UNIVERSITÀ DI PISA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA MECCANICA, NUCLEARE E DELLA PRODUZIONE

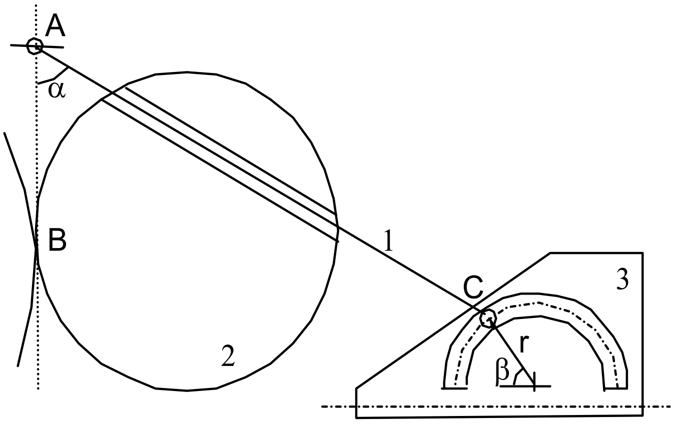
17 luglio 2007

ESAME DI MECCANICA – SOLO PRIMA PARTE (A.A. 2006-2007)

Esercizio cinematica

È dato il sistema in figura, dove l'asta 1 è vincolata al telaio con una coppia rotoidale in A ed al disco 2 con una coppia prismatica. L'estremo C dell'asta può muoversi in una asola circolare ricavata nel corpo 3, che è collegato al telaio con una coppia prismatica. Si determini il tipo di rotolamento in B affinché il sistema abbia 1 gdl.
Considerando noto il moto dell'asta 1:

1) si determinino, per via grafica ed analitica <u>in forma letterale</u>, la velocità angolare del disco e la velocità di B; (ω_1 antioraria)
2) si determinino, per via grafica ed analitica <u>in forma letterale</u>, la velocità del corpo 3 e la velocità relativa di C rispetto a 3;
3) si calcolino i valori numerici per le risposte 1 e 2
4) si determini (letterale e numerica) la velocità relativa di B rispetto ad 1 e rispetto a 3.
5) Si individuino i centri delle velocità assoluti e relativi dei corpi
6) Si imposti la soluzione del problema delle accelerazioni

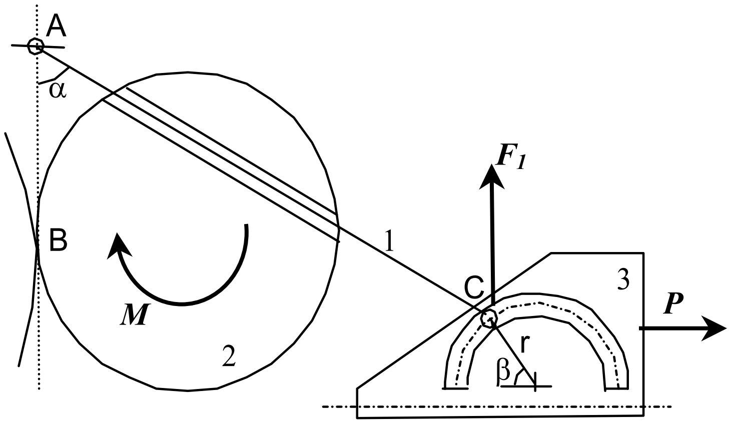


Dati: AB=10√3 mm, AC=20√2 mm, $\alpha=\pi/3$, $\beta=\pi/4$, r=4 mm, raggio disco= 8 mm, raggio telaio=50 mm; ω_1=0.1 rad/s antioraria.

Esercizio statica

Si faccia ancora riferimento allo schema precedente, nella stessa configurazione e si consideri trascurabile l'attrito in B.

1) Si determini, mediante il principio di sovrapposizione degli effetti, il valore della forza P da applicare al blocco 3 per l'equilibrio del sistema, prima in forma letterale poi numerica, utilizzando solo le equazioni strettamente necessarie;
2) determinare le reazioni vincolari e i diagrammi di corpo libero dei singoli casi e finali.



3) Si indichi graficamente la soluzione quando l'attrito in B non è trascurabile, ma corrisponde ad un angolo $\phi=\pi/20$.

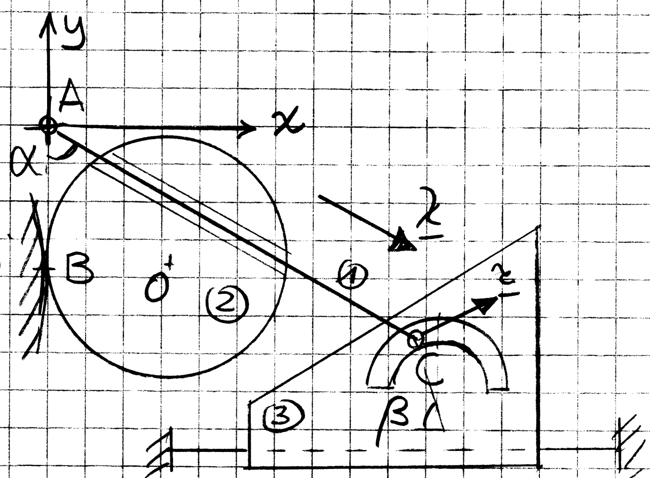
Dati: F_1 =30 N, mm; M=280√2 Nmm.

Esercizio continui

Si definisca uno stato piano di tensione. Si faccia un esempio numerico (assegnando dati da soli) che introduca il tensore degli sforzi, lo rappresenti graficamente su un quadrato e come circolo di Mohr, chiarisca il significato dei vari elementi. Se ne determinino i valori principali.

TRACCIA SOLUZIONE 17/7/07

ESERCIZIO CINEMATICA



- DETERMINAZIONE ROTOLAMENTO IN $\underline{B}$

3 CORPI × 3 = 9 IN ASS. VINCOLI

1 COPPIA ROT (A) ⇒ 2
1 COPPIA PRISM (1-2) ⇒ 2
1 " " (3 TELAIO) → 2
1 CARRELLO (C) → 1
1 ROTOL. B → x

$$9-(7+x)=1 \text{ gdl}$$

$$x=1 \Rightarrow \boxed{RCS}$$

1)

$$\underline{v}_{P\in①} = \underline{\omega}_1 \wedge \overrightarrow{AP} \qquad \underline{v}_{Q\in②} = \underline{v}_B + \underline{\omega}_2 \wedge \overrightarrow{BQ} \qquad (\text{PER RCS } \underline{v}_B = c\,\underline{j})$$

$\Sigma_{①}$

$$\underline{\omega}_2 = \underline{\omega}^{(tr)} + \underline{\omega}^{(rel)} = \underline{\omega}_1 \qquad (\underline{\omega}^{(rel)} = \underline{0})$$

$$\underline{v}_{B②} = \underline{v}_B^{(tr)} + \underline{v}_B^{(rel)} = \underline{\omega}_1 \wedge \overrightarrow{AB} + d\,\underline{\lambda}$$

EQ. RISOLUTIVA $\quad c\,\underline{j} = \underline{\omega}_1 \wedge \overrightarrow{AB} + d\,\underline{\lambda} \quad$ INC. (c, d)

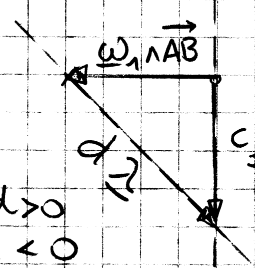
PONENDO $\underline{\omega}_1 \equiv (0, 0, \omega_1) \qquad \underline{\lambda}(\sin\alpha, -\cos\alpha, 0)$

SI OTTIENE

$$c = +\frac{\overline{AB}\,\omega_1}{\sin\alpha}\cos\alpha \qquad d = -\frac{\overline{AB}\,\omega_1}{\sin\alpha}$$

3a) 2004-05: $(\omega_1 = -0.2)$

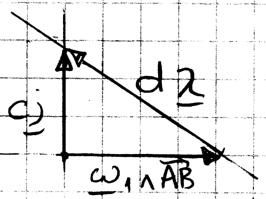
$$\begin{cases} c = -3.2\sqrt{2} \text{ mm/s} = -4.525 \text{ mm/s} \\ d = 6.4 \text{ mm/s} \end{cases}$$



$d>0$
$c<0$

2006-07:

$$\begin{cases} c = 1 \text{ mm/s} \\ d = -2 \text{ mm/s} \end{cases}$$



$c>0$
$d<0$

2) $\underline{v}_{R\in③} = e\,\underline{i}$

$\Sigma_{③} \quad \underline{v}_{C\in①} = \underline{v}_C^{(tr)} + \underline{v}_C^{(rel)} = e\,\underline{i} + f\,\underline{\tau}$ ($\underline{\tau}$ TANGENTE ASOLA IN C)

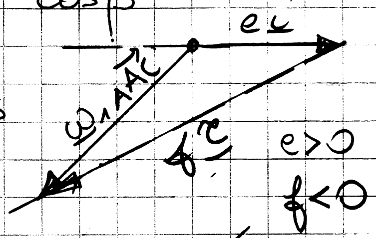
EQ. RISOLUTIVA $\quad \underline{\omega}_1 \wedge \overrightarrow{AC} = e\,\underline{i} + f\,\underline{\tau} \quad$ INC: (e, f)

PONENDO $\underline{\tau}\,(\sin\beta, \cos\beta, 0)$ SI OTTENGONO

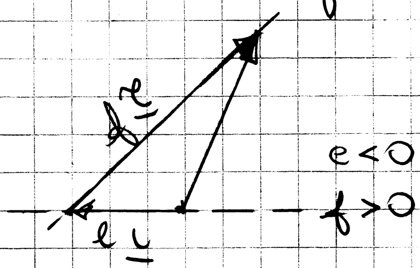
$$e = \omega_1\,\overline{AC}\,(\cos\alpha - \sin\alpha\,\mathrm{tg}\beta) \qquad f = \frac{\omega_1\,\overline{AC}\,\sin\alpha}{\cos\beta}$$

3b)

2004-05 $\begin{cases} e = 6\sqrt{2} - 2\sqrt{6} = 3.586 \text{ mm/s} \\ f = -4\sqrt{6} = -9.79 \text{ mm/s} \end{cases}$



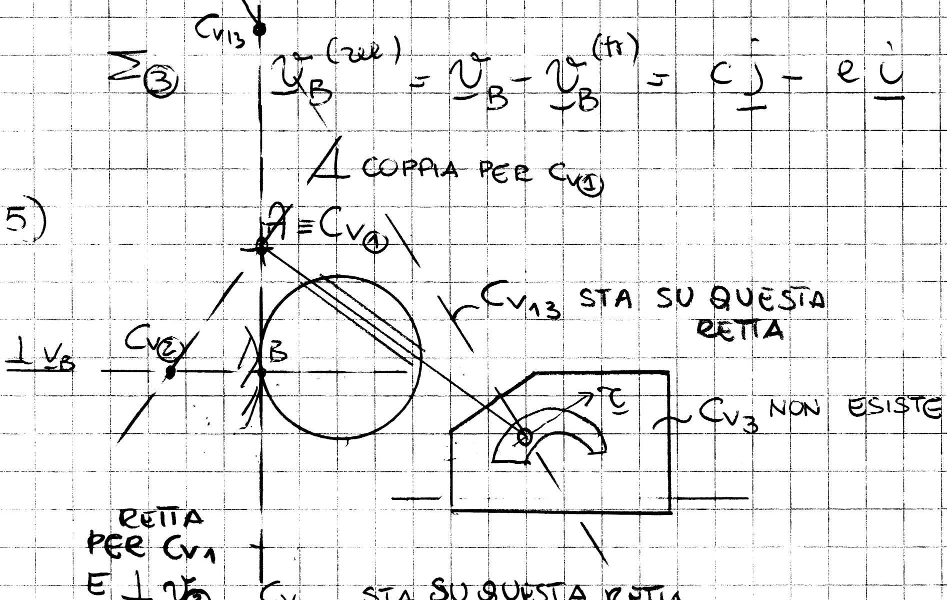
2006-07 $\begin{cases} e = \sqrt{3} - \sqrt{6} = -1.03 \text{ mm/s} \\ f = 2\sqrt{3} = 3.464 \text{ mm/s} \end{cases}$



4) $\Sigma_{①} \quad \underline{v}_B^{(rel)} = d\,\underline{\lambda}$ (DA PUNTO 1) (NUMERICI NON RIPORT. MA DA ③ IMMEDIATI)

$\Sigma_{③} \quad \underline{v}_B^{(rel)} = \underline{v}_B - \underline{v}_B^{(tr)} = c\,\underline{j} - e\,\underline{i}$

5)



C_{v12} ∄ MOTO REL. TRASLATORIO

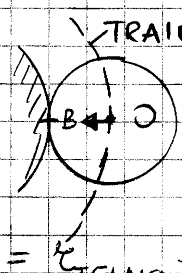
OSS. C_{v13} DI DIFFICILE DETERMINAZIONE (GLI ALTRI NO)

6) $\underline{a}_{P\in 1} = \dot{\underline{\omega}}_1 \wedge \overrightarrow{AP} - \omega_1^2\,\overrightarrow{AP}$

$\underline{a}_{Q\in②} = \underline{a}_O + \dot{\underline{\omega}}_2 \wedge \overrightarrow{OQ} - \omega_2^2\,\overrightarrow{OQ}$ (OSS. $\underline{a}_B$ INDETERMINATA)

$\underline{a}_{R\in③} = \dot{e}\,\underline{i}$

$\underline{a}_O = \ddot{g}\,\underline{j} + \frac{\dot{g}^2}{\rho}(-\underline{i})$



DA FORMULE PER TRAIETTORIA CURVILINEA $\ddot{s}\,\underline{t} + \frac{\dot{s}^2}{r}\,\underline{n}$

$\rho = r_{TELAIO} + r_{DISCO}$

DOVE $\underline{v}_O = \dot{g}\,\underline{j} = c\,\underline{j} + \underline{\omega}_2 \wedge \vec{BO}$

Σ_1 $\underline{a}_{O_2} = \underline{a}_O^{(tr)} + \underline{a}^{(rel)} + \underline{a}^{(cor)}$ DA CUI

$V_O^{(rel)} = V_B^{(rel)}$

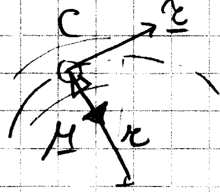
EQ. RISOLUTIVA $\ddot{g}\,\underline{j} + \frac{\dot{g}^2}{\rho}(-\underline{i}) = \underbrace{\dot{\underline{\omega}}_1 \wedge \vec{AO} - \omega_1^2 \vec{AO}}_{tr} + \underbrace{\ddot{d}\,\underline{\lambda}}_{rel} + \underbrace{2\underline{\omega}_1 \wedge \dot{d}\,\underline{\lambda}}_{cor}$

INC $(\ddot{g}, \ddot{d})$

INOLTRE Σ_1 $\dot{\underline{\omega}}_1 = \dot{\underline{\omega}}_2$

Σ_3 $\underline{a}_{C_1} = \underline{a}_C^{(tr)} + \underline{a}_C^{(rel)} + \underline{a}_C^{(cor)} = \underline{0}$ DA CUI

$\dot{\underline{\omega}}_1 \wedge \vec{AC} - \omega_1^2 \vec{AC} = \underbrace{\ddot{e}\,\underline{i}}_{tr} + \underbrace{\ddot{f}\,\underline{t} + \frac{\dot{f}^2}{r}\,\underline{\mu}}_{rel}$

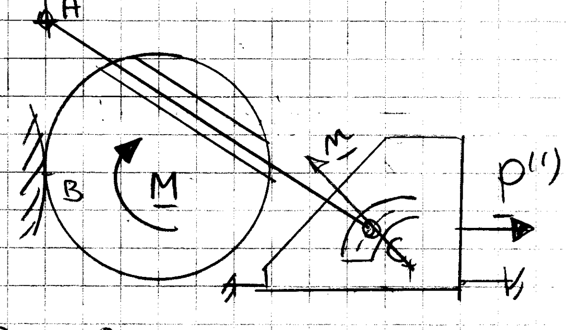


INC: $(\ddot{e}, \ddot{f})$

TRAIETTORIA RELATIVA DI C CURVILINEA

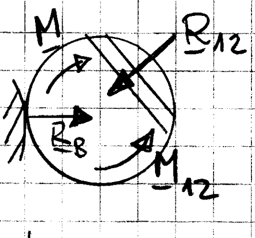
ESERCIZIO DI STATICA

1) DETERMINAZIONE DI $\underline{P}$



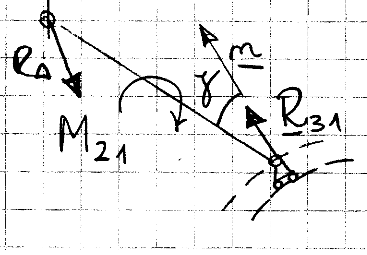
• SOTTOSIST $\underline{M} + \underline{P}^{(1)}$

EQUILIBRIO DISCO



$\underline{R}_B + \underline{R}_{12} = \underline{0} \rightarrow \underline{R}_B = \underline{R}_{12} = \underline{0}$ NON ESSENDO PARALLELE

$M_{12} = M$

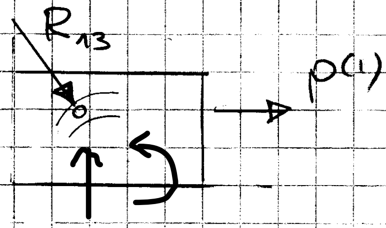


EQUILIBRIO ASTA (CON PERNO C)

CARRELLO IN C DÀ REAZIONE $/\!/ \underline{n}$ $(\perp \underline{t})$

Ⓐ $R_{31}\,\overline{AC}\,\sin\gamma = M_{21} = M$ $\qquad \gamma = \beta - \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$

$$R_{31} = \frac{M}{\overline{AC}\sin\gamma}$$



EQUILIBRIO CORPO 3

$$P^{(1)} = -R_{13}\cos\beta = -\frac{M\cos\beta}{\overline{AC}\,\sin\gamma}$$

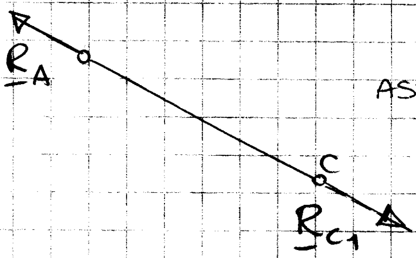
[2004-05 $P^{(1)} = -23.15$ N , 2006-07 $P^{(1)} = -38.24$ N]

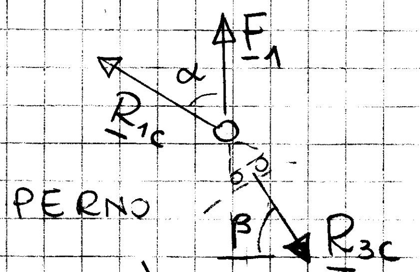
• SOTTOSISTEMA $\underline{F}_1 + \underline{P}^{(2)}$

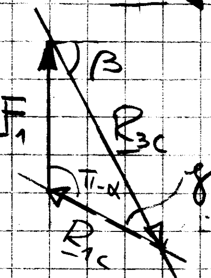
DA EQUILIBRIO DISCO PRECEDENTE (SOTTOSIST. ISOSTATICO)

$\underline{R}_B = \underline{R}_{12} = \underline{0}$ $\quad M_{12} = 0$ $\quad$ PUÒ ESSERE TOLTO

EQUILIBRIO ASTA ① (STACCO PERNO C)





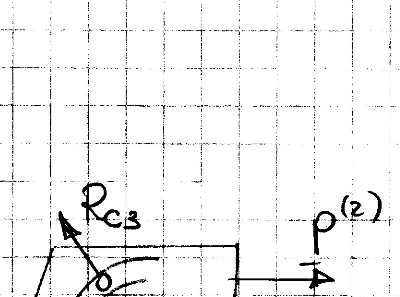


TEOR. DEI SENI SUL TRIANGOLO

$$R_{3C} = \frac{F_1}{\sin\gamma}\cdot\sin\alpha$$

OPPURE DA

$$\begin{cases} \rightarrow & R_{1C}\sin\alpha = R_{3C}\cos\beta \\ \uparrow & F_1 + R_{1C}\cos\alpha = R_{3C}\sin\beta \end{cases}$$



DA EQUILIBRIO CORPO 3

$$P = R_{3C}\cos\beta$$

[2004-05 $P^{(2)} = 68.3$ N ; 2006-07 : $P^{(2)} = 41$ N]

COMPLETARE DCL ; PER ESSERE "RISOLTI" DEVONO RIPORTARE VALORI DELLE FORZE