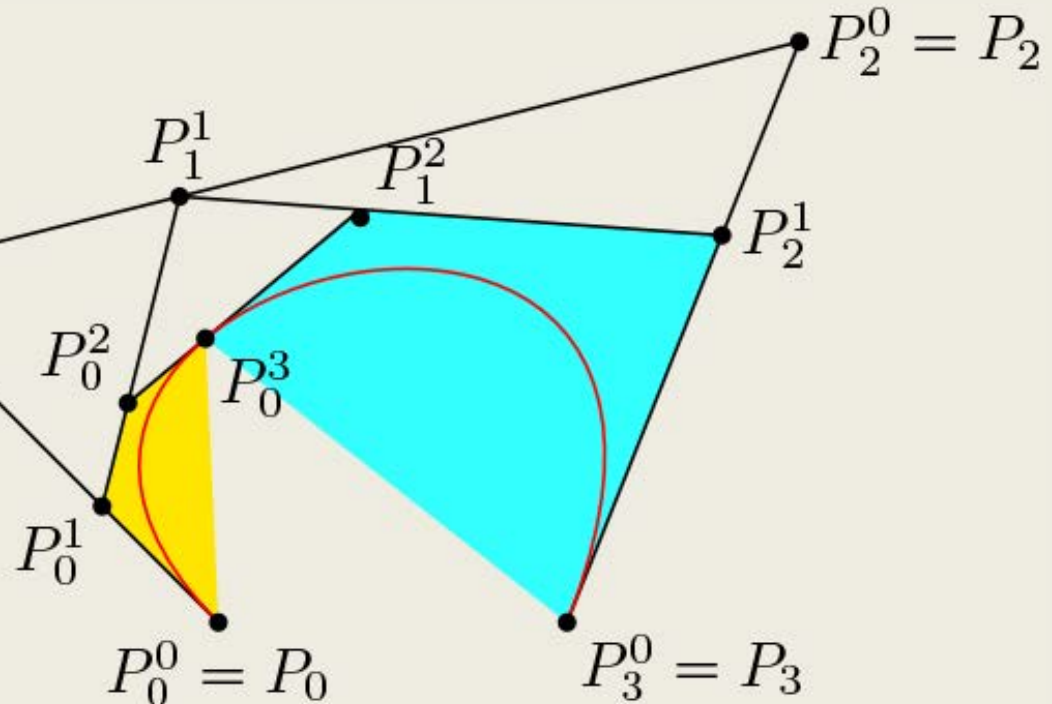
$$P_2^1 = (1 - t)P_2 + tP_3$$

$$P_1^0 = P_1$$

$$P_0^2 = (1 - t)P_0^1 + tP_1^1$$

$$P_1^2 = (1 - t)P_1^1 + tP_2^1$$

$$P(t) = (1 - t)P_0^2 + tP_1^2$$

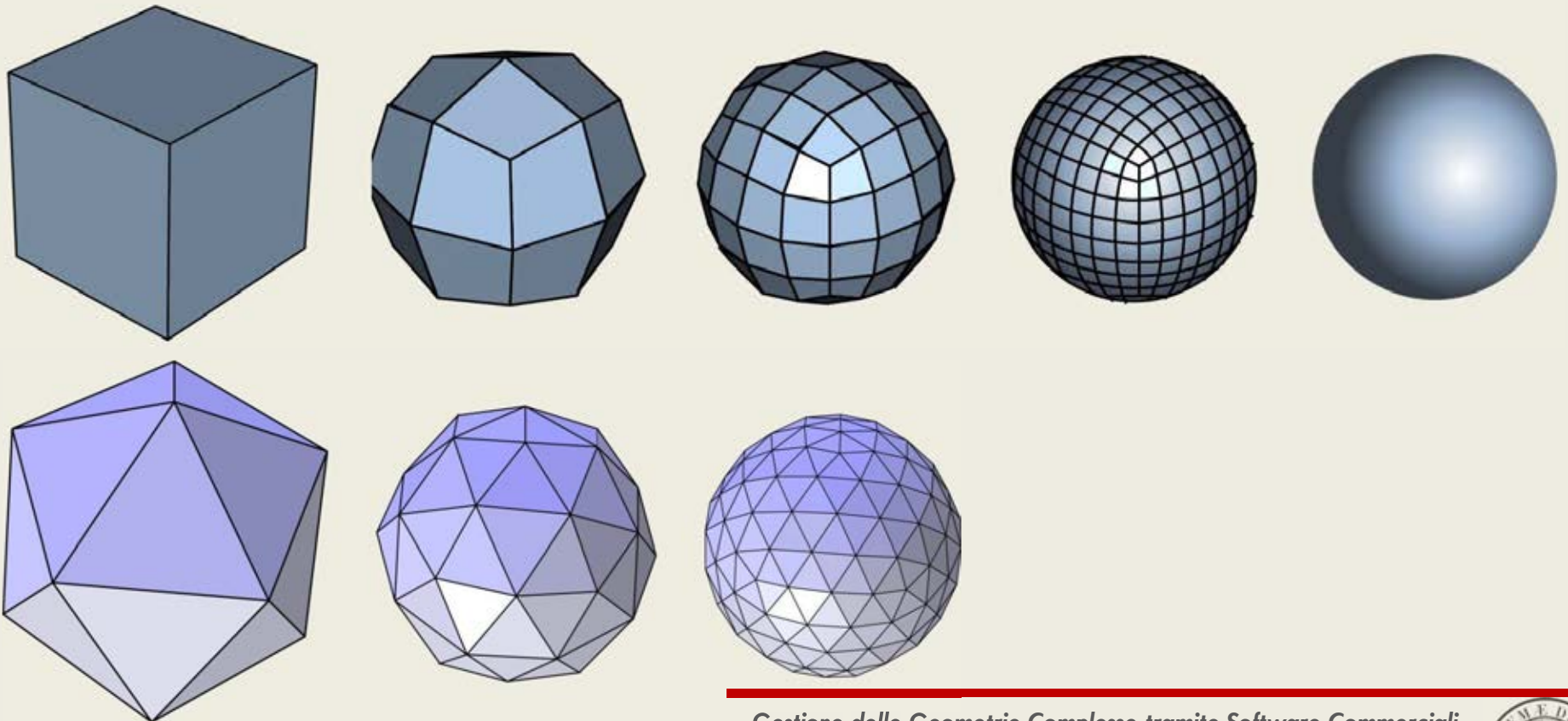


$$P(t) = (1 - t)^3 P_0 + 3(1 - t)^2 t P_1 + 3(1 - t)t^2 P_2 + t^3 P_3$$



# Geometrie Complesse in Architettura

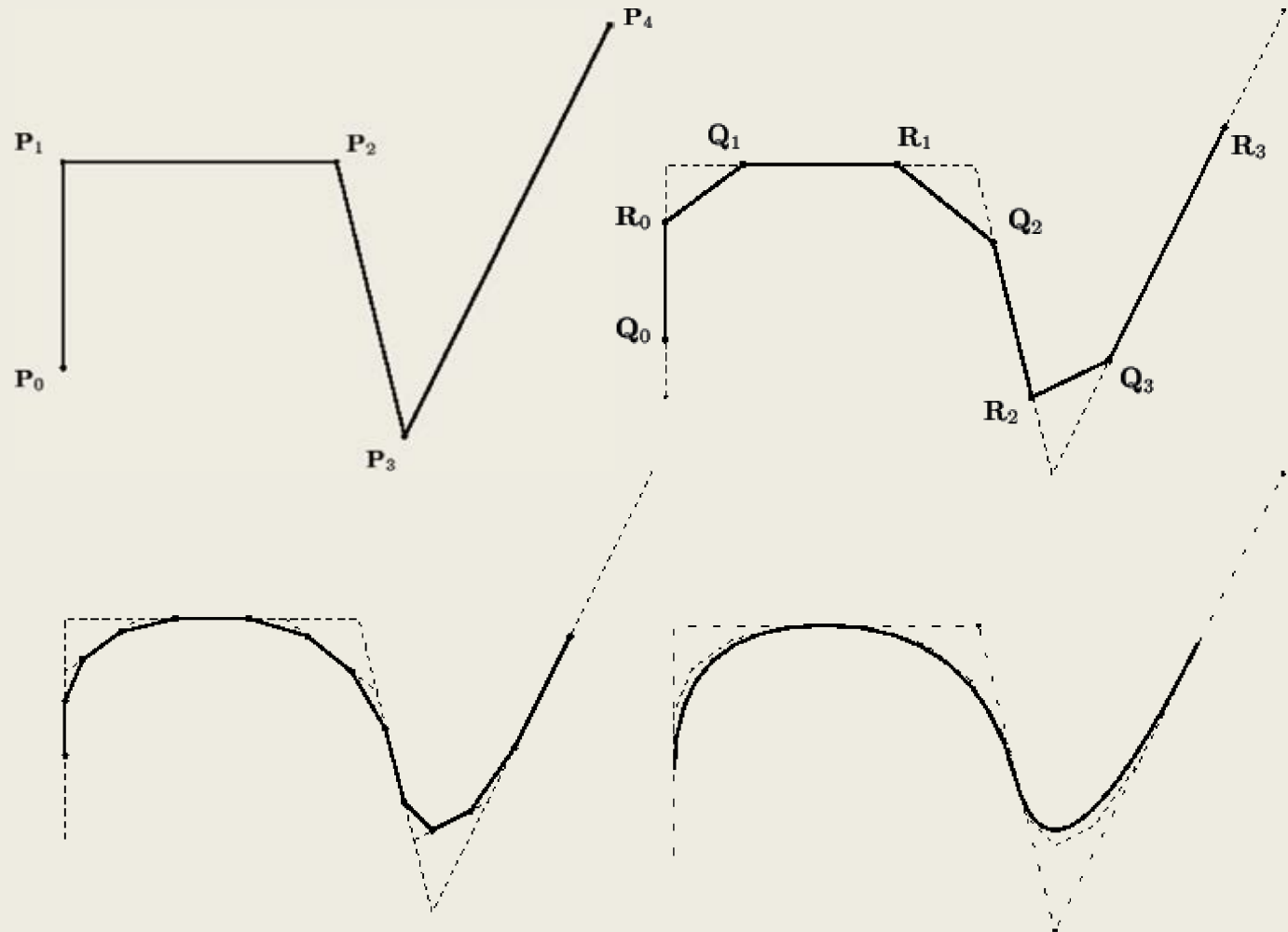
## SUPERFICI DI SUDDIVISIONE



# CURVE DI CHAIKIN

$$Q_i = \frac{3}{4} P_i + \frac{1}{4} P_{i+1}$$

$$R_i = \frac{1}{4} P_i + \frac{3}{4} P_{i+1}$$





# Geometrie Complesse in Architettura

TRAMITE CRITERI DI OTTIMIZZAZIONE STATICA.  
METODI DI FORM-FINDING:

- Transient Stiffness Method (Anal. Non Lin.)
- Force Density Method
- Dynamic Relaxation Method
- Thrust Network Analysis (RhinoVault)



# TRANSIENT STIFFNESS METHOD

$\{x\}$  - **INPUT:** Coordinate Nodali nella config. di partenza, non equilibrata.

$\{\delta\} = [K]^{-1}\{p\}$  - Eq.ne valida per sistemi elastici in equilibrio.  
Le strutture oggetto di *form finding* non sono in equilibrio e l'eq.ne è violata.

$\{x\} + \{\delta\}$  - **OUTPUT:** Coordinate Nodali nella config. finale, in equilibrio.

La soluzione  $\delta$  viene ricercata mediante un *sistema iterativo* di approssimazioni successive.

$$\{\delta\}_{k+1} = [K]_k^{-1} \{p\}$$

$\{x\}_{k+1} = \{x\}_k + \{\delta\}_{k+1} \quad \longrightarrow \quad [K]_{k+1}$  - Assemblaggio matrice di rigidezza aggiornata – Rigid. Geometrica.

$\{p\}_{k+1} = [K]_{k+1} \{\delta\}_{k+1}$  - Vettore delle forze interne

$\{r\}_{k+1} = \{p\} - \{p\}_{k+1}$  - Vettore delle forze residue

$\{\Delta\delta\}_{k+1} = [K]_{k+1}^{-1} \{r\}_{k+1}$  - Vettore di aggiornamento spostam.



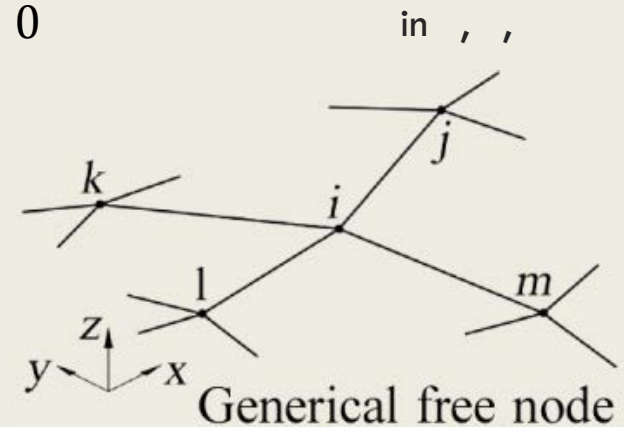


# FORCE DENSITY METHOD

Per un generico nodo  $i$  contornato dai nodi  $j, k, l, m$ , le eq.ni di equilibrio alla traslazione sono:

$$T_{ij} \frac{x_j - x_i}{L_{ij}} + T_{ik} \frac{x_k - x_i}{L_{ik}} + T_{il} \frac{x_l - x_i}{L_{il}} + T_{im} \frac{x_m - x_i}{L_{im}} - F_{xi} = 0$$

$$L_{ij} = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2}$$



Imponendo a priori che il rapporto  $\frac{T_{ij}}{L_{ij}} = q_{ij}$  sia costante, è possibile linearizzare le equazioni:

$$q_{ij} (x_j - x_i) + q_{ik} (x_k - x_i) + q_{il} (x_l - x_i) + q_{im} (x_m - x_i) - F_{xi} = 0$$

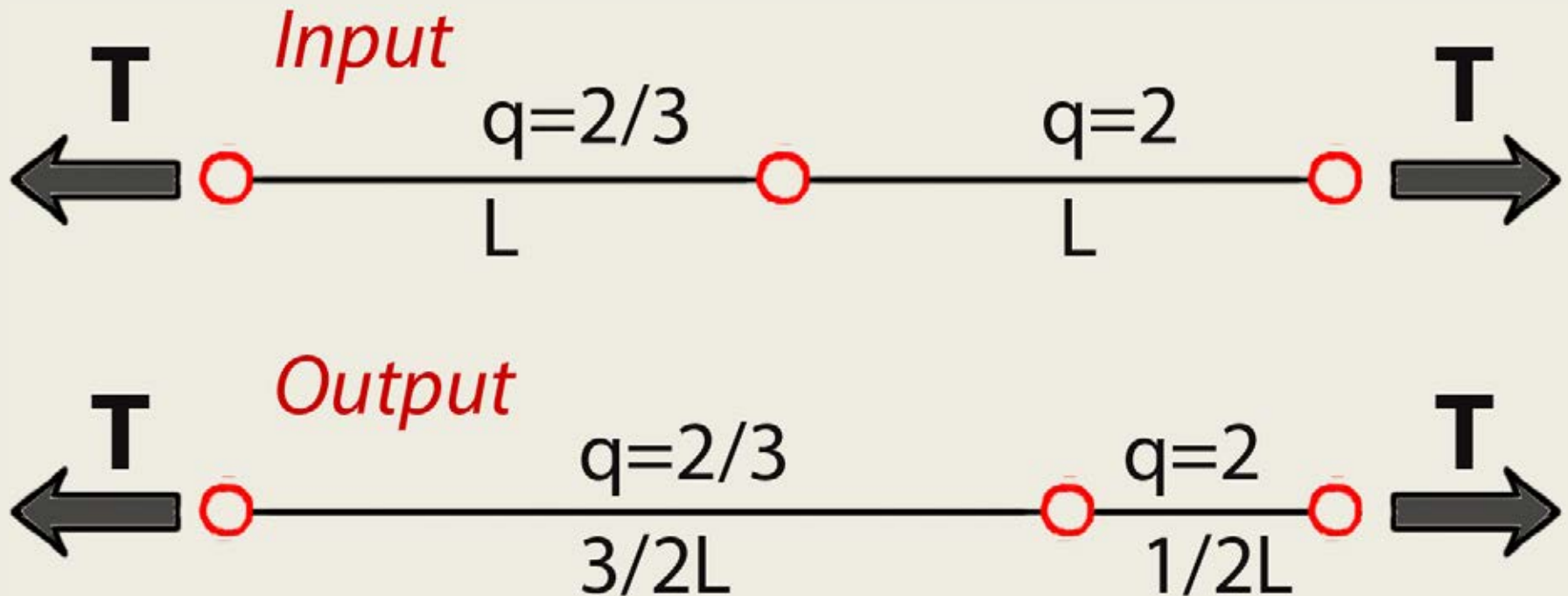
Restano così  $n$  eq.ni lineari in  $n$  incognite che forniscono direttamente la soluzione:

la posizione dei nodi interni ( $x_i$ ) della maglia, e dunque la geometria oggetto di form-finding.

La superficie ottenuta non è minima (minima energia di deformazione), bensì solo equilibrata.

# FORCE DENSITY METHOD

$$T = q L = \text{cost}$$





# DYNAMIC RELAXATION METHOD

$$P_{ji} = [\sum K\delta]_{ji} + C\dot{\delta}_{ji} + M\ddot{\delta}_{ji} \quad \text{Eq.ne del moto - nodo } j, \text{ direzione } i$$

$$R_{ji} = P_{ji} - [\sum K\delta]_{ji} = C\dot{\delta}_{ji} + M\ddot{\delta}_{ji} \quad \text{Valore delle forze non equilibrate - nodo } j, \text{ direzione } i$$

Approssimazione delle derivate con le differenze finite centrali:

$$R_{ji}(t) = \frac{\delta_{ji}(t+\frac{\Delta t}{2}) + \delta_{ji}(t-\frac{\Delta t}{2})}{2} + M \frac{\delta_{ji}(t+\frac{\Delta t}{2}) - \delta_{ji}(t-\frac{\Delta t}{2})}{\Delta t}$$

Con 'smorzamento cinetico' le equazioni si semplificano:

$$\dot{\delta}_{ji}\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right) = \dot{\delta}_{ji}\left(t - \frac{\Delta t}{2}\right) + \frac{\Delta t}{M_{ji}} R_{ji}(t)$$

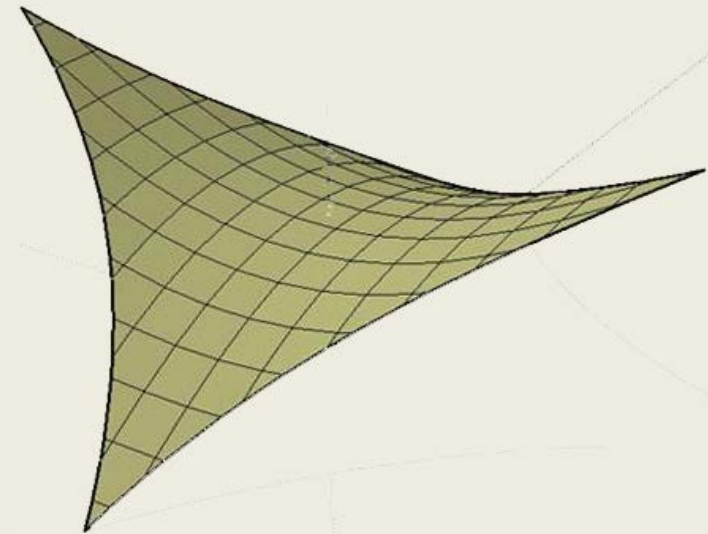
$$\delta_{ji}(t + \Delta t) = \delta_{ji}(t) + \dot{\delta}_{ji}\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right) \Delta t$$

$$R_{ji}(t + \Delta t) = P_{ji} - [\sum K\delta]_{ji}(t + \Delta t)$$

$$K_{ji} = \frac{K_{ji}^G + K_{ji}^E}{2};$$

$$K_{ji}^G = \frac{T_{m(t+\Delta t)}}{L_{m(t+\Delta t)}};$$

$$L_{m(t+\Delta t)} = f(\delta)$$



# 2 – *Ingegnerizzazione*

# Geometrie Complesse in Architettura

Nascono come superfici continue, ma vengono realizzate mediante un ordito tridimensionale di aste e pannelli.

E' perciò necessario operare una **DISCRETIZZAZIONE** della superficie: ovvero una suddivisione della superficie in pannelli discreti.





# DISCRETIZZAZIONE – REQUISITI

- Planarità o singola curvatura dei pannelli;
- Semplicità realizzativa dei nodi;
- Grado di trasparenza della sottostruttura;
- Stabilità e resistenza della sottostruttura;
- Gradevolezza estetica del *pattern*.



# DISCRETIZZAZIONE TRIANGOLARE



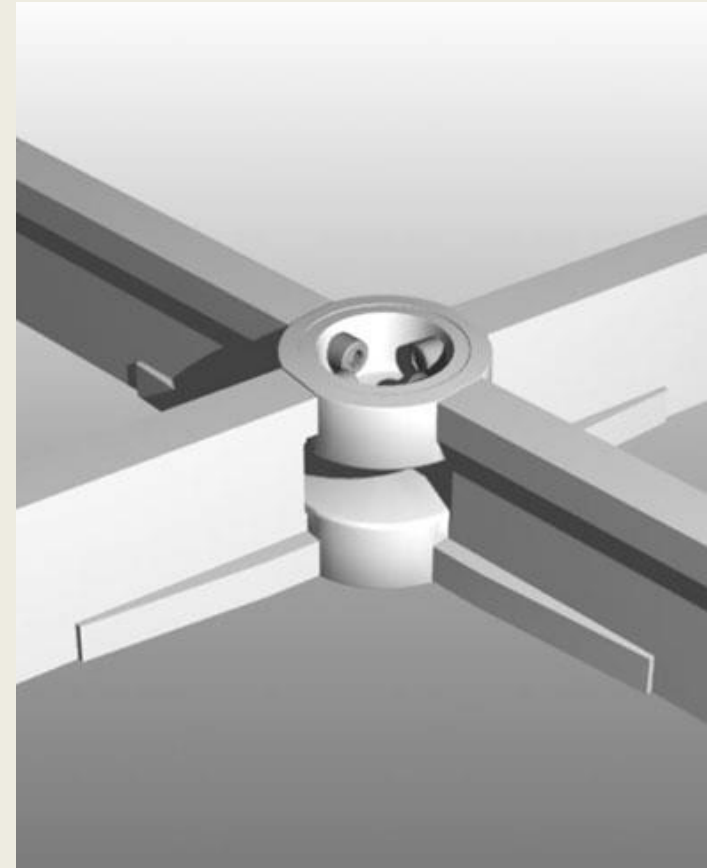
Copertura chiostra British Museum

# DISCRETIZZAZIONE TRIANGOLARE





# DISCRETIZZAZIONE QUADRILATERA



# DISCRETIZZAZIONE ESAGONALE



Haesley Golf Club House - Seoul



# DISCRETIZZAZIONE ESAGONALE

Kreod





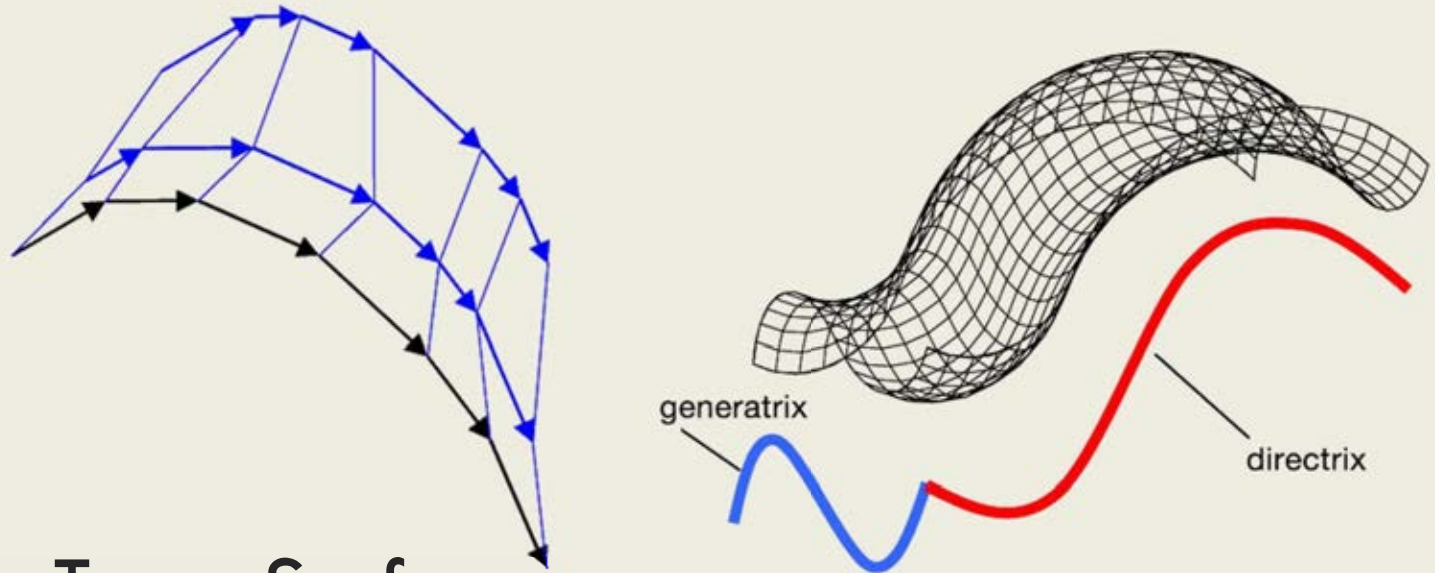
# DISCRETIZZAZIONE - ALGORITMI

Vengono mutuati direttamente dalla Computer Graphics, e quindi modificati per rispondere alle esigenze dell'architettura (planarità etc...).

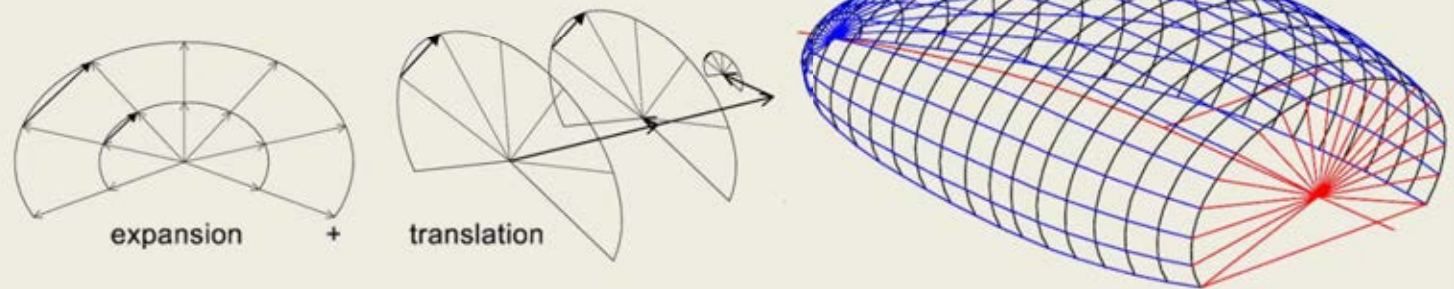
Nasce la branca della *Architectural Geometry*.



# DISCRETIZZAZIONE QUADRILATERA

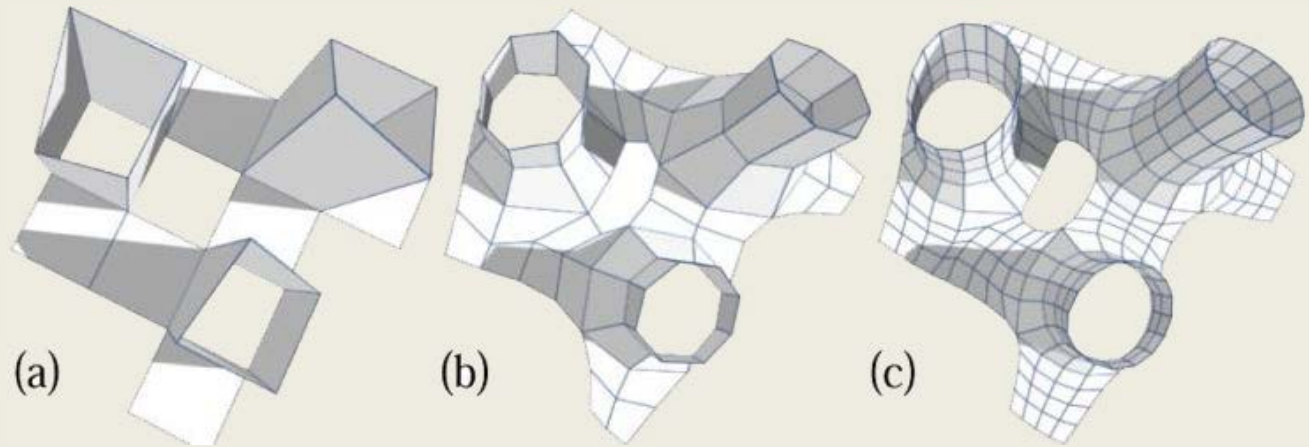


## 1 – Scale Trans Surfaces



# DISCRETIZZAZIONE QUADRILATERA

## 2 – PQ Meshes



Le PQ meshes sono l'analogo discreto di *reti di curve coniugate* sulla superficie.

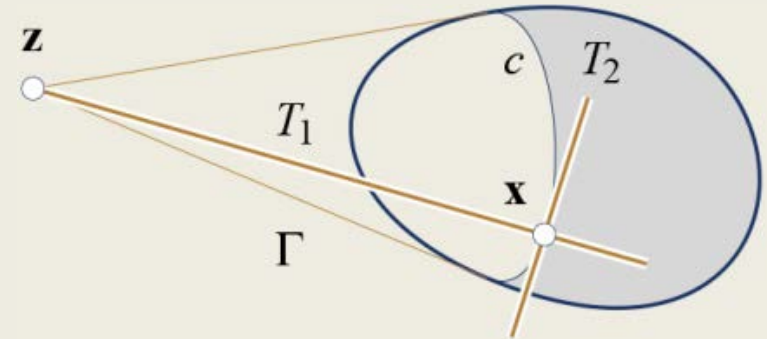


# DISCRETIZZAZIONE QUADRILATERA

## 2 – PQ Meshes

### *Direzioni coniugate* –

- a) Data una curva spaziale  $c$  sulla superficie  $\Phi$
- b) Presa la superficie sviluppabile  $\Gamma$  definita dalle rette tangenti alla curva  $c$
- c) In ogni punto  $x \in c$  le rette  $T_2$  - tangente a  $c$  in  $x$ , e  $T_1$  - tangente a  $\Phi$  in  $x$  e  $\in$  a  $\Gamma$ , sono *coniugate*.



# DISCRETIZZAZIONE QUADRILATERA

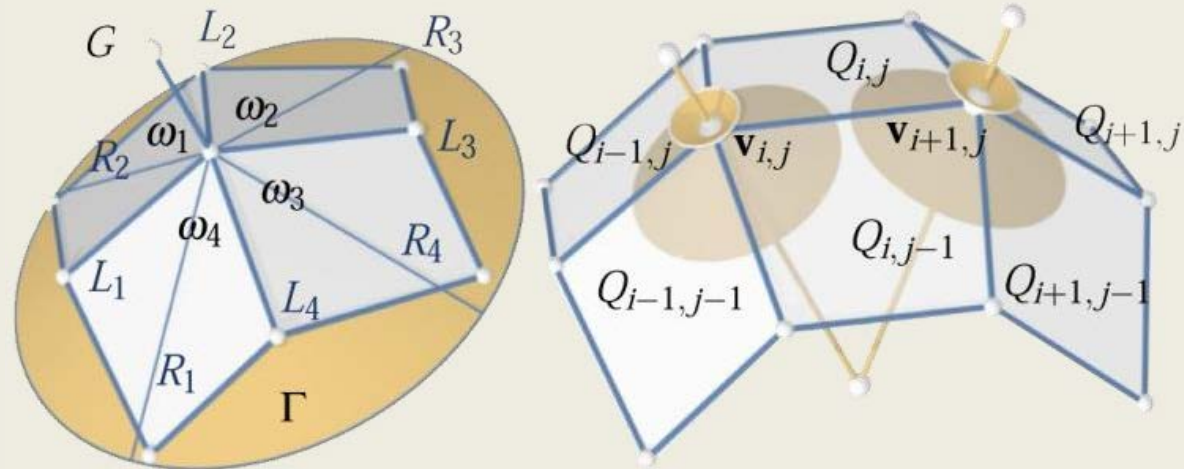
## 3 – PQ Meshes Coniche

a)  $\omega_1 + \omega_3 = \omega_2 + \omega_4$

b) Vertici Conici:

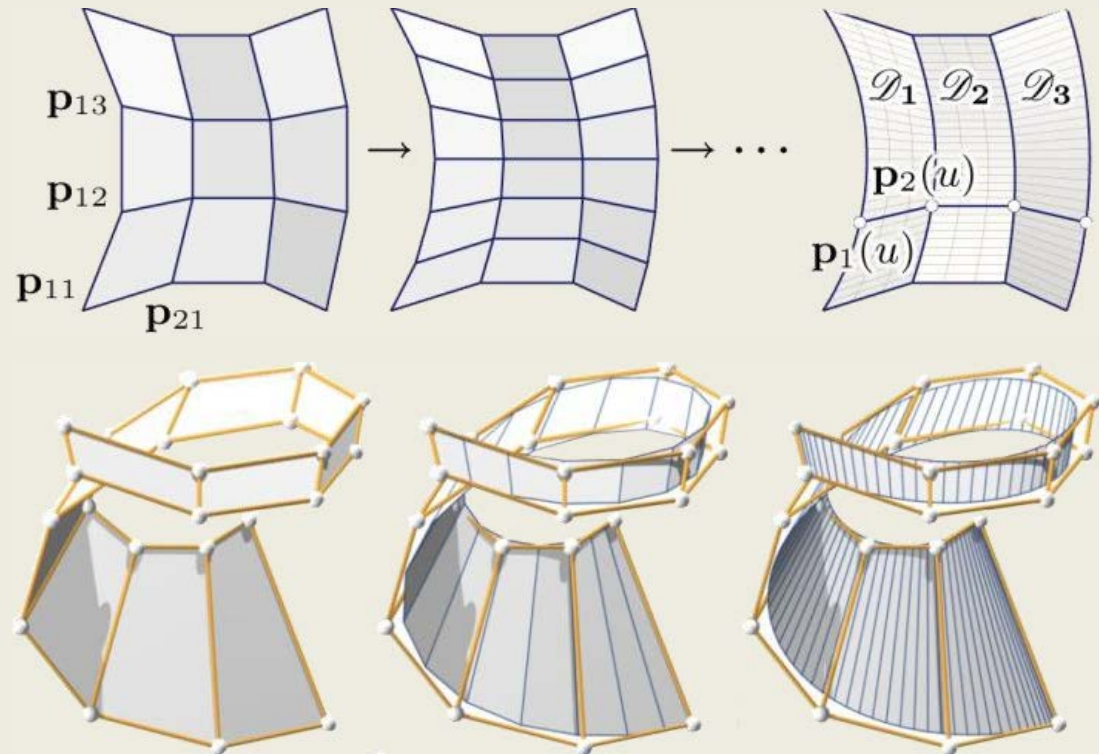
b.1) Face offset

b.2) Sottostruttura  
ortogonale



# DISCRETIZZAZIONE QUADRILATERA

## 4 – Developable Strips

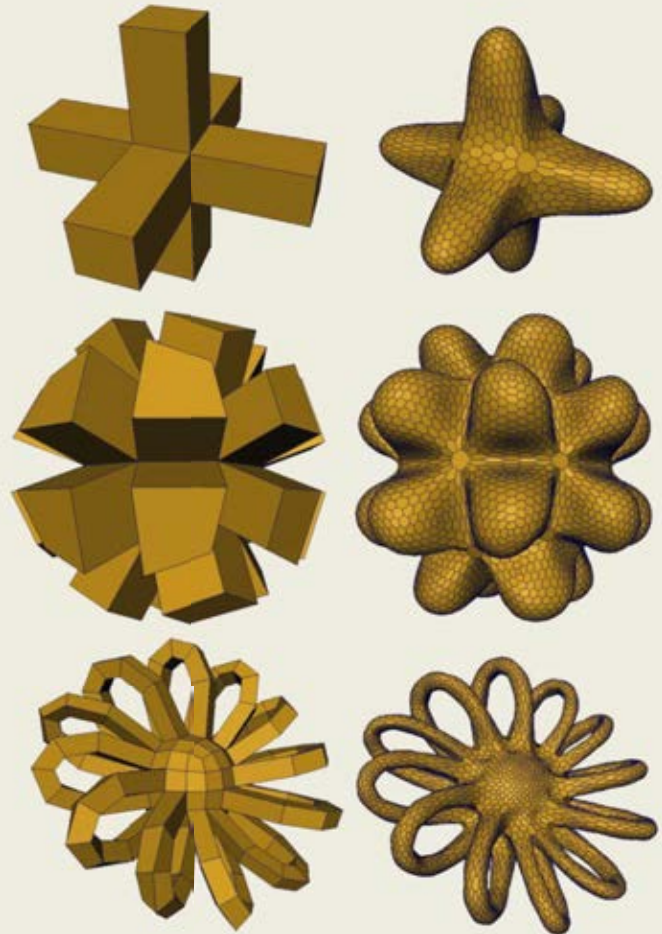
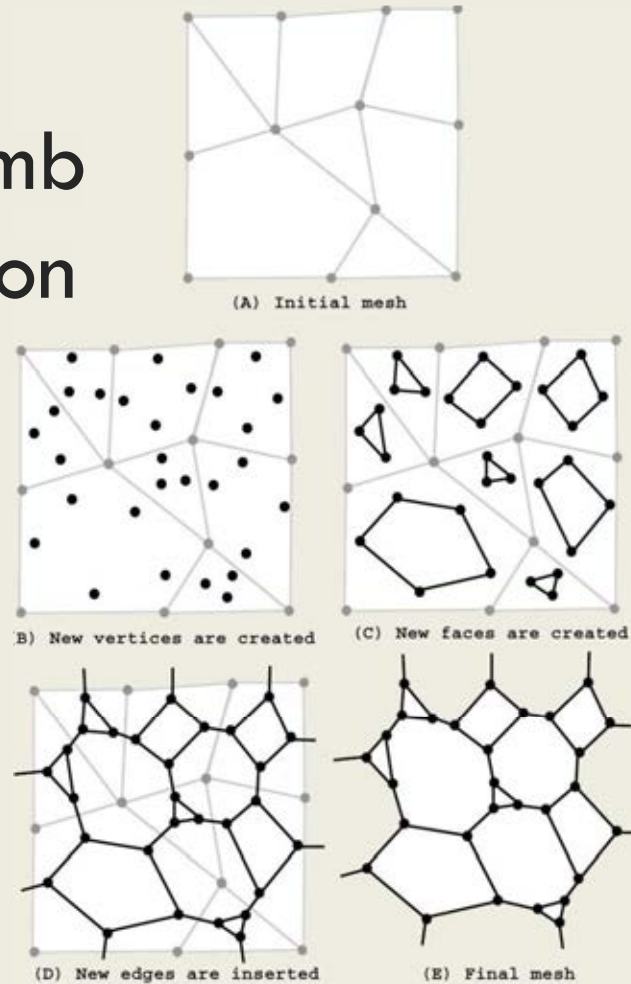


Le PQ strips sono l'analogo discreto di *superfici sviluppabili (ovvero rigate)*.



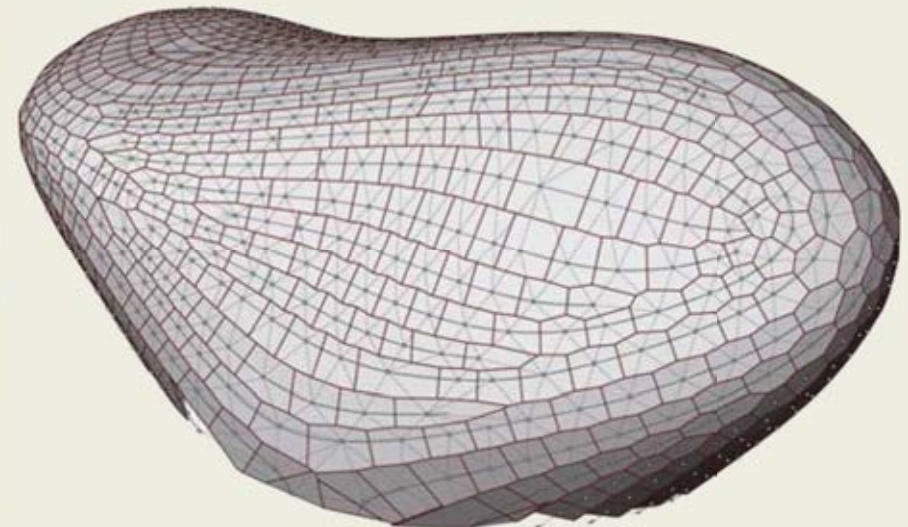
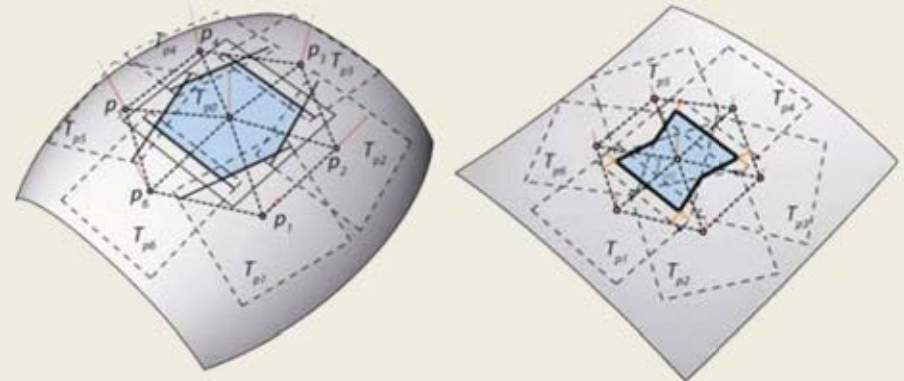
# DISCRETIZZAZIONE ESAGONALE

## 5 – Honeycomb Subdivision



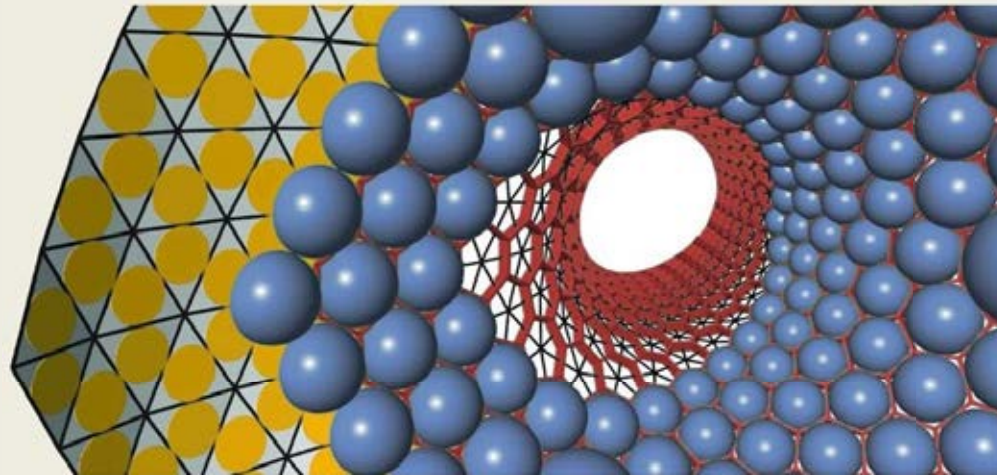
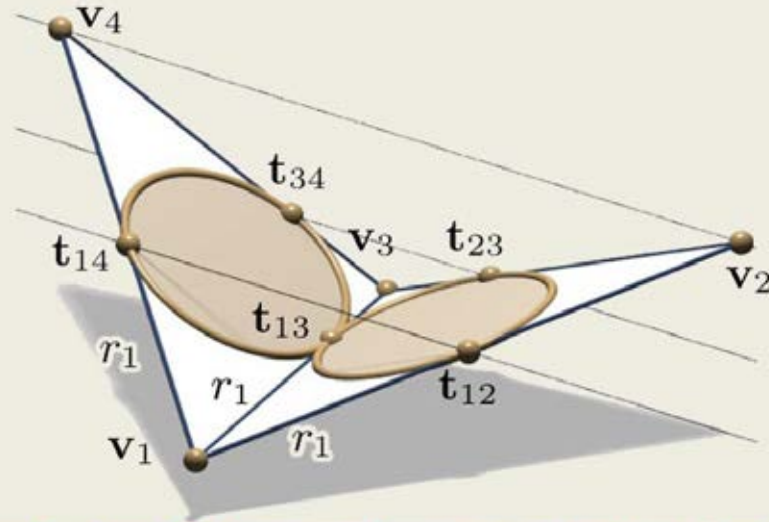
# DISCRETIZZAZIONE ESAGONALE

## 6 – TPI Algorithm



# DISCRETIZZAZIONE ESAGONALE

## 7 – CP Meshes



Gestione delle Geometrie Complesse tramite Software Commerciali

Davide Tonelli – [davide.tonelli@dic.unipi.it](mailto:davide.tonelli@dic.unipi.it)

Università di Pisa, Scuola di Ingegneria, Dip.to DESTeC



# OTTIMIZZAZIONE - metodi

Le mesh computate devono risultare contemporaneamente *ottime* sotto vari aspetti:

- planarità (*planarity*);
- rapporti di forma delle celle (*shape*);
- prossimità alla geometria di input (*closeness*);
- levigatezza complessiva (*smoothness*).



# OTTIMIZZAZIONE - metodi

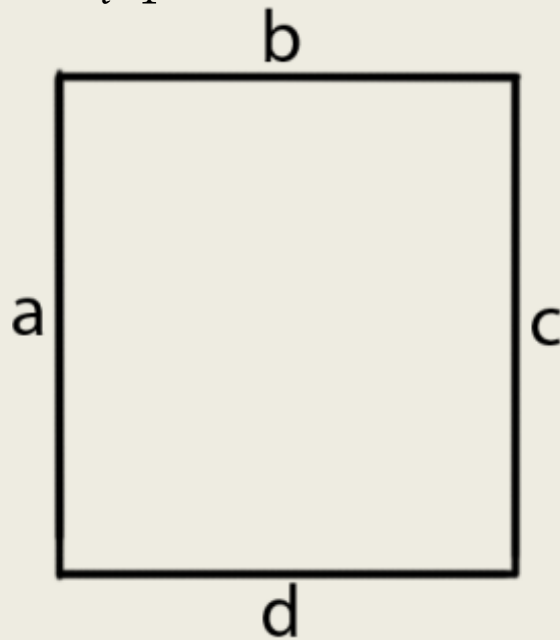
L'approccio adottato è quello di definire un' *energia* per ciascun requisito, quindi di assemblare un' *energia globale* dove le precedenti energie compaiono fattorizzate.



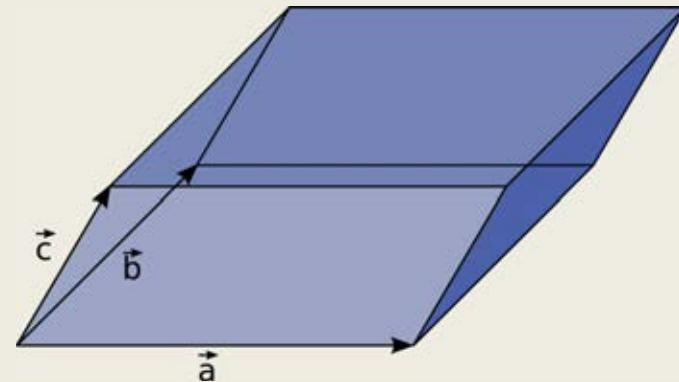
# OTTIMIZZAZIONE - metodi

Planarità – esempio per mesh quadrilatere:

$$E_{plan} = \sum_{i=1}^f \det(a, b, c) + \det(a, b, d) + \det(a, c, d) + \det(b, c, d)$$



N.B. -  $(a \times b) \cdot c = \det(a, b, c)$

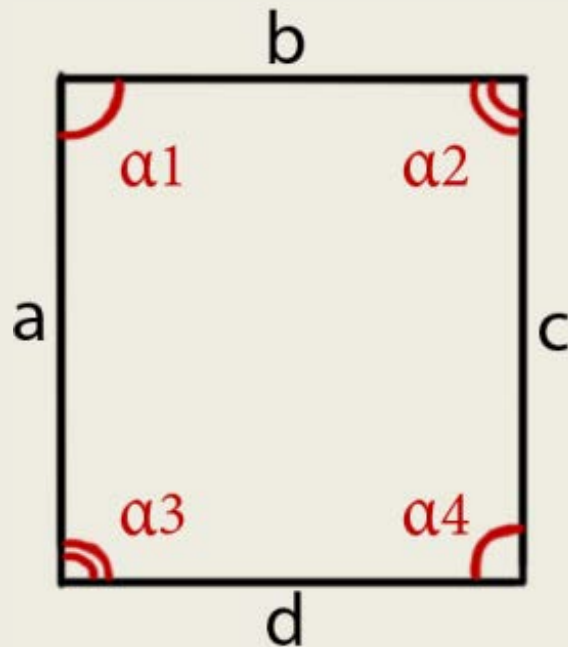




# OTTIMIZZAZIONE - metodi

Convessità – esempio per mesh quadrilatere:

$$E_{conv} = \sum_{i=1}^f [\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 - 2\pi]^2$$



# OTTIMIZZAZIONE - metodi

*Prossimità alla superficie:*

$$E_{close} = \sum_{i=1}^v \|v_i - c(v_i)\|^2$$

*Energia Globale da Minimizzare:*

$$E = \lambda_1 E_{plan} + \lambda_2 E_{conv} + \lambda_3 E_{close} + \lambda_4 E_{smooth}$$



## OTTIMIZZAZIONE - metodi

L' *energia globale* viene quindi minimizzata con tecniche matematiche di *Non Linear Programming (NLP)*, usate per risolvere *Problemi di Ottimizzazione*.

Questi consistono nel trovare i punti estremali di una data funzione all'interno di un dominio definito da vincoli (equazioni e/o disequazioni).





# OTTIMIZZAZIONE - metodi

Un semplice problema di ottimizzazione:

- trovare il massimo di  $f(x)$  nel dominio di figura.

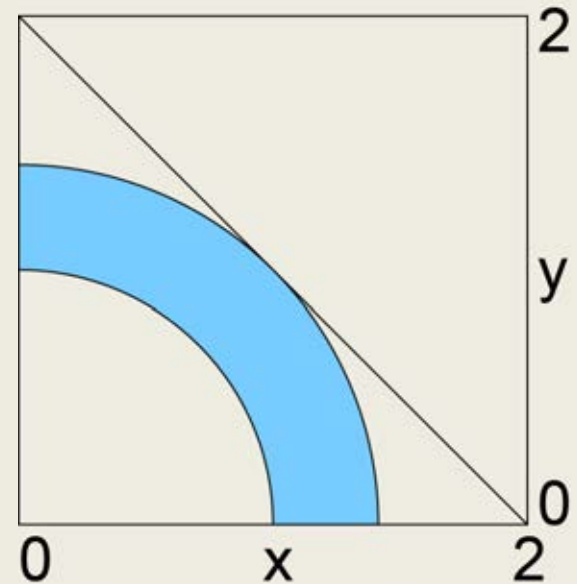
$$f(x) = x + y$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

$$x^2 + y^2 \geq 1$$

$$x^2 + y^2 \leq 2$$



# *3 – Gestione Digitale della Geometria Complessa*

# Software Dedicato – CAD Verticale

Ad oggi esistono diversi *programmi specifici* per la gestione di geometrie architettoniche complesse:

- Catia (Dassault);
- Bocad (Aveva);
- ProEngineer (PTC).



# CARATTERISTICHE

- PARAMETRICITÀ;
- ELEVATE PRESTAZIONI e capacità di gestire l'intero processo di progettazione FFF (from file to factory) in maniera integrata;
- DIFFICOLTÀ D'USO – sono richiesti utenti esperti/specializzati;
- Software commerciale, **COSTO ELEVATO.**





# Software Generico – CAD Orizzontale

Parallelamente esistono anche *programmi cad generici*, utilizzabili *anche* per la gestione di geometrie architettoniche complesse:

- Rhinoceros (McNeel);
- Revit (Autodesk);
- Autocad (Autodesk).



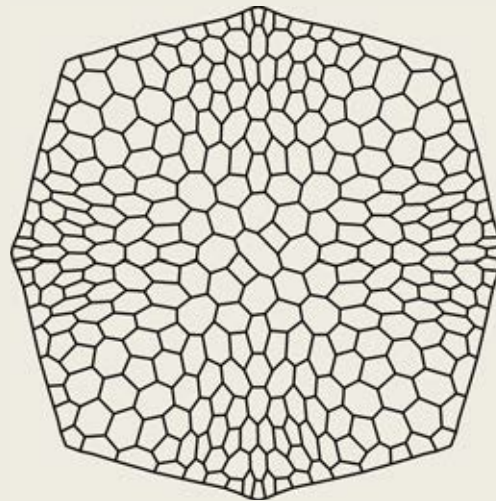
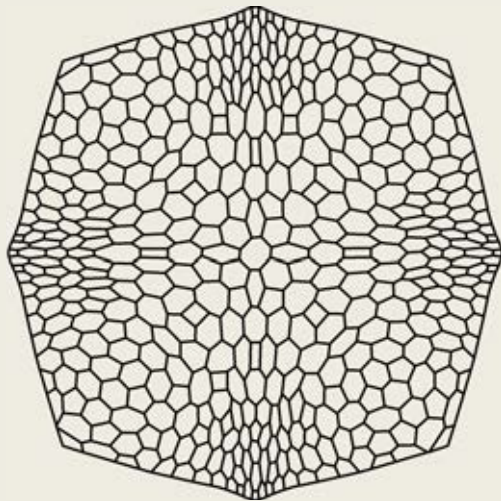
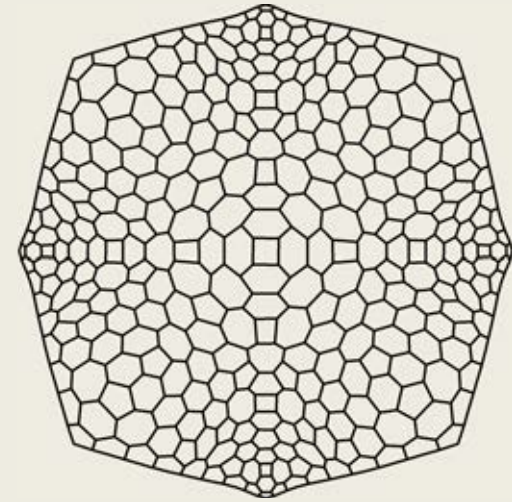
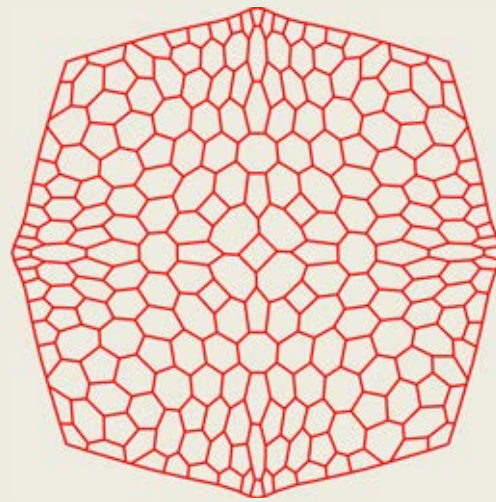
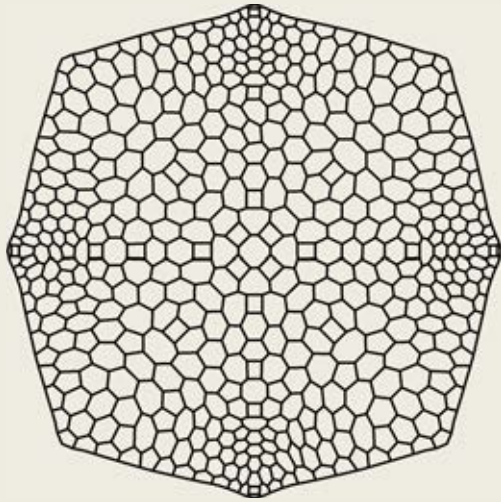
# CARATTERISTICHE

- NO PARAMETRICITÀ;
- MEDIE PRESTAZIONI;
- Il processo di progettazione NON è gestito in maniera integrata;
  
- SEMPLICITÀ D'USO;
- Software commerciale, COSTO BASSO.



# CASO STUDIO

*La realizzazione di un modello di grid-shell innovativa di forma complessa, mediante FEM+Rhinceros+Scripting.*



Scelta della  
geometria  
mediante *analisi*  
*FEM automatizzate*



```
Module EDGESandGRIDareaLOADanalysis
```

```
Sub DoIt (ByVal DisplNode As Integer, ByVal MaxDispNorm As Decimal,
         ByVal FileGWBPath As String, ByVal SecDiam As Integer)
```

```
Dim FileGWAPath As String = ""
```

```
IO.SaveGWA (FileGWBPath, FileGWAPath)
```

```
Dim arrFileText As New ArrayList
```

```
IO.ReadGWA (FileGWAPath, arrFileText)
```

```
'PREPARES ACTUAL GWA FILE for ANALYSIS
```

```
EmbedCommon.EmbedModelBasicProperties (arrFileText, SecDiam)
```

```
EmbedCommon.EmbedGridAreaLoad (arrFileText)
```

```
EmbedBeams.EmbedActualNodesRestrains (arrFileText)
```

```
'EMBEDS LS and LB analyses
```

```
EmbedBeams.EmbedLSBeamsAnal (arrFileText)
```

```
EmbedBeams.EmbedLBBeamsAnal (arrFileText)
```

```
IO.WriteGWA (arrFileText, FileGWAPath)
```

```
Analyze.AnalyseGWA (FileGWAPath)
```

```
End Sub
```

```
End Module
```

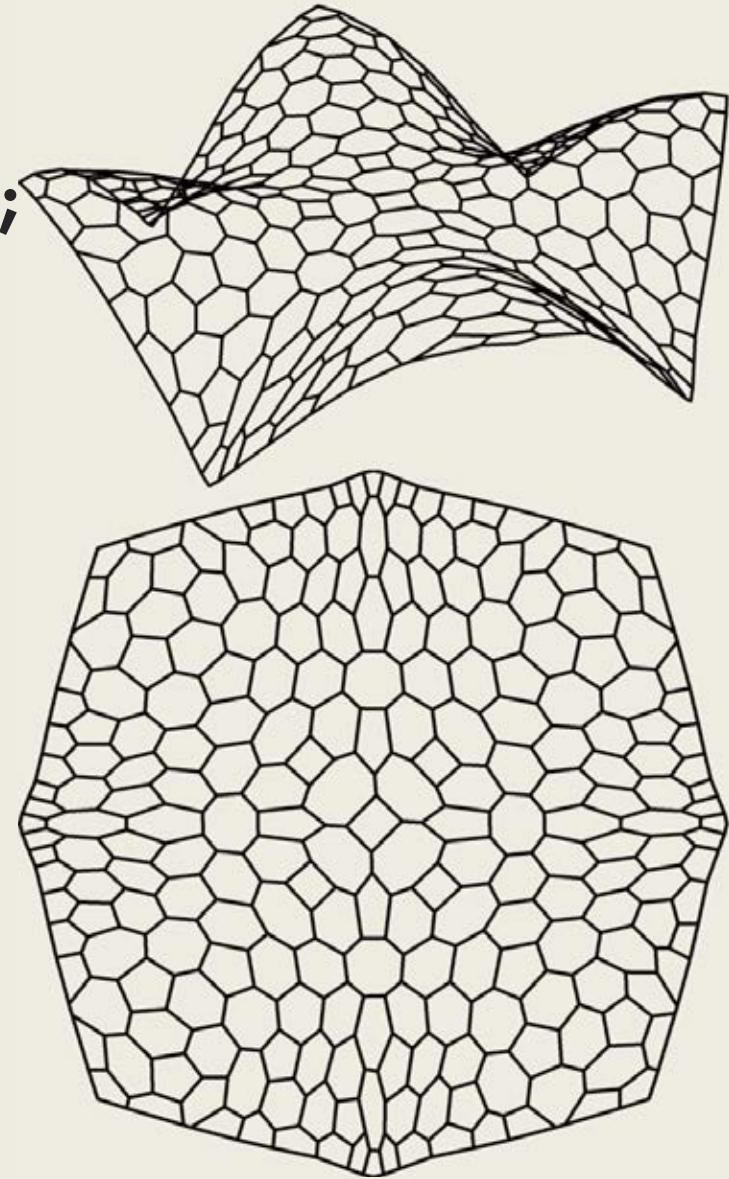
# FEM + API + IDE



**NODI** – 465 tutti diversi;  
**ASTE** – 697 di lung. diversa;  
**FACCE** – 231 tutte diverse.



E' necessaria una *gestione automatica* del processo di generazione della geometria:  
**CAD + SCRIPTING.**



# NODI

PipeCurves

AddCylinderOnIntersPoint

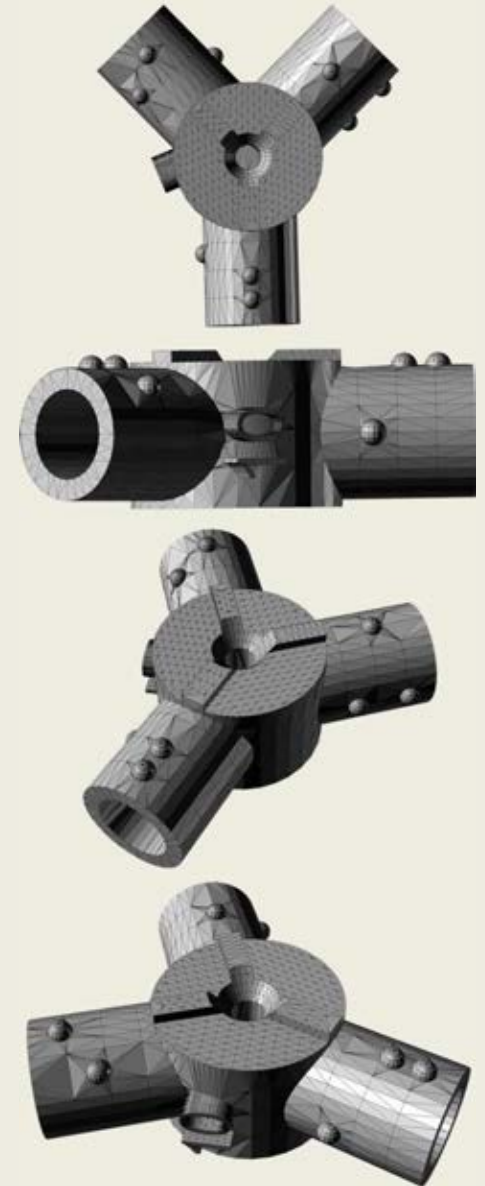
JointNumbering

SlotOnCylinder

AddEncodingToAllNodePipes

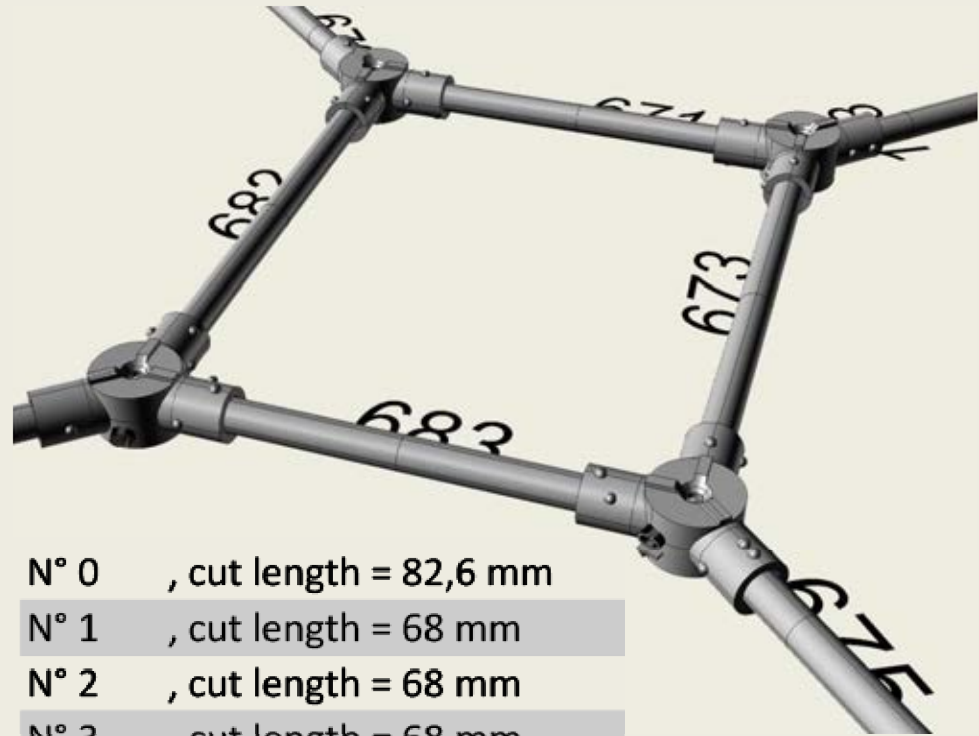
Export

Print with 3D printer



## ASTE

PipeAllCurves  
 NumberCurves  
 PrintAllCutLengths

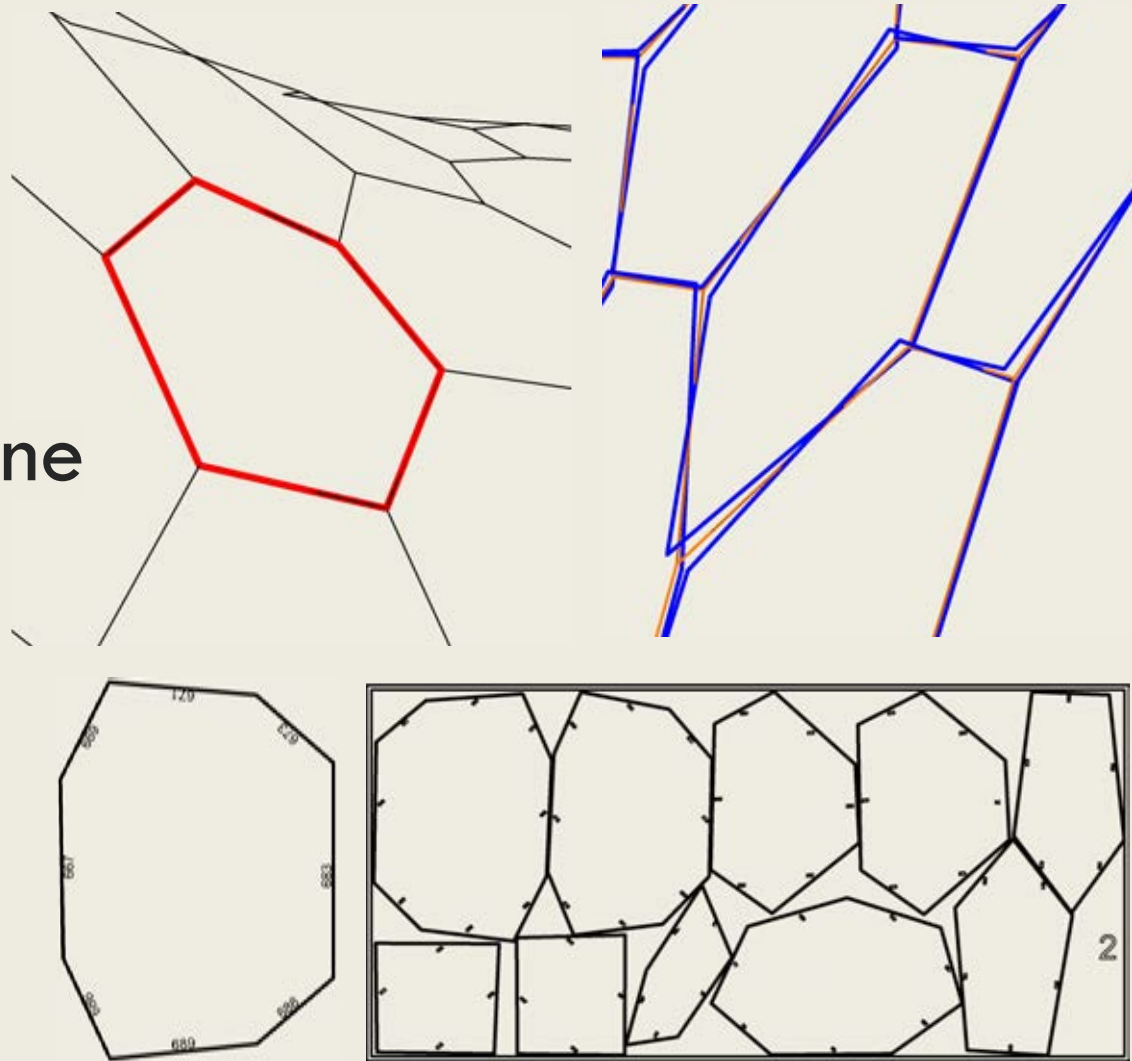


N° 0	, cut length = 82,6 mm
N° 1	, cut length = 68 mm
N° 2	, cut length = 68 mm
N° 3	, cut length = 68 mm
N° 4	, cut length = 68 mm
N° 5	, cut length = 82,5 mm
N° 6	, cut length = 68 mm
N° 7	, cut length = 68 mm
N° 8	, cut length = 111,7 mm
N° 9	, cut length = 133,1 mm
N° 10	, cut length = 152,9 mm



# FACCE

AddPolylineOnFace  
PlanarizePoly  
RotatePolyOnXYPlane  
NumberPolyEdges  
PackPolys  
LaserCutFaces

















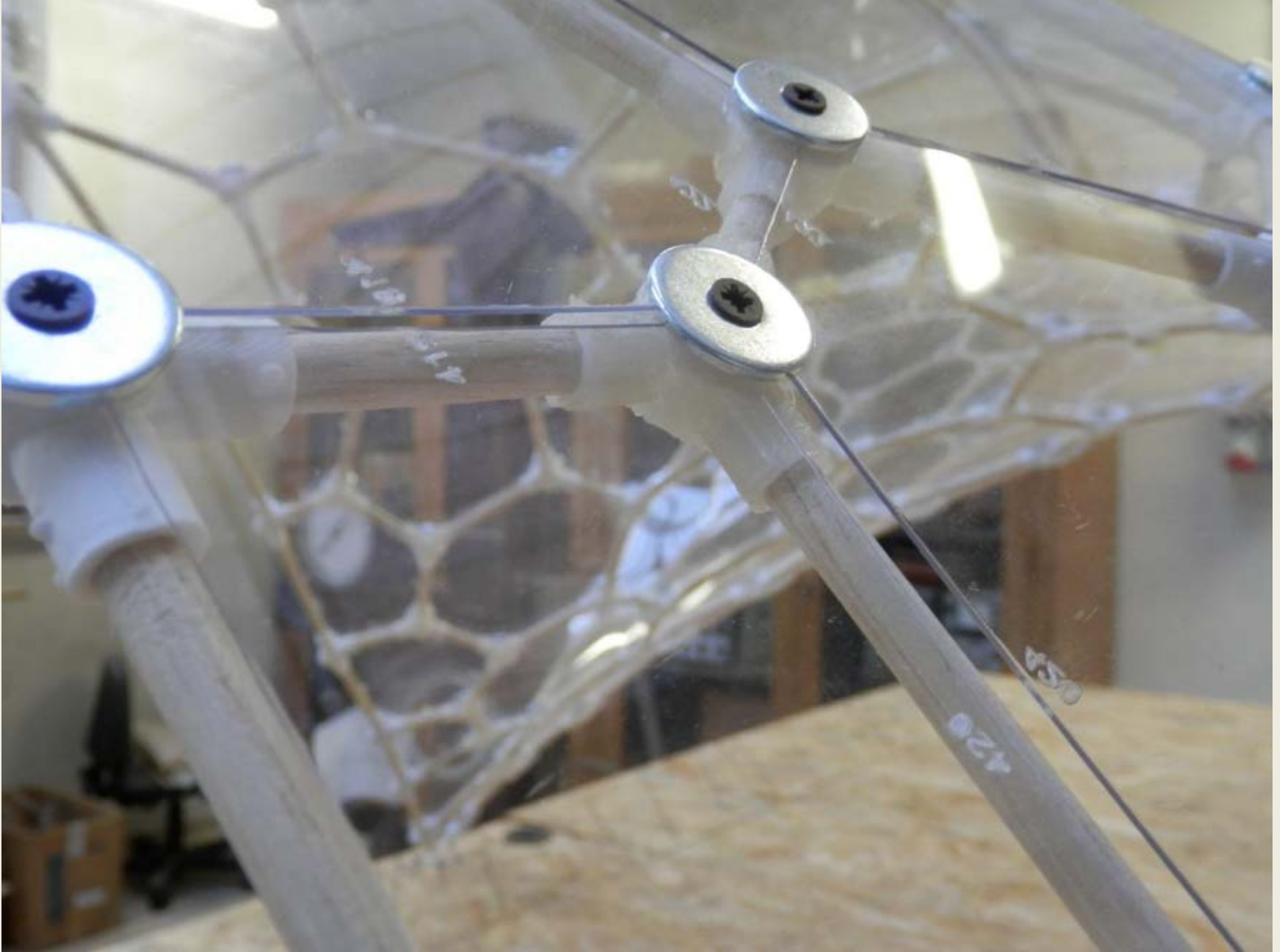
























# FABLAB PISA

## THE IDEAS FACTORY



Un RINGRAZIAMENTO  
sentito al *Fablab* ed in  
particolare a *Carmelo  
De Maria* per la  
Stampa di  $1/3$  dei  
nodi.



# GRAZIE PER L'ATTENZIONE

