UNIVERSITÀ DI PISA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE E INDUSTRIALE

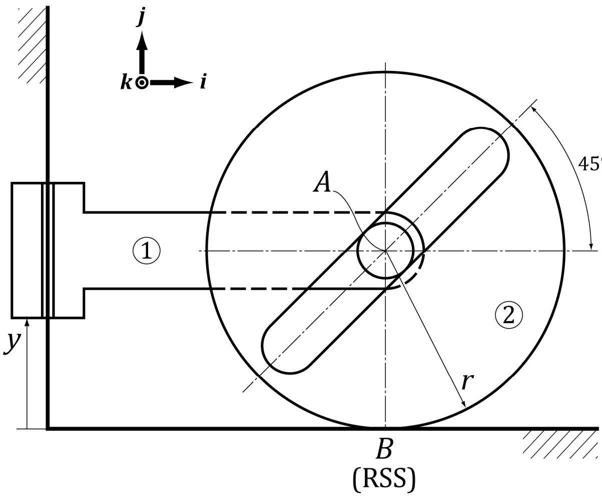
28 Gennaio 2015

ESAME DI MECCANICA – solo PRIMA PARTE – Versione A

Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica

Esercizio 1

Del meccanismo in figura, nella configurazione rappresentata, sono assegnati: il valore della coordinata y del corpo 1 e delle sue derivate temporali $\dot{y}$ e $\ddot{y}$; il raggio r del disco (corpo 2). Il perno cilindrico (di cui il punto A è il centro) è solidale al corpo 1.

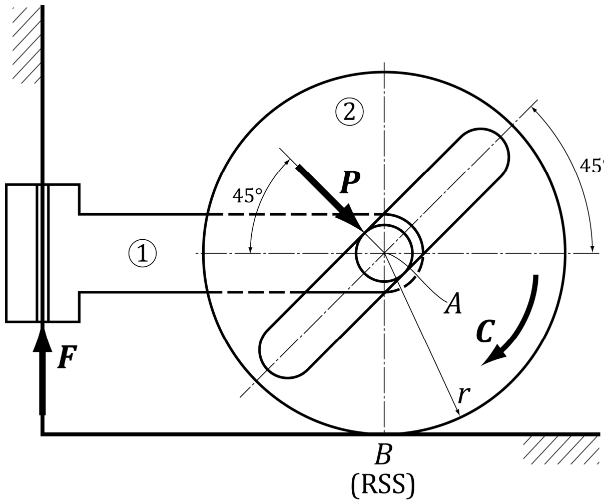


1. **Ricavare l'espressione della velocità del generico punto di ogni corpo, anche in funzione di grandezze ancora incognite.**
2. **Risolvere per via grafica il problema delle velocità, assumendo $\dot{y}>0$: equazione di chiusura, triangolo delle velocità e segni delle velocità incognite.**
3. Ottenere analiticamente le espressioni delle velocità incognite di cui al punto precedente in funzione dei dati del problema.
4. Determinare tutti i centri delle velocità, sia assoluti che relativi.
5. Ottenere l'equazione di chiusura delle accelerazioni.

Esercizio 2

Si consideri lo stesso meccanismo dell'esercizio 1. Sul perno del corpo 1 agisce la forza ***P***, assegnata, e sul disco 2 la coppia ***C***, anch'essa assegnata (vettori in figura). È trascurabile l'attrito tra perno e asola.

La forza ***F***, avente modulo e verso incogniti (ma retta di applicazione assegnata come in figura), deve essere applicata al corpo 1 per equilibrare staticamente il sistema.



1. **Determinare la forza *F'* e tutte le reazioni quando agisce soltanto la forza *P*.**
2. Determinare la forza ***F''*** e tutte le reazioni quando agisce soltanto la coppia ***C***.
3. Ottenere la forza totale ***F*** e le reazioni totali applicando il principio di sovrapposizione degli effetti.

Per i punti **1** e 2, **indicare chiaramente *l'ordine* secondo cui vengono analizzati i corpi**. **Per tutti i punti sopra, riportare i diagrammi di corpo libero dei due corpi *risolti in funzione dei dati del problema*.**

UNIVERSITÀ DI PISA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE E INDUSTRIALE

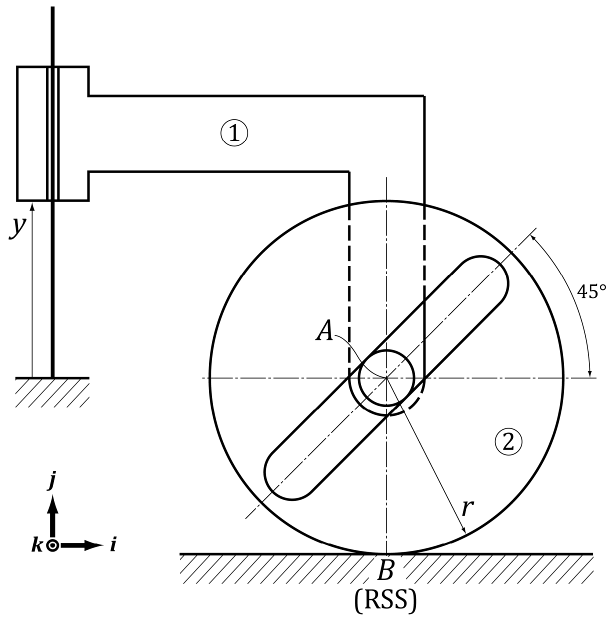
28 Gennaio 2015

ESAME DI MECCANICA – solo PRIMA PARTE – Versione B

Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica

Esercizio 1

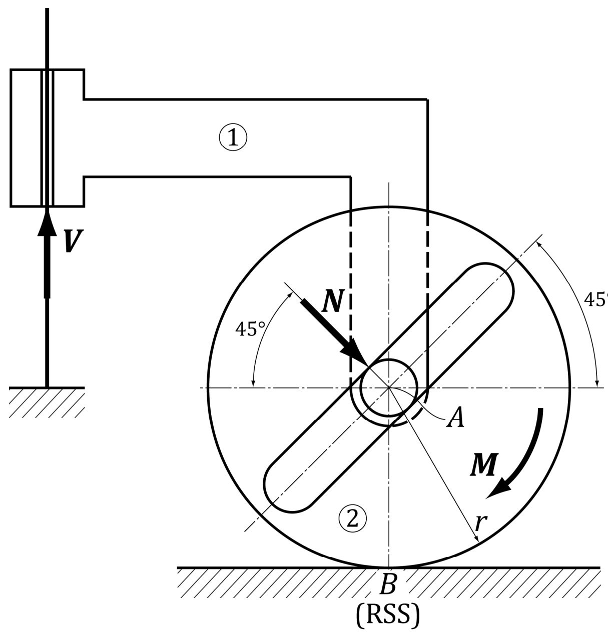
Del meccanismo in figura, nella configurazione rappresentata, sono assegnati: il valore della coordinata y del corpo 1 e delle sue derivate temporali $\dot{y}$ e $\ddot{y}$; il raggio r del disco (corpo 2). Il perno cilindrico (di cui il punto A è il centro) è solidale al corpo 1.



1. **Ricavare l'espressione della velocità del generico punto di ogni corpo, anche in funzione di grandezze ancora incognite.**
2. **Risolvere per via grafica il problema delle velocità, assumendo $\dot{y}$ >0: equazione di chiusura, triangolo delle velocità e segni delle velocità incognite.**
3. Ottenere analiticamente le espressioni delle velocità incognite di cui al punto precedente in funzione dei dati del problema.
4. Determinare tutti i centri delle velocità, sia assoluti che relativi.
5. Ottenere l'equazione di chiusura delle accelerazioni.

Esercizio 2

Si consideri lo stesso meccanismo dell'esercizio 1. Sul perno del corpo 1 agisce la forza ***N***, assegnata, e sul disco 2 la coppia ***M***, anch'essa assegnata (vettori in figura). È trascurabile l'attrito tra perno e asola.
La forza ***V***, avente modulo e verso incogniti (ma retta di applicazione assegnata come in figura), deve essere applicata al corpo 1 per equilibrare staticamente il sistema.



1. **Determinare la forza *V'* e tutte le reazioni quando agisce soltanto la forza *N*.**
2. Determinare la forza ***V''*** e tutte le reazioni quando agisce soltanto la coppia ***M***.
3. Ottenere la forza totale ***V*** e le reazioni totali applicando il principio di sovrapposizione degli effetti.

Per i punti **1** e 2, **indicare chiaramente *l'ordine* secondo cui vengono analizzati i corpi**. **Per tutti i punti sopra, riportare i diagrammi di corpo libero dei due corpi *risolti in funzione dei dati del problema*.**

UNIVERSITÀ DI PISA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE E INDUSTRIALE

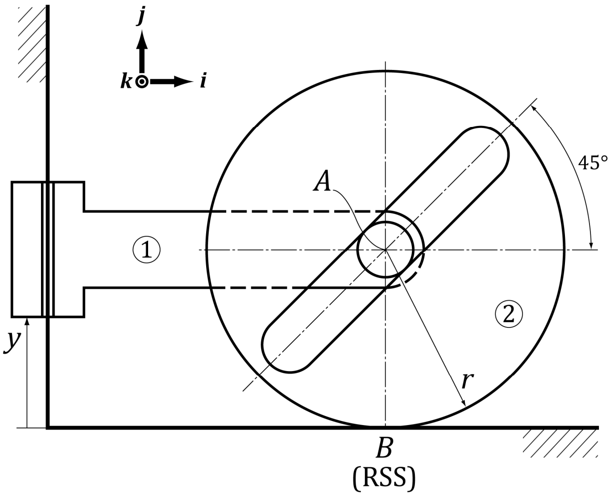
28 Gennaio 2015

ESAME DI MECCANICA – PRIMA PARTE DI INTERO

Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica

Esercizio 1

Del meccanismo in figura, nella configurazione rappresentata, sono assegnati: il valore della coordinata y del corpo 1 e delle sue derivate temporali $\dot{y}$ e $\ddot{y}$; il raggio r del disco (corpo 2). Il perno cilindrico (di cui il punto A è il centro) è solidale al corpo 1.

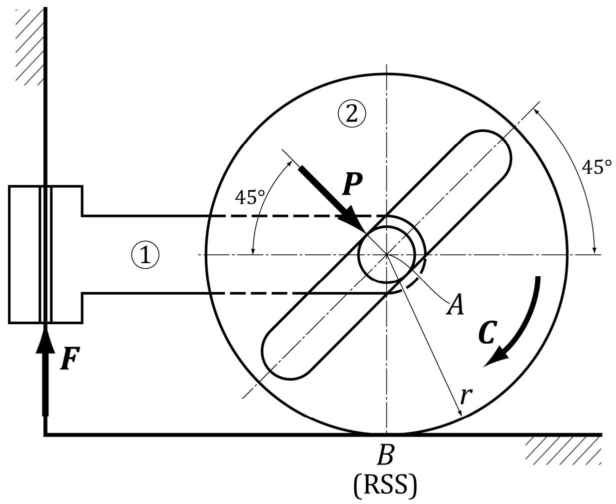


1. Ricavare l'espressione della velocità del generico punto di ogni corpo, anche in funzione di grandezze ancora incognite.
2. Risolvere per via grafica il problema delle velocità, assumendo $\dot{y}>0$: equazione di chiusura, triangolo delle velocità e segni delle velocità incognite.
3. Ottenere analiticamente le espressioni delle velocità incognite di cui al punto precedente in funzione dei dati del problema.
4. Determinare i centri delle velocità (assoluti).
5. Ottenere l'equazione di chiusura delle accelerazioni.

Esercizio 2

Si consideri lo stesso meccanismo dell'esercizio 1. Sul perno del corpo 1 agisce la forza ***P***, assegnata, e sul disco 2 la coppia ***C***, anch'essa assegnata (vettori in figura). È trascurabile l'attrito tra perno e asola.

La forza ***F***, avente modulo e verso incogniti (ma retta di applicazione assegnata come in figura), deve essere applicata al corpo 1 per equilibrare staticamente il sistema.



1. Determinare la forza ***F'*** e tutte le reazioni quando agisce soltanto la forza P.
2. Determinare la forza ***F''*** e tutte le reazioni quando agisce soltanto la coppia ***C***.

Per i punti 1 e 2, indicare chiaramente *l'ordine* secondo cui vengono analizzati i corpi e riportare i diagrammi di corpo libero dei due corpi *risolti in funzione dei dati del problema.*

• SOLUZIONE I PARTE •

– VERSIONE A –

<u>N.B.</u> Con le dovute sostituzioni di simboli, le versioni A e B hanno la medesima soluzione.

– ESERCIZIO 1 –

1) $\underline{v}_{P\in 1} = \dot{y}\,\underline{j}$ (moto traslatorio rettilineo) $= \underline{v}_{A\in 1}$

$\underline{v}_{Q\in 2} = \underline{v}_{B\in 2} + \dot{\theta}_2\,\underline{k} \times \overrightarrow{BQ} = \dot{\theta}_2\,\underline{k} \times \overrightarrow{BQ}$ $\quad(\underline{v}_{B\in 2} = \underline{0}$ per RSS$)$

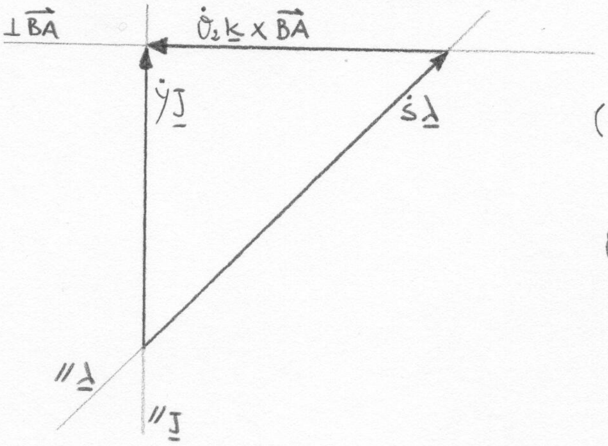
2) Scrivo un'altra espressione per $\underline{v}_{A\in 1}$:

$$\Sigma \, ② : \quad \underline{v}_{A\in 1} = \underline{v}^{(r)}_{A\in 1} + \underline{v}^{(tr)}_{A\in 1} = \dot{s}\,\underline{\lambda} + \dot{\theta}_2\,\underline{k} \times \overrightarrow{BA}, \qquad \text{con } \underline{\lambda} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, 0\right)$$

$\underline{\lambda}$ 45°

Uguagliando le due espressioni per $\underline{v}_A$ si ottiene l'eq.^{ne} di chiusura

$$\boxed{\dot{y}\,\underline{j} = \dot{s}\,\underline{\lambda} + \dot{\theta}_2\,\underline{k} \times \overrightarrow{BA}} \qquad (\text{incognite}: \dot{s}, \dot{\theta}_2)$$



$(\dot{y} > 0)$

$\dot{s} > 0$

$\dot{\theta}_2 > 0$

3)
$$\dot{y}\,\underline{j} = \frac{\sqrt{2}}{2}\dot{s}\,\underline{i} + \frac{\sqrt{2}}{2}\dot{s}\,\underline{j} + \begin{vmatrix} \underline{i} & \underline{j} & \underline{k} \\ 0 & 0 & \dot{\theta}_2 \\ 0 & r & 0 \end{vmatrix} = \frac{\sqrt{2}}{2}\dot{s}\,\underline{i} + \frac{\sqrt{2}}{2}\dot{s}\,\underline{j} + (-r\dot{\theta}_2)\,\underline{i}$$

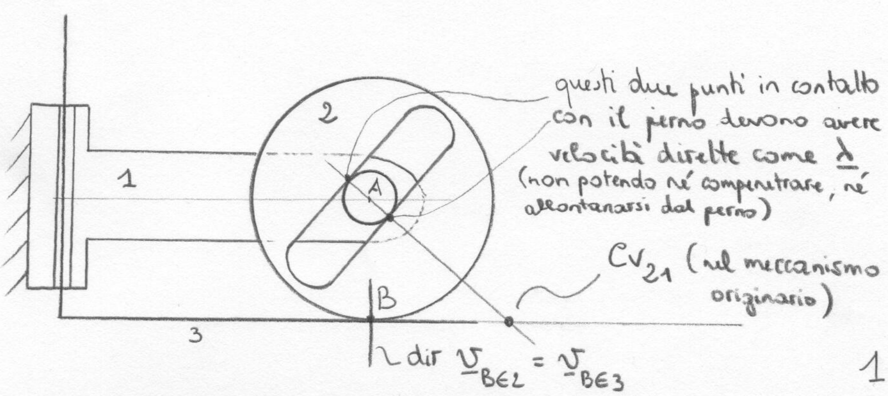
$$\begin{cases} \frac{\sqrt{2}}{2}\dot{s} = r\dot{\theta}_2 \\ \frac{\sqrt{2}}{2}\dot{s} = \dot{y} \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \dot{\theta}_2 = \dot{y}/r \\ \dot{s} = \sqrt{2}\,\dot{y} \end{cases}$$

(segni concordi con quelli ottenuti dal triangolo delle velocità)

4) C_{v_1} non esiste (moto traslatorio)

$C_{v_2} \equiv B$ (RSS)

$C_{v_{12}} = C_{v_{21}}$:



5) $\underline{a}_{P\in 1} = \ddot{y}\,\underline{J} = \underline{a}_{A\in 1}$

$$\underline{a}_{Q\in 2} = \underset{\substack{\| \\ r\dot{\theta}_2^2\,\underline{J}}}{\underline{a}_{B\in 2}} + \ddot{\theta}_2\,\underline{k} \times \vec{BQ} - \dot{\theta}_2^2\,\vec{BQ}$$

$\left(\text{da } \underline{a}_{cr} = -D\omega^2\underline{n}\right)$

Altra espressione per $\underline{a}_{A\in 1}$:

$$\Sigma ② : \underline{a}_{A\in 1} = \underline{a}^{(r)}_{A\in 1} + \underline{a}^{(tr)}_{A\in 1} + \underline{a}^{(co)}_{A\in 1} = \ddot{s}\,\underline{\lambda} + r\dot{\theta}_2^2\,\underline{J} + \ddot{\theta}_2\,\underline{k} \times \vec{BA} - \dot{\theta}_2^2\,\vec{BA} + 2\dot{\theta}_2\,\underline{k} \times \dot{s}\,\underline{\lambda}$$

Uguagliando le due espressioni trovate si ottiene l'eq.^{ne} di chiusura

$$\ddot{y}\,\underline{J} = \ddot{s}\,\underline{\lambda} + r\dot{\theta}_2^2\,\underline{J} + \ddot{\theta}_2\,\underline{k} \times \vec{BA} - \dot{\theta}_2^2\,\vec{BA} + 2\dot{\theta}_2\,\underline{k} \times \dot{s}\,\underline{\lambda} \,,$$

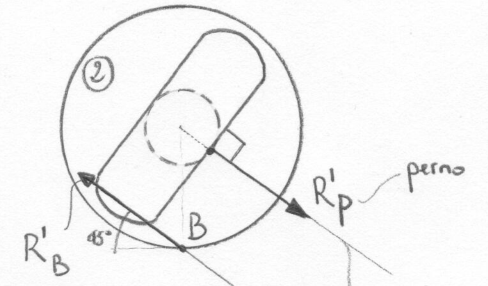
ed essendo $\vec{BA} = r\,\underline{J}$:

$$\boxed{\ddot{y}\,\underline{J} = \ddot{s}\,\underline{\lambda} + \ddot{\theta}_2\,\underline{k} \times \vec{BA} + 2\dot{\theta}_2\,\underline{k} \times \dot{s}\,\underline{\lambda}} \quad (\text{incognite}: \ddot{s}, \ddot{\theta}_2)$$

• ESERCIZIO 2 •

1) $\boxed{\text{Agisce } \underline{P}}$

Sul disco 2 agiscono due reazioni :



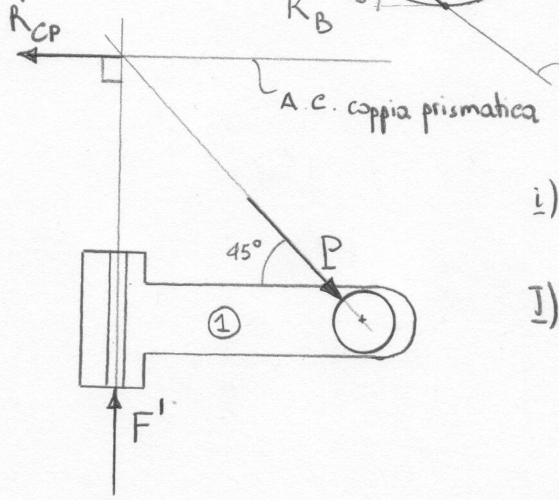
Dati i vincoli, R'_p e R'_B non possono costituire una coppia a braccio nullo

$\downarrow$

$R'_p = R'_B = 0$

(rette di applicazione stabilite dai vincoli e dal rispetto della I cardinale)

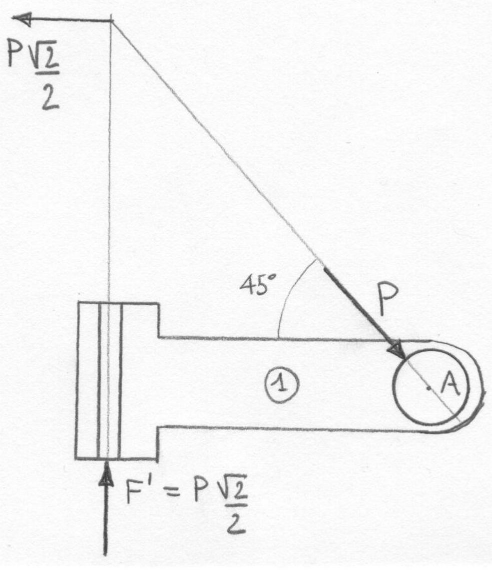
Corpo 1 :

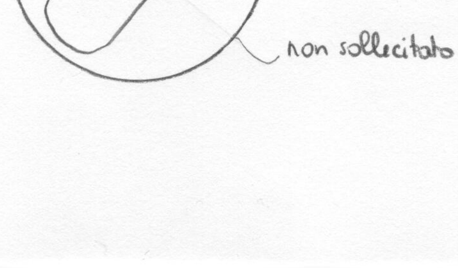


i) $R'_{cp} = P\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

J) $F' = P\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

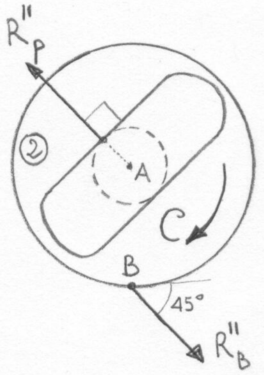
DCL risolti :





2) $\boxed{\text{Agisce } \underline{C}}$

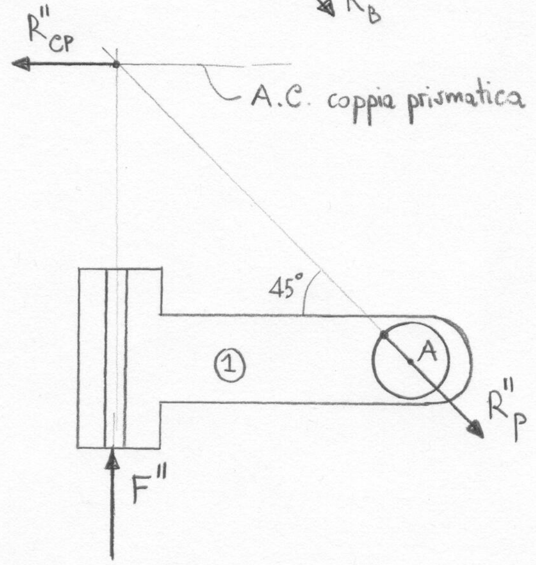
Disco 2 :



$\overset{\curvearrowleft}{A}$) $R''_B \, r \frac{\sqrt{2}}{2} = C \longrightarrow R''_B = \sqrt{2}\,\frac{C}{r}$

$R''_P = R''_B = \sqrt{2}\,\frac{C}{r}$

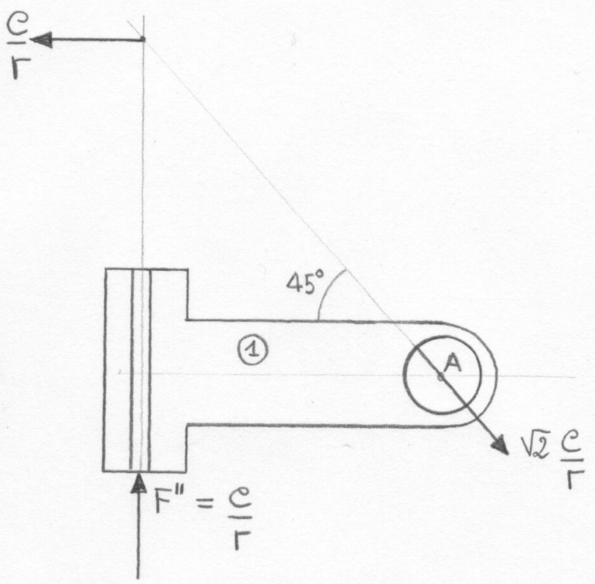
Corpo 1 :

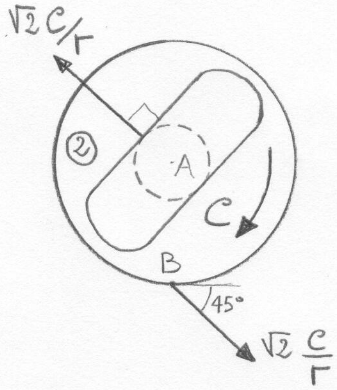


i) $R''_{CP} = R''_P \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{C}{r}$

J) $F'' = R''_P \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{C}{r}$

DCL risolti :





3) DCL (risolti) totali :