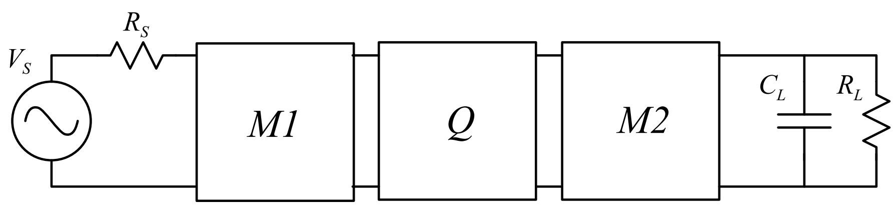
PROVA SCRITTA DI ELETTRONICA DELLE TELECOMUNICAZIONI I
13/02/2003

Esercizio A:



Q: 2N4957 (CE)
$f = 200\,\mathrm{MHz}$
$I_{CQ} = -1.5\,\mathrm{mA}$
$V_{CEQ} = -10\,\mathrm{V}$
$R_S = 50\,\Omega$
$R_L = 100\,\Omega$
$C_L = 10\,\mathrm{pF}$
$y_{ie} = 3 + j7\,\mathrm{mS}$
$y_{fe} = 50 - j20\,\mathrm{mS}$
$y_{oe} = 0.2 + j1.5\,\mathrm{mS}$
$y_{re} = -j0.5\,\mathrm{mS}$

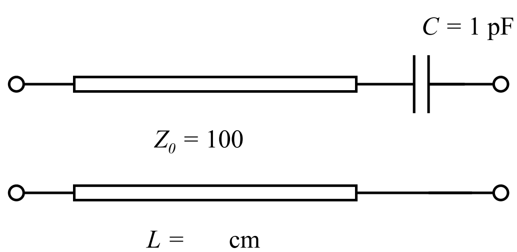
Sia dato lo schema di amplificatore in figura.

1. Si progettino le reti M1 ed M2 in modo che:
   a. La cifra di rumore dell'amplificatore sia minima;
   b. La stabilità sia garantita imponendo $k = 3$;

   e che, fissate **a.** e **b.**, il guadagno di trasduttore sia il massimo possibile.

2. Si calcolino il guadagno di potenza disponibile e la potenza di rumore sul carico per una banda di 1 MHz.

Esercizio B:



Si calcolino i parametri S_{11} ed S_{21} del quadripolo precedente alla frequenza di 1 GHz [$\varepsilon_r = \mu_r = 1$].

Soluzione dell'esercizio A:

1. Il 2N4957, alla frequenza di 200 MHz, è potenzialmente instabile (si può verificarlo calcolando il fattore di Linvill). Occorrerà dunque verificare che il fattore di Stern k sia maggiore di 1. La terminazione di ingresso andrà scelta in modo da minimizzare la cifra di rumore, il che è ottenuto quando l'impedenza vista dal quadripolo sul suo ingresso vale $R_{SV} = 250\,\Omega$, come si evince dalle caratteristiche (fig. 6). La cifra di rumore ottenuta è di 1.8 dB, cioè pari a circa 1.5.
Una volta nota la terminazione di ingresso, rimane da determinare quella di uscita, con il doppio vincolo di garantire $k = 3$ e di massimizzare il guadagno di trasduttore. Dall'espressione del fattore di Stern

$$k = \frac{2(g_i + g_{SV})(g_o + g_{LV})}{|y_f y_r| + \mathrm{Re}(y_f y_r)}$$

si può ricavare il valore di g_{LV}, dato che tutte le altre quantità sono note. Si ottiene quindi $g_{LV} = 3.43\,\mathrm{mS}$. Rimane da determinare b_{LV}. Dovendo però massimizzare G_T, occorrerà massimizzare la potenza sul carico (dato che la potenza disponibile in ingresso è fissata dalla terminazione di ingresso). Questo si ottiene ponendo $b_{LV} = -b_{out} = -2.57\,\mathrm{mS}$.[1]
In definitiva, le due reti di adattamento devono compiere le seguenti trasformazioni:

- rete M1 (da sx a dx): $50\,\Omega \Rightarrow 250\,\Omega$ (in salita)

$$Q_s = \sqrt{\frac{250}{50} - 1} = 2$$

$$C_s = \frac{1}{Q_s \omega R_s} = 7.96\,\mathrm{pF}, \quad C_p = \frac{Q_s^2}{1 + Q_s^2} = 6.37\,\mathrm{pF}$$

$$L_p = \frac{1}{\omega^2 C_p} = 99.5\,\mathrm{nH}$$

  La rete è quindi costituita da un condensatore C_s in serie al generatore di ingresso, e da un'induttanza L_p in parallelo.

- rete M2 (da dx a sx): $10 + 12.6j\,\mathrm{mS} \Rightarrow 3.43 - 2.57j\,\mathrm{mS}$
  $38.7 - 48.7j\,\Omega \Rightarrow 186.7 + 139.9j\,\Omega$ (in salita)

$$Q_s = \sqrt{\frac{\frac{1}{3.43 \cdot 10^{-3}}}{38.7} - 1} = 2.557, \quad C_s = \frac{1}{Q_s \omega R_s} = 8.04\,\mathrm{pF}$$

$$X_{C_s} = -98.9\,\Omega, \quad X_{C_s'} = -98.9 + 48.7 = 50.2\,\Omega, \quad C_s' = \frac{1}{\omega X_{C_s'}} = 15.85\,\mathrm{pF}$$

$$C_p = \frac{Q_s^2}{1 + Q_s^2} = 6.97\,\mathrm{pF}, \quad b_{C_p} = \omega C_p = 8.76\,\mathrm{mS}$$

[1] È facile rendersene conto considerando p. es. l'equivalente di Norton della terminazione di uscita:

$$P_L = \frac{g_{LV} V_{2M}^2}{2} = \frac{g_{LV} I_{Norton,M}^2}{2[(g_{out} + g_{LV})^2 + (b_{out} + b_{LV})^2]}$$

$$L_p = \frac{1}{\omega(b_{C_p} + 2.57 \cdot 10^{-3})} = 70.2\,\mathrm{nH}$$

La rete è quindi costituita da un condensatore C'_s in serie al generatore di ingresso, e da un'induttanza L_p in parallelo.

2. G_A può essere ricavato immediatamente dalla formula:

$$G_A = \frac{g_s |y_f|^2}{\mathrm{Re}[(y_i + y_s)(y_o y_s + y_i y_o - y_f y_r)^\star]} = 43.8$$

Infine, la potenza di rumore sul carico vale:

$$N_L = NF \cdot G_T \cdot kT \cdot B = 0.27\,\mathrm{pW}$$

Soluzione dell'esercizio B:

Si osserva subito che il tratto di linea, alla frequenza data, è lungo $\lambda/4$.

S_{11}. S_{11} è il coefficiente di riflessione (normalizzato a 50 Ω!) visto sulla porta di ingresso quando l'uscita è chiusa sull'impedenza di normalizzazione $Z_N = 50\,\Omega$. Per calcolarlo, troviamo l'impedenza vista alla porta di ingresso. Diciamo Z_A l'impedenza a monte del condensatore (verso destra), Z_C l'impedenza del condensatore:

$$Z_A = Z_N + Z_C = 50 - 159.2j\,\Omega, \quad Z_{in} = \frac{Z_0^2}{Z_A} = \frac{10000}{50 - 159.2j} = 18 + 57.2j\,\Omega$$

$$S_{11} = \frac{Z_{in} - Z_N}{Z_{in} + Z_N} = 0.74\angle 79^\circ$$

S_{21}. Si può procedere in questo modo: dalla definizione,

$$S_{21} = \left.\frac{V_2 - Z_N I_2}{V_1 + Z_N I_1}\right|_{a_2=0}$$

Se diciamo V'_2 la tensione all'uscita della linea, è immediato trovare:

$$V_2 = \frac{Z_N V'_2}{Z_N + Z_C}, \qquad S_{21} = \frac{V'_2}{V_1} \cdot \frac{\frac{Z_N}{Z_N + Z_C} - \frac{-Z_N}{Z_N + Z_C}}{1 + \frac{Z_N}{Z_{in}}} = 0.404\angle 105^\circ \cdot \frac{V'_2}{V_1}$$

Ma il rapporto tra le tensioni ai capi della linea è dato, nel caso in esame ($L = \lambda/4$), da

$$\frac{V'_2}{V_1} = \frac{V_2^+ + V_2^-}{jV_2^+ - jV_2^-} = -j\frac{1 + \Gamma'_2}{1 - \Gamma'_2}$$

dove Γ'_2 è il coefficiente di riflessione relativo all'impedenza Z_A (normalizzato a 100 Ω!). Sostituendo i valori numerici si trova infine:

$$S_{21} = 0.675\angle -57^\circ$$