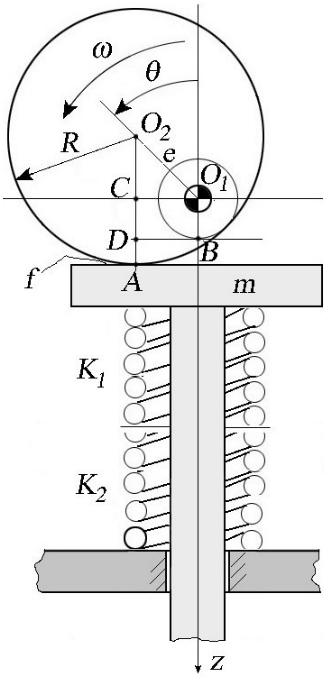
UNIVERSITÀ DI PISA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA
CIVILE E INDUSTRIALE

Pisa, 16 settembre 2016

ESAME DI MECCANICA – SOLO SECONDA PARTE

Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica

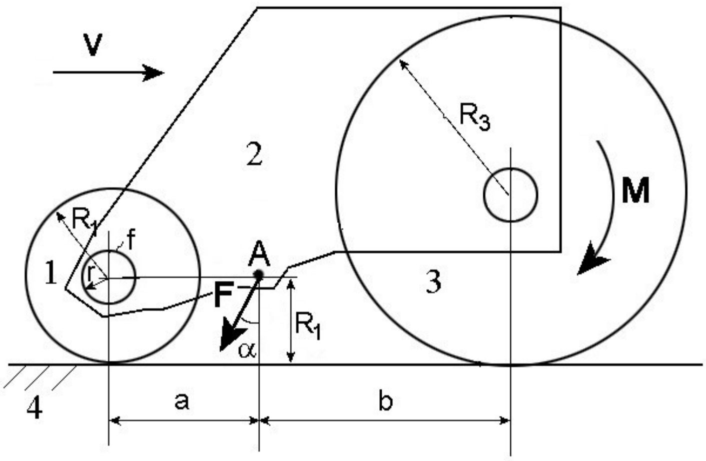
Esercizio 1



Una punteria a piattello di massa m si può muovere soltanto lungo la direzione verticale z sotto l'azione di una camma circolare di raggio R vincolata al telaio con una coppia rotoidale il cui asse, di traccia O_1 nel piano del disegno, dista e dal centro O_2 della camma. La punteria è vincolata al telaio tramite una coppia prismatica senza attrito. Sono presenti due molle in serie di costanti K_1 e K_2, precompresse in modo da equilibrare la forza peso della punteria quando il piattello si trova nella posizione più alta. Sapendo che la camma, di massa trascurabile, si muove con velocità di rotazione ω costante grazie all'applicazione di un momento motore M (trasmesso da 2 a 3), e conoscendo il coefficiente d'attrito f nell'accoppiamento fra camma e piattello, si ricavino in funzione dei dati del problema:

1. le leggi di spostamento, velocità ed accelerazione della punteria in funzione dell'angolo θ specificando l'origine scelta per l'asse z;
2. l'equazione di D'Alembert della punteria;
3. il campo di velocità di rotazione della camma affinché non si abbia mai distacco fra camma e piattello;
4. l'espressione del momento motore M (nel campo $0<\theta<180°$);
5. l'espressione del rendimento istantaneo del sistema ($0<\theta<180°$).

Esercizio 2



Il veicolo schematizzato in figura avanza nel verso indicato dalla freccia. La ruota 1, di raggio R_1, è trascinata, la 3, di raggio R_3, motrice. È nota la forza esterna $\boldsymbol{F}$ applicata nel punto A e formante un angolo α rispetto alla verticale. Sia f_v il coefficiente d'attrito di rotolamento fra le ruote ed il corpo 4 (il suolo), sia privo di attrito l'accoppiamento fra 2 e 3, mentre con attrito quello fra 1 e 2 (coppia rotoidale di raggio r con coefficiente d'attrito f) e sia f_a il coefficiente di aderenza fra le ruote ed il suolo.

1. Si ricavino graficamente le reazioni del suolo sul veicolo spiegando chiaramente i ragionamenti effettuati, particolarmente riguardo al circolo d'attrito e ai parametri d'attrito volvente.
2. Si indichino tutte le azioni agenti sulle ruote 1 e 3 (diagrammi di corpo libero).
3. Si risolvano i due punti precedenti nel caso in cui sia trascurabile l'attrito ovunque, ricavando anche le espressioni analitiche di tutte le forze e del momento motore M.
4. Si descrivano gli elementi fondamentali e le differenze fra attrito statico ed attrito cinetico. Si spieghi quindi quale condizione deve essere rispettata per non aver strisciamento nel contatto fra ruota e suolo, specificando con adeguate motivazioni quale delle due ruote si trova nella condizione più critica riguardo allo strisciamento.
5. Si riportino le formule per modulo e passo di una ruota dentata, nonché quelle di rapporto di trasmissione e interasse di un ingranaggio (quest'ultima in funzione di modulo e numero di denti).

1) Il punto più alto è raggiunto per $\theta = 0$

Quindi quando il contatto avviene nel punto B.

Scegliendo B come origine di z, si ha:

$$OA = z = R - e\cos\theta - (R-e) = e(1-\cos\theta)$$

$$\dot{z} = e\omega \sin\theta$$

$$\ddot{z} = e\omega^2 \cos\theta$$

2) $$-m\ddot{z} - Kz + N = 0$$

con $K = \left(\dfrac{1}{K_1} + \dfrac{1}{K_2}\right)^{-1}$ essendo le 2 molle in serie

ossia: $$m e \omega^2 \cos\theta + \frac{K_1 K_2}{K_1+K_2} e(1-\cos\theta) - N = 0$$

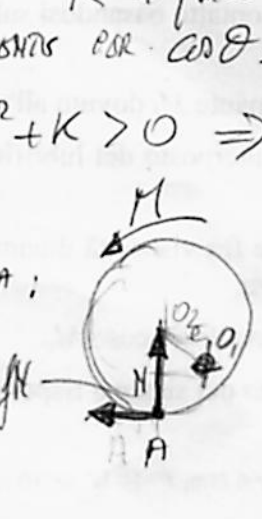
3) Si ha distacco quando $N<0$, ovvero per non averlo deve essere sempre $N>0$; quindi essendo

$$N = e\left[K + (m\omega^2 - K)\cos\theta\right]$$

deve essere $K + (m\omega^2 - K)\cos\theta > 0$ sempre; la condizione peggiore è evidentemente per $\cos\theta = -1$ se $m\omega^2 - K > 0$, ovvero $\omega > \sqrt{K/m}$, quindi

$$\Rightarrow K - m\omega^2 + K > 0 \Rightarrow \omega < \sqrt{\frac{2K}{m}} \Rightarrow \omega < \sqrt{\frac{2K_1K_2}{m(K_1+K_2)}} \quad (*) \rightarrow$$

4) sulla camma:



$$\curvearrowleft_{O_2}: \; M - N e\sin\theta - fN(R - e\cos\theta) = 0$$

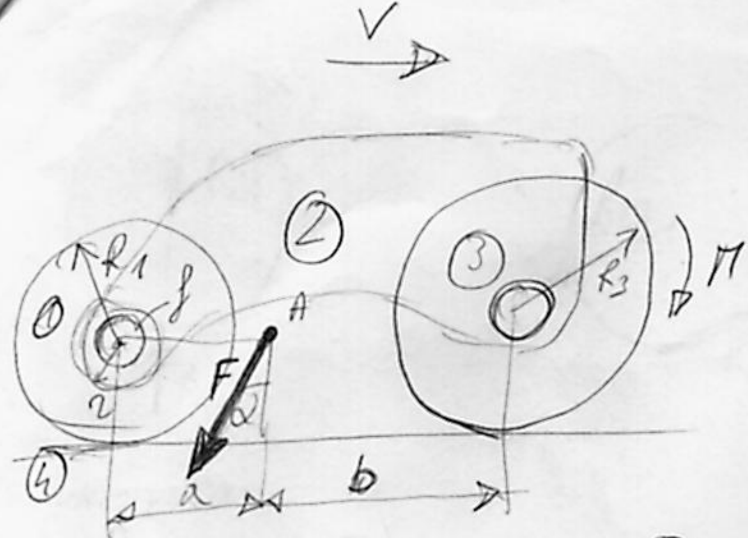
$$M = e\left[\frac{K_1K_2}{K_1+K_2} + \left(m\omega^2 - \frac{K_1K_2}{K_1+K_2}\right)\cos\theta\right]\cdot\left[e\sin\theta + f(R - e\cos\theta)\right]$$

5) $M_0 = \ell\left[\frac{k_1 k_2}{k_1+k_2} + \left(m\omega^2 - \frac{k_1 k_2}{k_1+k_2}\right)\cos\theta\right]\ell\sin\theta$

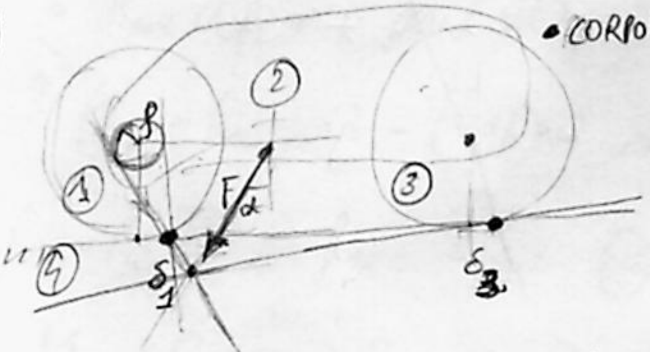
$$\eta = \frac{M_0}{M} = \frac{\ell\sin\theta}{\ell\sin\theta + f\left(R-\ell\cos\theta\right)} = \frac{1}{1+f\left(\frac{R-\ell\cos\theta}{\ell\sin\theta}\right)} = \frac{1}{1+f\left(\frac{R}{\ell\sin\theta}-\mathrm{ctg}\,\theta\right)}$$

(*) se $m\omega^2 - K < 0$, ovvero $\omega < \sqrt{\frac{K}{m}}$, CONDIZ. PEGGIORE PER $\cos\theta = 1$

$\Rightarrow \cancel{K} + m\omega^2 - \cancel{K} > 0$ SEMPRE VERIFICATO



1)



• CORPO 1 CON SOLO 2 FORZE APPLICATE ⇒ STESSA RETTA DI APPLICAZIONE

• VEICOLO IN EQUILIBRIO SOTTO L'AZIONE DI F, R_{41} e R_{43}, LE CUI RETTE D'APPLICAZIONE DEVONO PASSARE PER UNO STESSO PUNTO (M TRASMESSO DA 2 A 3).

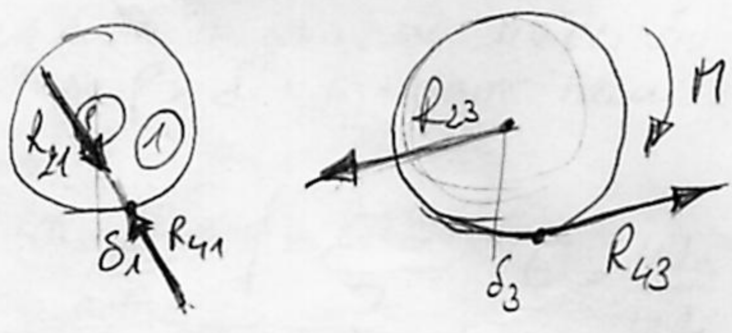
• ATTRITO VOLVENTE: PUNTO D'APPLICAZIONE delle R_{41} e R_{43} SPOSTATI DI PARAMETRO D'ATTRITO VOLVENTE δ IN AVANTI RISPETTO A PUNTO TEORICO DI CONTATTO.

È: $\delta_1 = R_1 f_v$, $\delta_3 = R_3 f_v$

• ATTRITO RADENTE: FORZA TANGENTE AL CERCHIO D'ATTRITO DI RAGGIO $\rho = r f$ IN MODO DA PRODURRE MOMENTO OPPOSTO AL MOTO

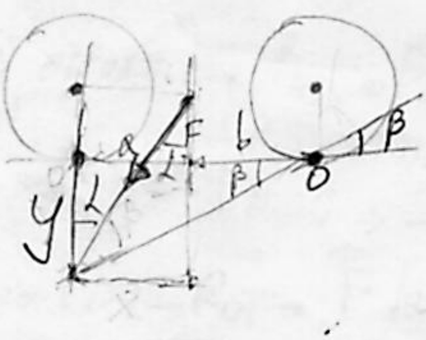
R_{21} (OPPOSTA A R_{41}) TANGENTE A SINISTRA.

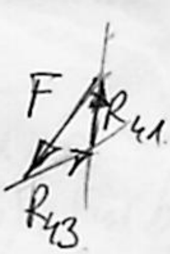
2)



$R_{43} = R_{23}$

3)

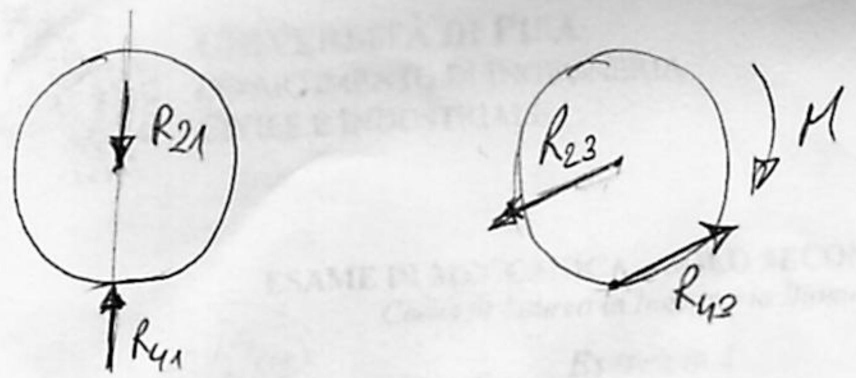




$$(R_1 + y)\,tg\,\alpha = a \Rightarrow y = a\,ctg\,\alpha - R_1$$

$$y = (a+b)\,tg\,\beta \Rightarrow$$

$$tg\,\beta = \frac{a\,ctg\,\alpha - R_1}{a+b}$$



EQUILIBRIO VEICOLO:

$\rightarrow \quad R_{43}\cos\beta - F\sin\alpha = 0 \Rightarrow R_{43} = \frac{F\sin\alpha}{\cos\beta}$

$\uparrow \quad R_{41} + R_{43}\sin\beta - F\cos\alpha = 0 \Rightarrow R_{41} = F\cos\alpha - \frac{F\sin\alpha}{\cos\beta}\sin\beta = F\left[\cos\alpha - \sin\alpha\, tg\beta\right] =$

$R_{21} = R_{41} \qquad R_{23} = R_{43} \qquad (*) \quad = F\left[\cos\alpha - \sin\alpha\frac{a\,tg\alpha - R_1}{a+b}\right] = F\frac{b\cos\alpha + R_1\sin\alpha}{a+b}$

$M = R_{43}\cos\beta\, R_3 = R_3\frac{F\sin\alpha}{\cos\beta}\cos\beta = R_3 F\sin\alpha$

4) V, T, N ATTRITO DINAMICO $T = fN$ $\qquad$ T, N $\quad T \le f_a N$

PER NON AVERE STRISCIAMENTO, DEVE ESSERE ANGOLO FORMATO DA FORZA SCAMBIATA E NORMALE AL CONTATTO MINORE DELL'ANGOLO DI ADERENZA.
LA RUOTA IN CONDIZIONI PIU CRITICHE È QUELLA MOTRICE, ESSENDO ρ e δ NORMALMENTE PICCOLI.

5) $m = \frac{2R}{z} \quad p = \frac{2\pi R}{z} \quad \tau = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{z_1}{z_2} \quad i = \frac{m(z_1+z_2)}{2}$

$(*)$ OPPURE:

$$\begin{cases} R_{43x} = F\sin\alpha \\ R_{43y} + R_{41} - F\cos\alpha = 0 \\ M_O \circlearrowleft \Rightarrow -R_{41}(a+b) + F\cos\alpha\, b + F\sin\alpha\, R_1 = 0 \Rightarrow R_{41} = F\frac{b\cos\alpha + R_1\sin\alpha}{a+b} \end{cases}$$

$R_{43y} = F\cos\alpha - R_{41} = F\left[\frac{a\cos\alpha + b\cos\alpha - b\cos\alpha - R_1\sin\alpha}{a+b}\right] = F\frac{a\cos\alpha - R_1\sin\alpha}{a+b}$

$R_{43} = \sqrt{R_{43x}^2 + R_{43y}^2} = F\sqrt{a^2 + b\sin^2\alpha(b+2a) + R_1\sin\alpha(R_1\sin\alpha - 2a\cos\alpha)}\,/(a+b)$