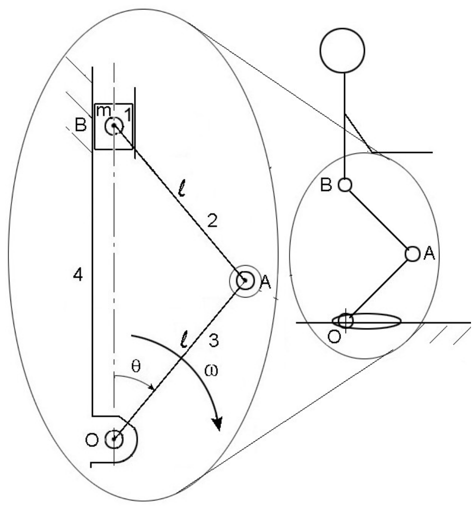
UNIVERSITÀ DI PISA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA
CIVILE E INDUSTRIALE

Pisa, 22 luglio 2014

ESAME DI MECCANICA – SOLO SECONDA PARTE
Corsi di Laurea in Ingegneria Biomedica e Nucleare e della Sicurezza e Protezione

Esercizio 1



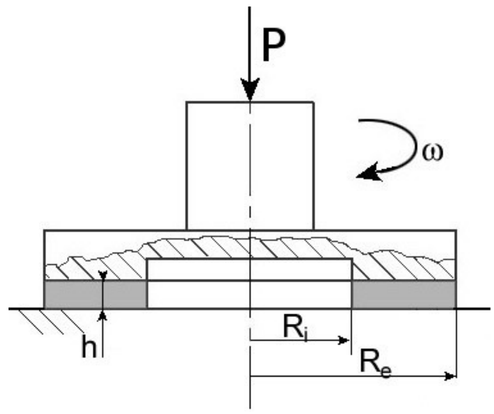
Una persona sta facendo dei piegamenti sulle ginocchia spostandosi verticalmente verso il basso. Si supponga di poter usare la schematizzazione, mostrata in figura, di un manovellismo con biella e manovella di uguale lunghezza ℓ con tutta la massa del corpo m supposta concentrata in B e velocità angolare della manovella $\boldsymbol{\omega} = \dot{\boldsymbol{\theta}}$ (oraria), mantenuta costante grazie ad un momento M (incognito) applicato al corpo 3. Si trascurino tutti gli attriti.

Per valori di θ compresi fra 0 e $\pi/2$:

1) si determinino le espressioni esatte di spostamento, velocità ed accelerazione del punto B;
2) si rappresentino graficamente tutte le forze e i momenti agenti sui corpi 1, 2, 3 (DCL) e sul telaio 4 (condizioni di equilibrio dinamico);
3) si ricavino le espressioni analitiche delle azioni (forze e momenti) del punto precedente;
4) si ricavino i valori numerici delle azioni del punto precedente per $\theta=\pi/6$ e ω=1 rad/s;
5) si ricavino l'espressione ed il valore numerico della velocità angolare che rende minimo il modulo del momento M per $\theta=\pi/6$ ed il relativo valore minimo.

Dati: ℓ=50 cm, m=80 kg

Esercizio 2



Un corpo cilindrico di raggio R_e con una cavità centrale di raggio R_i è mantenuto in rotazione attorno al suo asse, rispetto a cui ha momento d'inerzia J, mentre è premuto contro una parete rigida con una forza P nota diretta lungo l'asse. Sia f il coefficiente di attrito fra il corpo e la parete. Il corpo si usura di uno spessore h in corrispondenza di una rotazione θ.

1) Si ricavi l'espressione della distribuzione di pressione nella zona di contatto fra corpo e parete sfruttando l'ipotesi di Reye.

2) Si ricavi l'espressione del momento frenante M_f agente sul corpo dovuto al contatto col piano.

3) Supponendo che il corpo sia lasciato libero di ruotare sotto la sola azione di M_f partendo con velocità angolare ω_0, si ricavino l'espressione della velocità angolare ω e del tempo t_a necessario affinché il corpo si fermi.

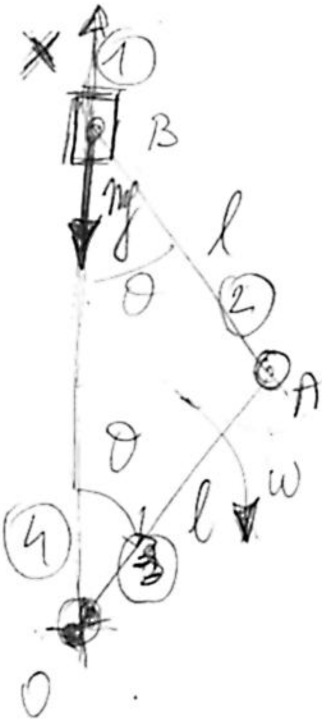
4) Supponendo che sul corpo agiscano anche un momente resistente utile M_r noto ed un momento motore M_m tale da mantenere la velocità angolare costante, si ricavi l'espressione del rendimento del sistema.

5) Si ricavino i valori numerici del momento frenante M_f, del tempo di arresto t_a e del rendimento del sistema.

R_i = 8 cm, R_e = 16 cm, f = 0.5, M_r = 12 Nm, P = 100 N, J = 5 kg m^2, ω_0=12 rad/s

SIST. RIFERIMENTO CON ORIGINE IN O

①

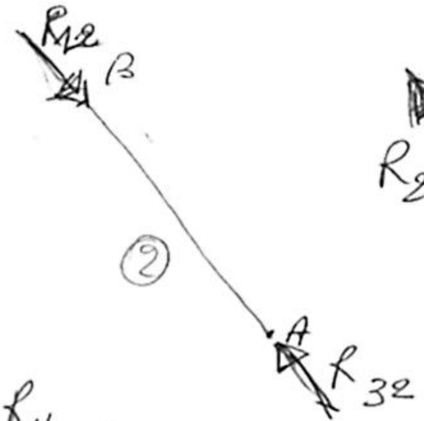


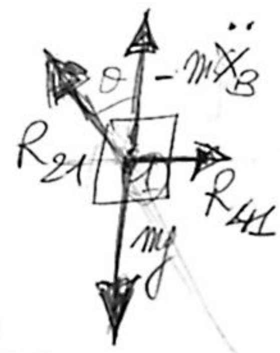
1) $x_B = 2l\cos\theta$

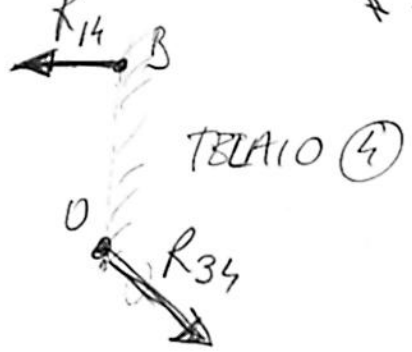
$\dot{x}_B = -2l\omega\sin\theta$

$\ddot{x}_B = -2l\omega^2\cos\theta$

2)







3) ① $\rightarrow$ $-R_{21}\sin\theta + R_{41} = 0$

$\uparrow$ $2lm\omega^2\cos\theta - mg + R_{21}\cos\theta = 0 \Rightarrow \boxed{R_{21} = \frac{m(g - 2l\omega^2\cos\theta)}{\cos\theta}}$

dalla 1ª eq.: $\boxed{R_{41} = m(g - 2l\omega^2\cos\theta)\tan\theta}$

az. e reaz.: $R_{12} = R_{21}$ ② $R_{32} = R_{12}$ az. e reaz. $R_{23} = R_{32}$

③ $R_{43} = R_{23}$ O) $M - R_{23}\, l \sin 2\theta = 0$

$$\boxed{M = \frac{m(g - 2l\omega^2\cos\theta)}{\cos\theta}\, l \sin 2\theta = 2ml(g - 2l\omega^2\cos\theta)\sin\theta}$$

az. e reaz. $R_{14} = R_{41}$ e $R_{34} = R_{43}$

4) $R_{21} = \dfrac{80\left(9.81 - \cancel{2}\cdot 0.5\cdot 1\cdot \frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}}\right)}{\sqrt{3}/2} = \dfrac{160(9.81 - 0.5\sqrt{3})}{\sqrt{3}} = 826.2\ N$ ②

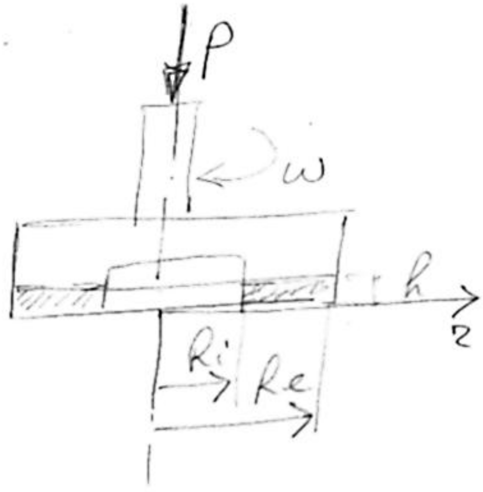
$R_{41} = 80\,(9.81 - 0.5\sqrt{3})\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{3} = 413{,}1\ N$

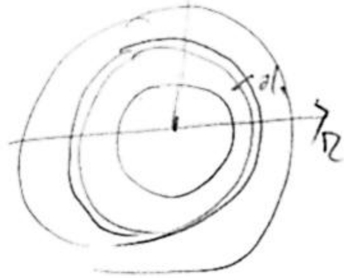
$M = \cancel{2}\cdot 80\cdot 0.5\,(9.81 - 0.5\sqrt{3})\dfrac{1}{\cancel{2}} = 357{,}8\ Nm$

5) IL VALORE MINIMO DEL MODULO È EVIDENTEMENTE ZERO

$g - 2l\omega^2\cos\theta = 0 \Rightarrow \omega = \sqrt{\dfrac{g}{2l\cos\theta}} = \sqrt{\dfrac{g}{2l\frac{\sqrt{3}}{2}}} = 3.37\ rad/s$

$M = 0$





$\mathcal{L}_p \equiv V$ Hp Royo

1) $f p\, 2\pi r\, dr\, r\, \Theta = 2\pi r\, dr\, h \Rightarrow p r = c$

$\int_{R_i}^{R_e} 2\pi r\, dr\, p = P \qquad c\, 2\pi (R_e - R_i) = P \Rightarrow C = \frac{P}{2\pi (R_e - R_i)}$

$$\boxed{p = \frac{P}{2\pi (R_e - R_i)\, r}}$$

2) $\boxed{M_f = \int_{R_i}^{R_e} 2\pi r\, dr\, f p\, r = f P \frac{R_e + R_i}{2}}$

3) $-J\dot{\omega} - M_f = 0 \qquad \dot{\omega} = -\frac{M_f}{J} \qquad \omega = -\frac{M_f}{J} t + C$

$\omega(0) = \omega_0 \Rightarrow C = \omega_0$

$\omega = 0 \Rightarrow \boxed{t_a = \frac{J\omega_0}{M_f} = \frac{2J\omega_0}{fP(R_e + R_i)}}$

$$\boxed{\omega = -fP\frac{(R_e + R_i)}{2J} t + \omega_0}$$

4) $M_m - M_r - M_f = 0 \Rightarrow M_m = M_r + M_f$

$$\eta = \frac{M_{r0}}{M_m} = \frac{M_r}{M_r + M_f} = \frac{M_r}{M_r + fP\frac{(R_e + R_i)}{2}}$$

5) $M_f = \frac{0.5 \cdot 100 \cdot (8 + 16) 10^{-2}}{2} = \frac{24}{4} = 6$ Nm.

$t_{arr} = \frac{5 \cdot 12}{6} = 10$ s

$\eta = \frac{12}{12 + 6} = \frac{2}{3} = 0.67$