UNIVERSITÀ DI PISA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE E INDUSTRIALE

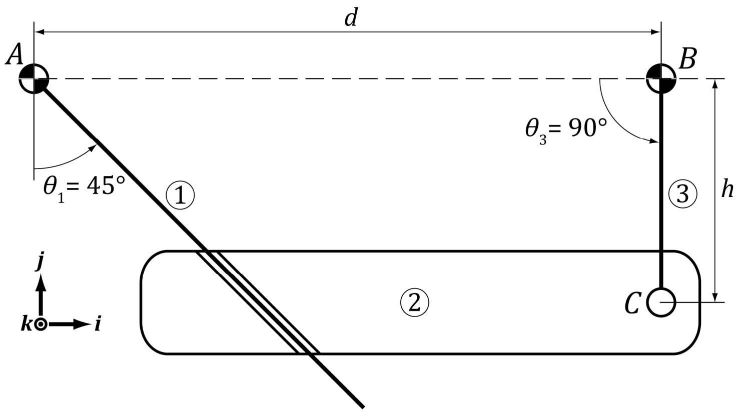
22 Luglio 2015

ESAME DI MECCANICA – solo PRIMA PARTE

Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica

Esercizio 1

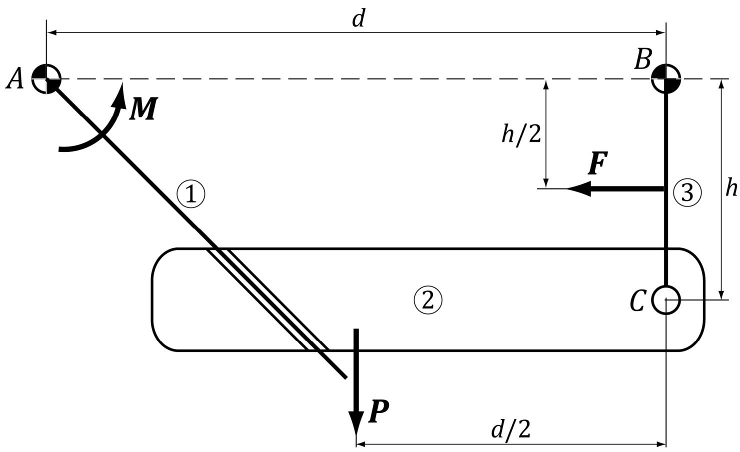
Del meccanismo a lato, nella configurazione rappresentata, si considerino assegnate la velocità angolare $\dot{\theta}_1$, l'accelerazione angolare $\ddot{\theta}_1$ e le altre quantità geometriche indicate in figura.



1. Scrivere l'espressione della velocità del generico punto di ogni corpo, anche in funzione di grandezze ancora incognite.
2. Risolvere per via grafica il problema delle velocità, assumendo antioraria la velocità angolare dell'asta 1: equazione di chiusura, triangolo delle velocità e segni delle velocità incognite.
3. Ottenere analiticamente le espressioni delle velocità incognite di cui al punto precedente in funzione dei dati del problema.
4. Determinare tutti i centri delle velocità, sia assoluti che relativi.
5. Ottenere l'equazione di chiusura per le accelerazioni.

Esercizio 2

Si consideri lo stesso meccanismo dell'esercizio 1. Sul corpo 2 agisce la forza ***P***, assegnata, e successivamente sul corpo 3 agisce la forza ***F***, anch'essa assegnata (vettori in figura).
La coppia ***M***, incognita, deve essere applicata sul corpo 1 per equilibrare staticamente il sistema.

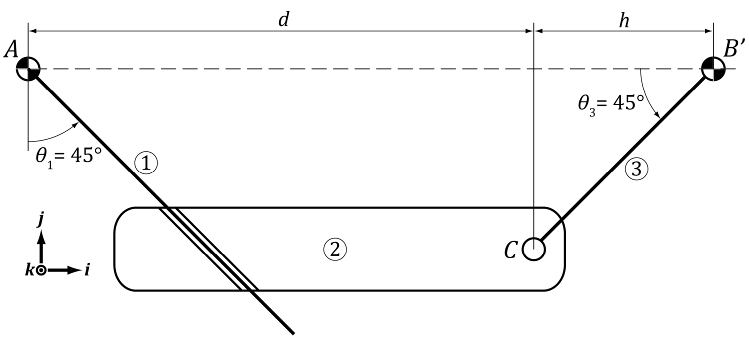


1. Determinare la coppia ***M'*** e tutte le forze/coppie reattive quando agisce soltanto la forza ***P***.
2. Determinare la coppia ***M''*** e tutte le forze/coppie reattive quando agisce soltanto la forza ***F***.

Per i punti 1 e 2, indicare chiaramente *l'ordine* secondo cui vengono analizzati i corpi, e riportare i diagrammi di corpo libero *risolti in funzione dei dati del problema*.

Esercizio 3

In figura è rappresentata, in una configurazione singolare, una variante del meccanismo sopra.



1. Risolvendo analiticamente l'equazione di chiusura delle velocità, quale condizione si ottiene per la velocità angolare $\dot{\theta}_1$?
2. Considerando il centro delle velocità del corpo 2, cosa si può affermare sul tipo di moto compiuto da tale corpo nella configurazione rappresentata?

UNIVERSITÀ DI PISA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE E INDUSTRIALE

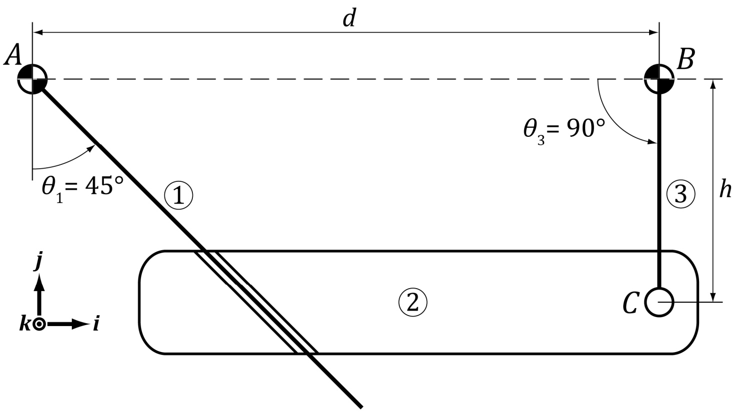
22 Luglio 2015

ESAME DI MECCANICA – PRIMA PARTE DI INTERO

Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica

Esercizio 1

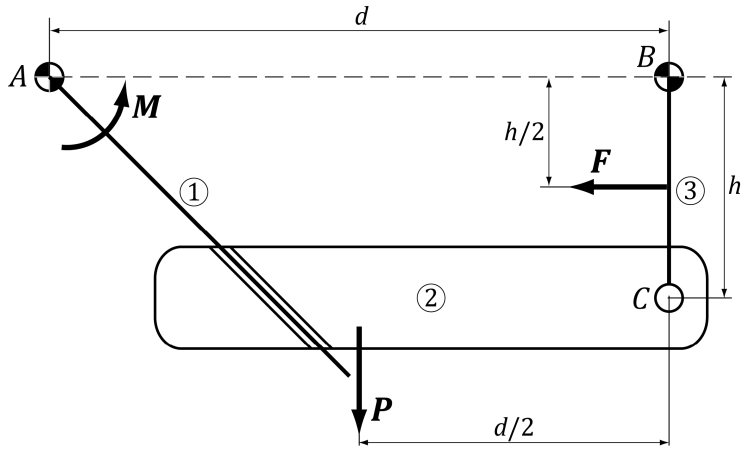
Del meccanismo a lato, nella configurazione rappresentata, si considerino assegnate la velocità angolare $\dot{\theta}_1$, l'accelerazione angolare $\ddot{\theta}_1$ e le altre quantità geometriche indicate in figura.



1. Scrivere l'espressione della velocità del generico punto di ogni corpo, anche in funzione di grandezze ancora incognite.
2. Risolvere per via grafica il problema delle velocità, assumendo antioraria la velocità angolare dell'asta 1: equazione di chiusura, triangolo delle velocità e segni delle velocità incognite.
3. Ottenere analiticamente le espressioni delle velocità incognite di cui al punto precedente in funzione dei dati del problema.
4. Determinare il centro delle velocità del corpo 2.
5. Ottenere l'equazione di chiusura per le accelerazioni.

Esercizio 2

Si consideri lo stesso meccanismo dell'esercizio 1. Sul corpo 2 agisce la forza ***P***, assegnata, e successivamente sul corpo 3 agisce la forza ***F***, anch'essa assegnata (vettori in figura).
La coppia ***M***, incognita, deve essere applicata sul corpo 1 per equilibrare staticamente il sistema.



1. Determinare la coppia ***M'*** e tutte le forze/coppie reattive quando agisce soltanto la forza ***P***.
2. Determinare la coppia ***M''*** e tutte le forze/coppie reattive quando agisce soltanto la forza ***F***.

Per i punti 1 e 2, indicare chiaramente *l'ordine* secondo cui vengono analizzati i corpi, e riportare i diagrammi di corpo libero *risolti in funzione dei dati del problema*.

• SOLUZIONE COMPITO 1ª PARTE •

— ESERCIZIO 1 —

1) $\underline{v}_{P\in 1} = \dot{\theta}_1 \underline{k} \times \overrightarrow{AP} \quad (\underline{v}_A = \underline{0})$

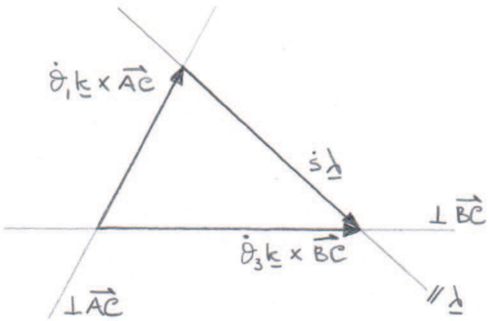
$\Sigma ①: \quad \underline{v}_{Q\in 2} = \underline{v}_Q^{(r)} + \underline{v}_Q^{(tr)} = \dot{s}\,\underline{\lambda} + \dot{\theta}_1 \underline{k} \times \overrightarrow{AQ}$, con:  $\underline{\lambda} \equiv \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}, 0\right)$

$\underline{v}_{R\in 3} = \dot{\theta}_3 \underline{k} \times \overrightarrow{BR} \quad (\underline{v}_B = \underline{0})$

2) Chiusura sul punto notevole C:

$$\underline{v}_{C\in 2} = \underline{v}_{C\in 3}$$

$$\boxed{\dot{s}\,\underline{\lambda} + \dot{\theta}_1 \underline{k} \times \overrightarrow{AC} = \dot{\theta}_3 \underline{k} \times \overrightarrow{BC}}$$ eq.ne di chiusura (incognite: $\dot{s}, \dot{\theta}_3$)



$(\dot{\theta}_1 > 0)$
$\dot{s} > 0$
$\dot{\theta}_3 > 0$

3) Dall'eq.ne di chiusura:

$$\dot{s}\frac{\sqrt{2}}{2}\underline{i} - \dot{s}\frac{\sqrt{2}}{2}\underline{j} + \begin{vmatrix} \underline{i} & \underline{j} & \underline{k} \\ 0 & 0 & \dot{\theta}_1 \\ d & -h & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \underline{i} & \underline{j} & \underline{k} \\ 0 & 0 & \dot{\theta}_3 \\ 0 & -h & 0 \end{vmatrix}$$

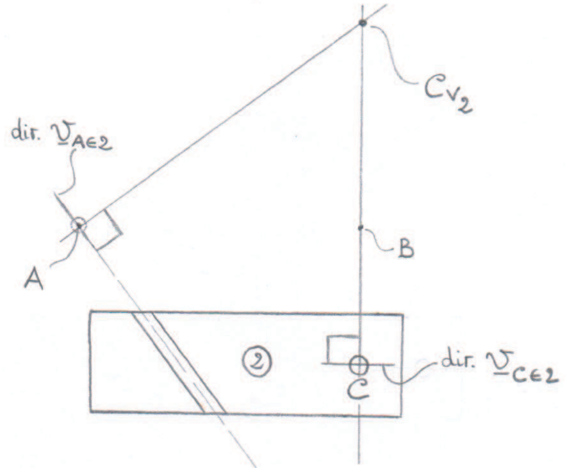
$$\dot{s}\frac{\sqrt{2}}{2}\underline{i} - \dot{s}\frac{\sqrt{2}}{2}\underline{j} + h\dot{\theta}_1\underline{i} + d\dot{\theta}_1\underline{j} = h\dot{\theta}_3\underline{i}$$

$$\begin{cases} \dot{s}\frac{\sqrt{2}}{2} + h\dot{\theta}_1 = h\dot{\theta}_3 \\ -\dot{s}\frac{\sqrt{2}}{2} + d\dot{\theta}_1 = 0 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \bullet\ \dot{s} = \sqrt{2}\, d\,\dot{\theta}_1 \quad (>0) \\ \bullet\ \dot{\theta}_3 = \frac{d+h}{h}\dot{\theta}_1 \quad (>0) \end{cases}$$

4) $C_{v_1} \equiv A$

$C_{v_3} \equiv B$

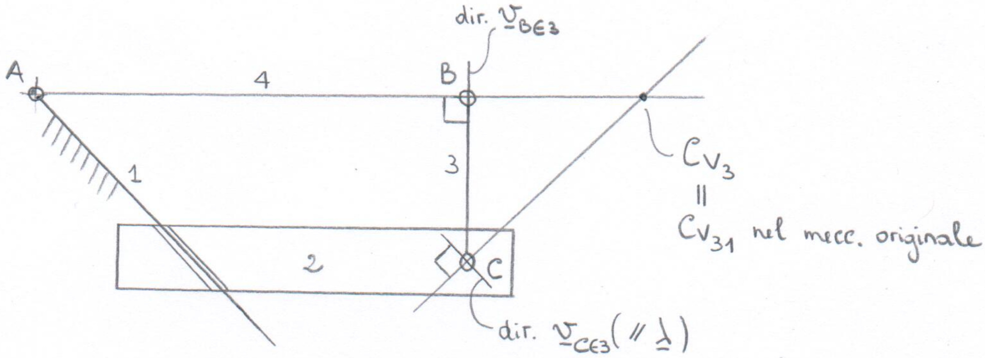
C_{v_2}:



$C_{v_{12}} = \nexists$ (moto relativo traslatorio)

$C_{v_{23}} \equiv C$

$C_{v_{13}} = \underline{C_{v_{31}}}$:



5) Procedimento analogo a quello seguito per le velocità.

$$\Sigma ① : \quad \underline{a}_{C\in 2} = \underline{a}_C^{(r)} + \underline{a}_C^{(tr)} + \underline{a}_C^{(co)} = \ddot{s}\,\underline{\lambda} + \ddot{\vartheta}_1\,\underline{k}\times\vec{AC} - \dot{\vartheta}_1^2\,\vec{AC} + 2\dot{\vartheta}_1\,\underline{k}\times\dot{s}\,\underline{\lambda}$$

$$\underline{a}_{C\in 3} = \ddot{\vartheta}_3\,\underline{k}\times\vec{BC} - \dot{\vartheta}_3^2\,\vec{BC}$$

$$\underline{a}_{C\in 2} = \underline{a}_{C\in 3}$$

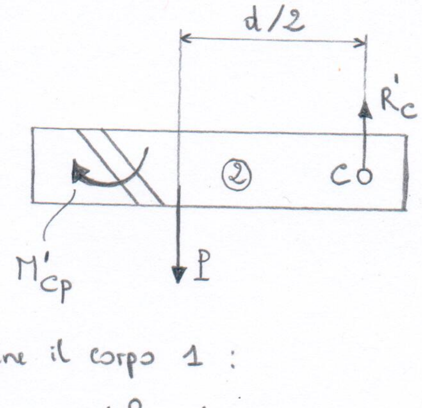
$$\boxed{\ddot{s}\,\underline{\lambda} + \ddot{\vartheta}_1\,\underline{k}\times\vec{AC} - \dot{\vartheta}_1^2\,\vec{AC} + 2\dot{\vartheta}_1\,\underline{k}\times\dot{s}\,\underline{\lambda} = \ddot{\vartheta}_3\,\underline{k}\times\vec{BC} - \dot{\vartheta}_3^2\,\vec{BC}}$$ eq.^{ne} di chiusura (incognite: $\ddot{s}$, $\ddot{\vartheta}_3$)

— ESERCIZIO 2 —

1) $\boxed{\underline{P},\ \underline{M}'}$ Il corpo 3 è un'asta scarica:

$R'_B = R'_C$

Si passa al corpo 2, su cui agisce la forza nota $\underline{P}$:

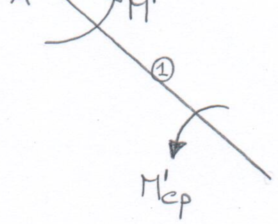


Per la I cardinale, R'_{cp} deve essere nulla (la sua componente orizzontale non sarebbe equilibrata da alcuna reazione).

$R'_C = P = R'_B$

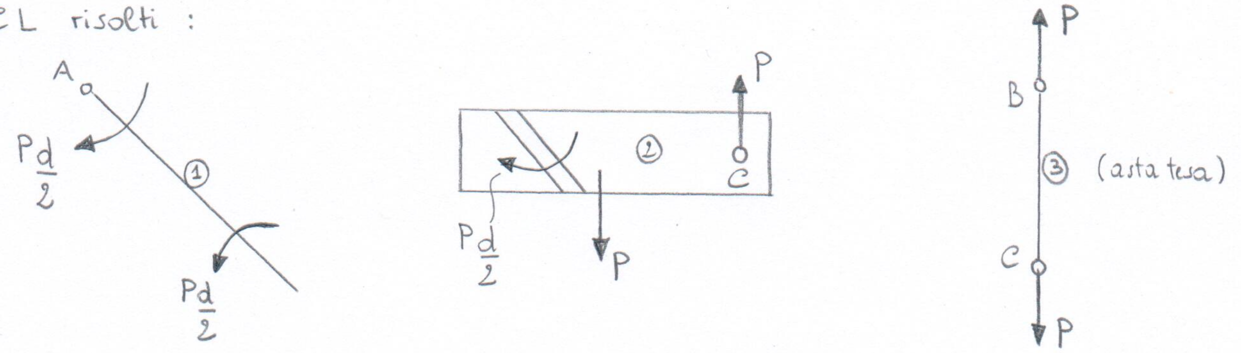
(C) $M'_{cp} = P\dfrac{d}{2}$

Infine il corpo 1 :

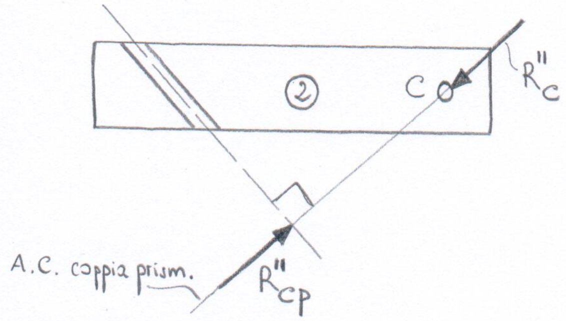


(A) $M' + M'_{cp} = 0 \longrightarrow M' = -M'_{cp} = -P\dfrac{d}{2}$

DCL risolti :

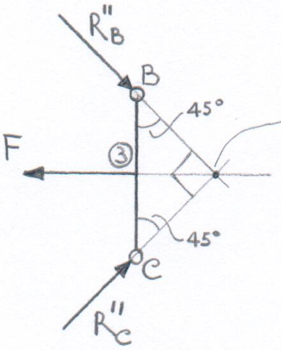


2) $\boxed{\underline{F}, \underline{M}''}$ Corpo 2 scarico :



$$R''_C = R''_{cp}$$

Corpo 3, su cui agisce $\underline{F}$ nota :



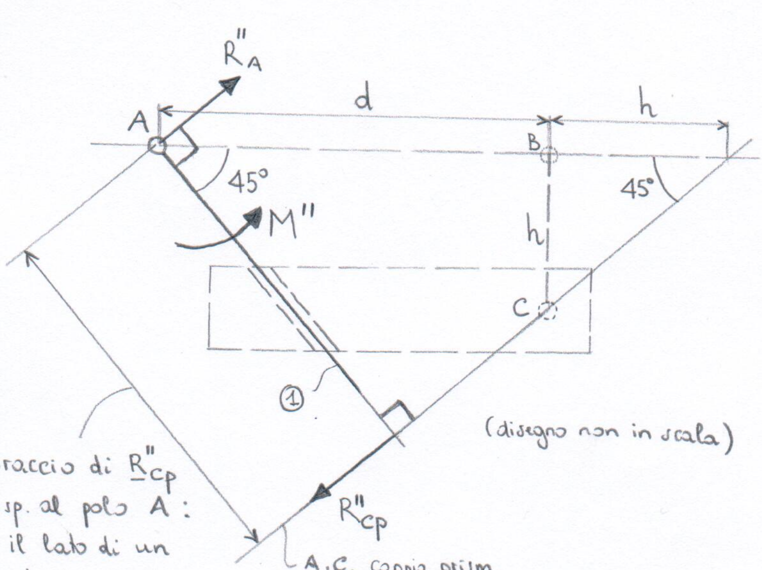
le rette di applicazione delle tre forze hanno un punto in comune : questo soddisfa la 2^a cardinale

$\underline{i})\quad R''_B \frac{\sqrt{2}}{2} - F + R''_C \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$

$\underline{J})\quad R''_B \frac{\sqrt{2}}{2} = R''_C \frac{\sqrt{2}}{2} \longrightarrow R''_B = R''_C$

$$\longrightarrow R''_B = R''_C = \frac{F}{\sqrt{2}} = R''_{cp}$$

Corpo 1 :



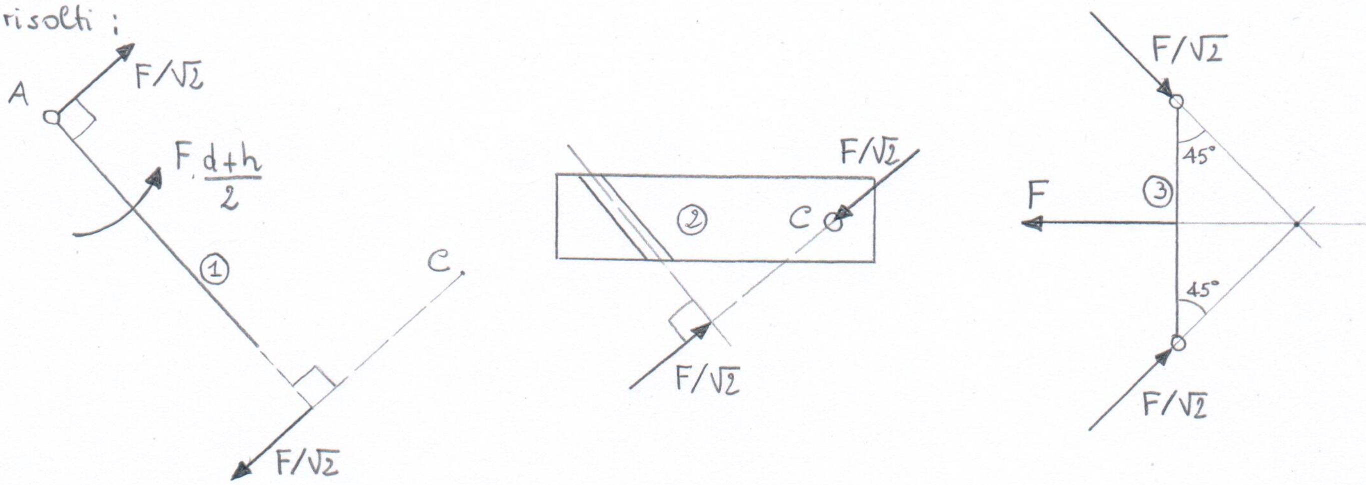
(disegno non in scala)

braccio di $\underline{R}''_{cp}$ risp. al polo A : è il lato di un quadrato avente diagonale $(d+h)$, quindi ha lunghezza pari a $\left(\frac{d+h}{\sqrt{2}}\right)$

$$R''_A = R''_{cp} = \frac{F}{\sqrt{2}}$$

$$\text{A)}\quad M'' = R''_{cp}\,\frac{d+h}{\sqrt{2}} = F \cdot \frac{d+h}{2}$$

DCL risolti :



— Esercizio 3 —

1) L' eq.^{ne} di chiusura è la stessa dell' esercizio 1 :

$$\dot{s}\,\underline{\lambda} + \dot{\vartheta}_1\,\underline{k} \times \overrightarrow{AC} = \dot{\vartheta}_3\,\underline{k} \times \overrightarrow{B'C} \quad , \qquad \text{con } \overrightarrow{B'C} \equiv (-h, -h, 0)$$

Le due eq.^{ni} scalari che ne derivano sono :

$$\begin{cases} \dot{s}\,\frac{\sqrt{2}}{2} + \dot{\vartheta}_1 h = \dot{\vartheta}_3 h \\ -\dot{s}\,\frac{\sqrt{2}}{2} + \dot{\vartheta}_1 d = -\dot{\vartheta}_3 h \end{cases}$$

ricavando $\dot{\vartheta}_3$ dalla prima e sostituendo nella seconda :

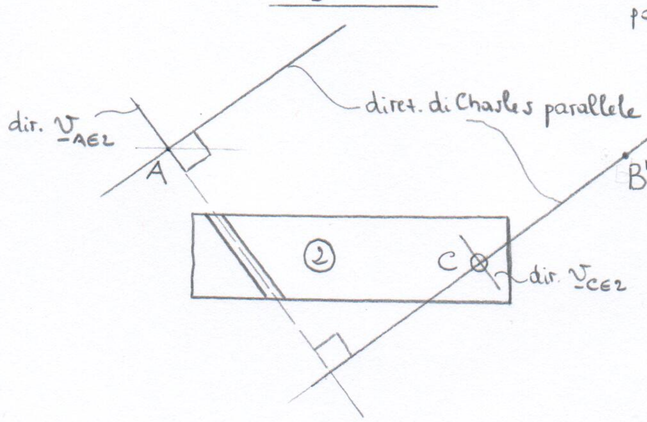
$$\begin{cases} \dot{\vartheta}_3 = \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\dot{s}}{h} + \dot{\vartheta}_1 & (1) \\ \dot{\vartheta}_1 d = -\dot{\vartheta}_1 h & (2) \end{cases}$$

Dall' eq.^{ne} (2) si ottiene l' unica soluzione per $\dot{\vartheta}_1$:

$$\underline{\dot{\vartheta}_1 = 0}$$

($\longrightarrow$ $\dot{\vartheta}_1$ non può essere scelto arbitrariamente in questa configurazione. Dalla (1) si capisce che $\dot{\vartheta}_3$, oppure $\dot{s}$, potrebbe invece essere scelta a piacere.)

2) C_{V_2} :



In questa configurazione 2 compie un moto traslatorio.