UNIVERSITÀ DI PISA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE E INDUSTRIALE

17 Febbraio 2015

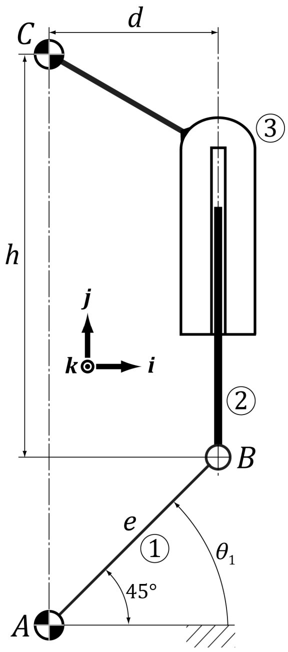
ESAME DI MECCANICA – solo PRIMA PARTE – Versione A

Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica

Esercizio 1

Del meccanismo in figura, nella configurazione rappresentata, sono assegnati: il valore della coordinata θ_1 del corpo 1 e delle sue derivate temporali $\dot{\theta}_1$ e $\ddot{\theta}_1$; le lunghezze *d*, *h* e $AB = e$.

1. **Ricavare l'espressione della velocità del generico punto di ogni corpo, anche in funzione di grandezze ancora incognite.**
2. **Risolvere per via grafica il problema delle velocità, assumendo $\dot{\theta}_1$>0: equazione di chiusura, triangolo delle velocità e segni delle velocità incognite.**
3. Ottenere analiticamente le espressioni delle velocità incognite di cui al punto precedente in funzione dei dati del problema.
4. Determinare tutti i centri delle velocità, sia assoluti che relativi.
5. Ottenere l'equazione di chiusura delle accelerazioni.



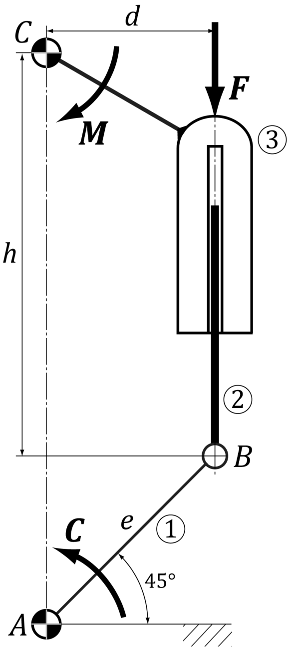
Esercizio 2

Si consideri lo stesso meccanismo dell'esercizio 1. Sul corpo 3 agiscono, non contemporaneamente, la coppia ***M***, assegnata, e la forza ***F***, anch'essa assegnata (vettori in figura).

La coppia ***C***, avente modulo e verso incogniti, deve essere applicata al corpo 1 per equilibrare staticamente il sistema.

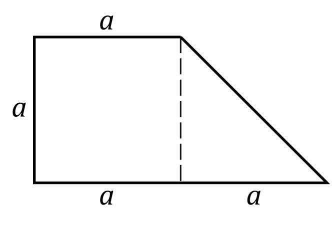
1. **Determinare la coppia *C'* e tutte le reazioni quando agisce soltanto la coppia *M*.**
2. Determinare la coppia ***C''*** e tutte le reazioni quando agisce soltanto la forza ***F***.

Per i punti **1** e 2, **indicare chiaramente *l'ordine* secondo cui vengono analizzati i corpi, e riportare i diagrammi di corpo libero dei tre corpi *risolti in funzione dei dati del problema*.**



Esercizio 3

Si determini *per via grafica* la posizione del baricentro della seguente figura piana omogenea:

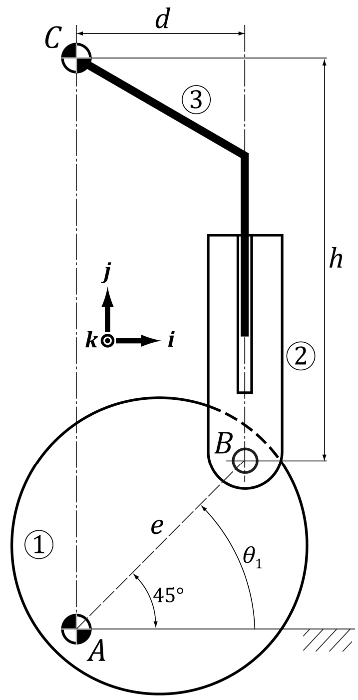


UNIVERSITÀ DI PISA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE E INDUSTRIALE

17 Febbraio 2015

ESAME DI MECCANICA – solo PRIMA PARTE – Versione B
Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica

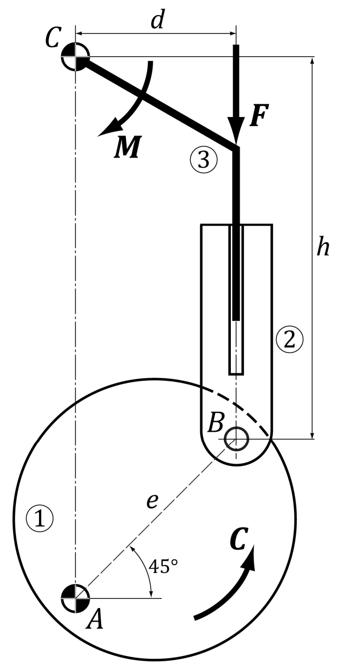
Esercizio 1



Del meccanismo in figura, nella configurazione rappresentata, sono assegnati: il valore della coordinata θ_1 del corpo 1 e delle sue derivate temporali $\dot{\theta}_1$ e $\ddot{\theta}_1$; le lunghezze *d*, *h* e $AB = e$.

1. **Ricavare l'espressione della velocità del generico punto di ogni corpo, anche in funzione di grandezze ancora incognite.**
2. **Risolvere per via grafica il problema delle velocità, assumendo $\dot{\theta}_1$ >0: equazione di chiusura, triangolo delle velocità e segni delle velocità incognite.**
3. Ottenere analiticamente le espressioni delle velocità incognite di cui al punto precedente in funzione dei dati del problema.
4. Determinare tutti i centri delle velocità, sia assoluti che relativi.
5. Ottenere l'equazione di chiusura delle accelerazioni.

Esercizio 2



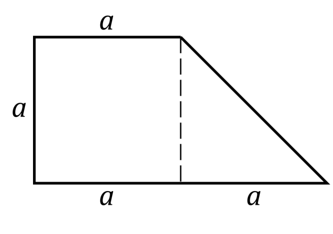
Si consideri lo stesso meccanismo dell'esercizio 1. Sul corpo 3 agiscono, non contemporaneamente, la coppia ***M***, assegnata, e la forza ***F***, anch'essa assegnata (vettori in figura).
La coppia ***C***, avente modulo e verso incogniti, deve essere applicata al corpo 1 per equilibrare staticamente il sistema.

1. **Determinare la coppia *C'* e tutte le reazioni quando agisce soltanto la coppia *M*.**
2. Determinare la coppia ***C''*** e tutte le reazioni quando agisce soltanto la forza ***F***.

Per i punti **1** e 2, **indicare chiaramente *l'ordine* secondo cui vengono analizzati i corpi, e riportare i diagrammi di corpo libero dei tre corpi *risolti in funzione dei dati del problema***.

Esercizio 3

Si determini *per via grafica* la posizione del baricentro della seguente figura piana omogenea:

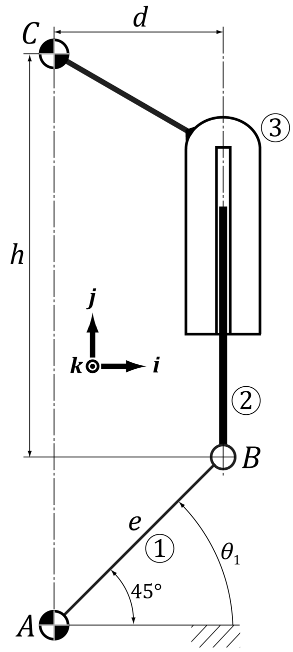


UNIVERSITÀ DI PISA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE E INDUSTRIALE

17 Febbraio 2015

ESAME DI MECCANICA – PRIMA PARTE DI INTERO
Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica

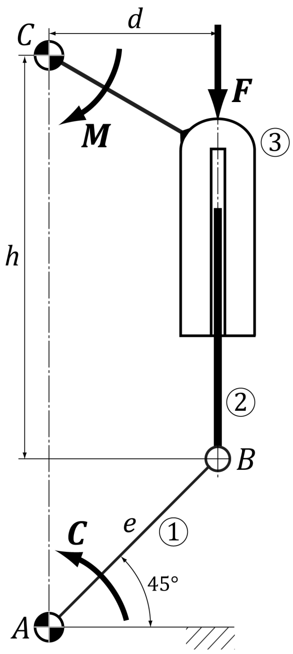
Esercizio 1



Del meccanismo in figura, nella configurazione rappresentata, sono assegnati: il valore della coordinata θ_1 del corpo 1 e delle sue derivate temporali $\dot{\theta}_1$ e $\ddot{\theta}_1$; le lunghezze *d*, *h* e $AB = e$.

1. Ricavare l'espressione della velocità del generico punto di ogni corpo, anche in funzione di grandezze ancora incognite.
2. Risolvere per via grafica il problema delle velocità, assumendo $\dot{\theta}_1 > 0$: equazione di chiusura, triangolo delle velocità e segni delle velocità incognite.
3. Ottenere analiticamente le espressioni delle velocità incognite di cui al punto precedente in funzione dei dati del problema.
4. Determinare il centro delle velocità del corpo 2.
5. Ottenere l'equazione di chiusura delle accelerazioni.

Esercizio 2



Si consideri lo stesso meccanismo dell'esercizio 1. Sul corpo 3 agiscono, non contemporaneamente, la coppia ***M***, assegnata, e la forza ***F***, anch'essa assegnata (vettori in figura).

La coppia ***C***, avente modulo e verso incogniti, deve essere applicata al corpo 1 per equilibrare staticamente il sistema.

1. Determinare la coppia ***C'*** e tutte le reazioni quando agisce soltanto la coppia ***M***.
2. Determinare la coppia ***C''*** e tutte le reazioni quando agisce soltanto la forza ***F***.

Per i punti 1 e 2, indicare chiaramente *l'ordine* secondo cui vengono analizzati i corpi, e riportare i diagrammi di corpo libero dei tre corpi *risolti in funzione dei dati del problema*.

· SOLUZIONE ·

<u>N. B.</u> Le versioni A e B hanno la medesima soluzione.

– VERSIONE A –

– ESERCIZIO 1 –

1) $\underline{v}_{P\in 1} = \cancel{\underline{v}_A}^{\,0} + \dot{\theta}_1 \underline{k} \times \overrightarrow{AP} \longrightarrow \underline{v}_{B\in 1} = \dot{\theta}_1 \underline{k} \times \overrightarrow{AB}$

$\underline{v}_{Q\in 2} = \underset{\underline{v}_{B\in 1}}{\underset{\parallel}{\underline{v}_{B\in 2}}} + \dot{\theta}_2 \underline{k} \times \overrightarrow{BQ} = \dot{\theta}_1 \underline{k} \times \overrightarrow{AB} + \dot{\theta}_2 \underline{k} \times \overrightarrow{BQ}$

$\underline{v}_{R\in 3} = \cancel{\underline{v}_C}^{\,0} + \dot{\theta}_3 \underline{k} \times \overrightarrow{CR}$, ma la coppia prismatica che vincola 2 con 3 assicura : $\begin{cases} \underline{\dot{\theta}_2 = \dot{\theta}_3} \\ \underline{\ddot{\theta}_2 = \ddot{\theta}_3} \end{cases}$

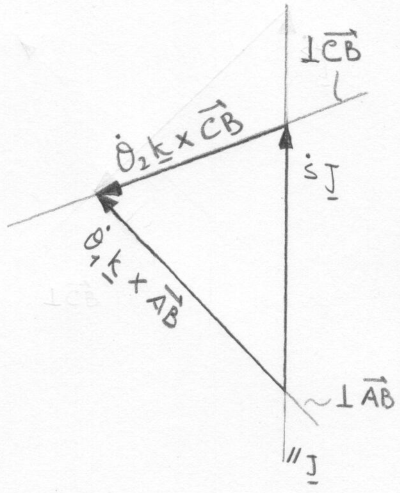
2) Σ 3 : $\underline{v}_{Q\in 2} = \underline{v}_Q^{(r)} + \underline{v}_Q^{(tr)} = \dot{s} \underline{J} + \dot{\theta}_2 \underline{k} \times \overrightarrow{CQ} \longrightarrow \underline{v}_{B\in 2} = \dot{s}\underline{J} + \dot{\theta}_2 \underline{k} \times \overrightarrow{CB}$

Si ottiene l' eq.^{ne} di chiusura uguagliando

$$\underline{v}_{B\in 1} = \underline{v}_{B\in 2}$$

$$\boxed{\dot{\theta}_1 \underline{k} \times \overrightarrow{AB} = \dot{s}\underline{J} + \dot{\theta}_2 \underline{k} \times \overrightarrow{CB}} \quad (\text{incognite} : \dot{s}, \dot{\theta}_2)$$

$(\dot{\theta}_1 > 0)$



$\dot{s} > 0$

$\dot{\theta}_2 < 0$

3) $\begin{vmatrix} \underline{i} & \underline{J} & \underline{k} \\ 0 & 0 & \dot{\theta}_1 \\ d & d & 0 \end{vmatrix} = \dot{s}\underline{J} + \begin{vmatrix} \underline{i} & \underline{J} & \underline{k} \\ 0 & 0 & \dot{\theta}_2 \\ d & -h & 0 \end{vmatrix}$

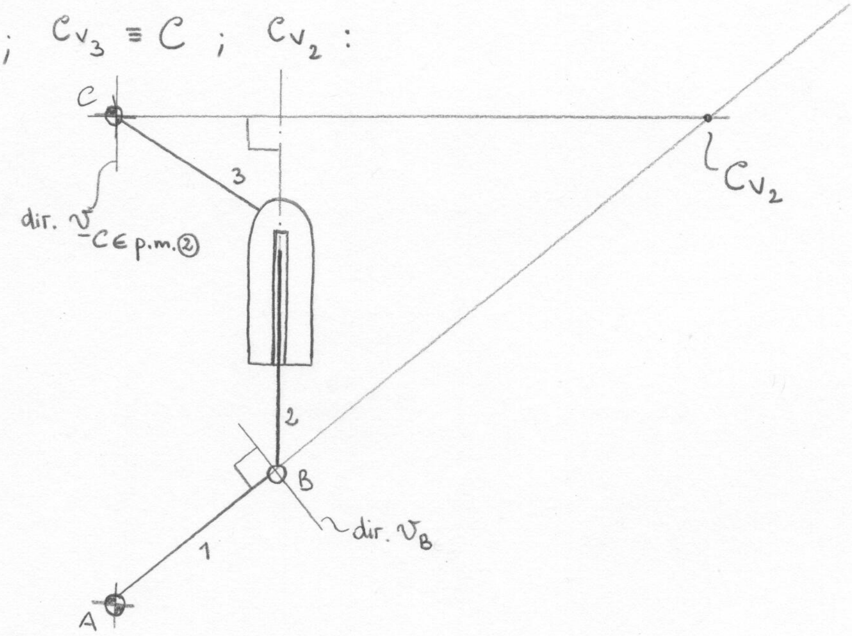
<u>Oss.</u> La lunghezza ℓ è assegnata ma ridondante, essendo $\ell = d\sqrt{2}$.

$$\underline{i}\,(-\dot{\theta}_1 d) + \underline{J}\,(\dot{\theta}_1 d) = \dot{s}\underline{J} + \underline{i}\,(\dot{\theta}_2 h) + \underline{J}\,(\dot{\theta}_2 d)$$

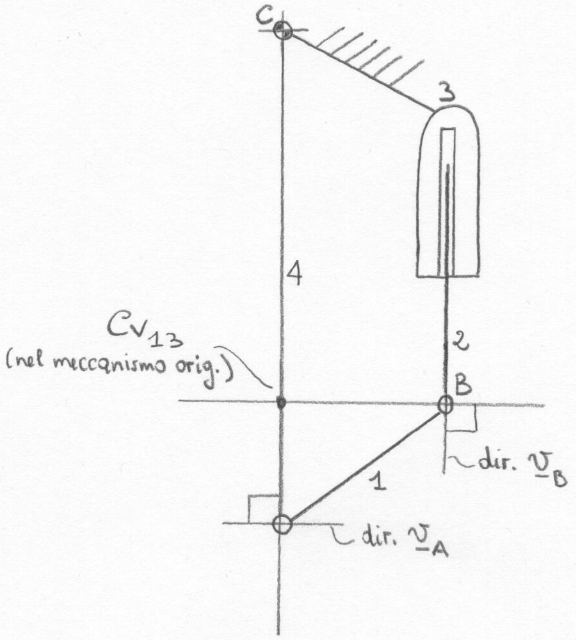
$$\begin{cases} -\dot{\theta}_1 d = \dot{\theta}_2 h \\ \dot{\theta}_1 d = \dot{s} + \dot{\theta}_2 d \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \dot{\theta}_2 = -\dot{\theta}_1 \dfrac{d}{h} & < 0 \\ \dot{s} = \dot{\theta}_1 d \left(1 + \dfrac{d}{h}\right) & > 0 \end{cases}$$

(segni concordi con quelli ottenuti con il triangolo delle velocità)

4) • $C_{v_1} \equiv A$; $C_{v_3} \equiv C$; C_{v_2} :



• $C_{v_{12}} \equiv B$; $C_{v_{23}}$ non esiste (moto relativo traslatorio) ; $C_{v_{13}}$:



5) $$\underline{a}_{B\in 1} = \cancel{\underline{a}_A}^{\,0} + \ddot{\theta}_1 \underline{k} \times \overrightarrow{AB} - \dot{\theta}_1^2 \overrightarrow{AB}$$

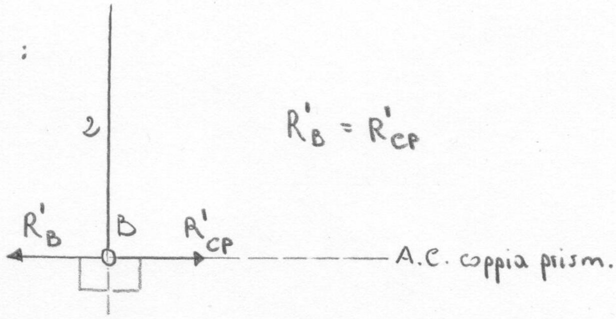
$$\Sigma③: \quad \underline{a}_{B\in 2} = \underline{a}^{(r)}_{B\in 2} + \underline{a}^{(tr)}_{B\in 2} + \underline{a}^{(Co)}_{B\in 2} = \ddot{s}\underline{J} + \cancel{\underline{a}_C}^{\,0} + \ddot{\theta}_2 \underline{k} \times \overrightarrow{CB} - \dot{\theta}_2^2 \overrightarrow{CB} + 2\dot{\theta}_2 \underline{k} \times \dot{s}\underline{J}$$

B è un p.to notevole, quindi si possono uguagliare le due espressioni scritte ;

$$\boxed{\ddot{\theta}_1 \underline{k} \times \overrightarrow{AB} - \dot{\theta}_1^2 \overrightarrow{AB} = \ddot{s}\underline{J} + \ddot{\theta}_2 \underline{k} \times \overrightarrow{CB} - \dot{\theta}_2^2 \overrightarrow{CB} + 2\dot{\theta}_2 \underline{k} \times \dot{s}\underline{J}}$$ (incognite : $\ddot{s}, \ddot{\theta}_2$)

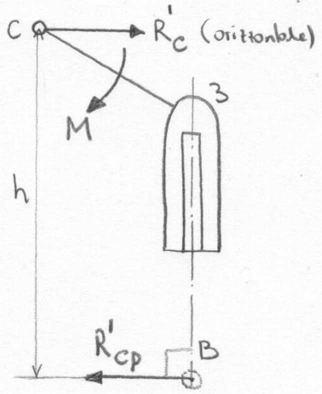
- ESERCIZIO 2 -

1) $\boxed{\text{Agisce } \underline{M}}$ Il corpo 2 è scarico :



$$R'_B = R'_{CP}$$

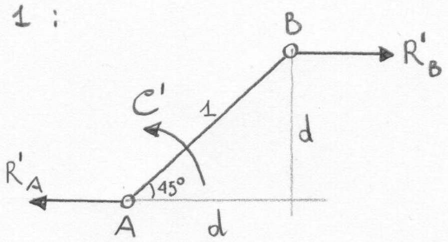
Si passa al corpo 3 :



$$\circlearrowleft C)\quad -M - R'_{CP}\,h = 0 \longrightarrow R'_{CP} = -\frac{M}{h} = R'_B$$

$$R'_C = R'_{CP} = -\frac{M}{h}$$

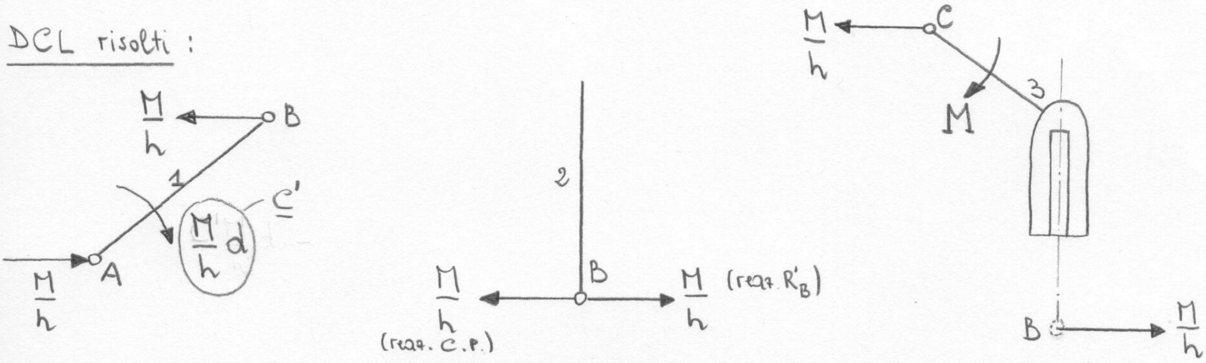
Infine il corpo 1 :



$$\circlearrowleft A)\quad C' - R'_B\,d = 0 \longrightarrow C' = -\frac{M}{h}\,d$$

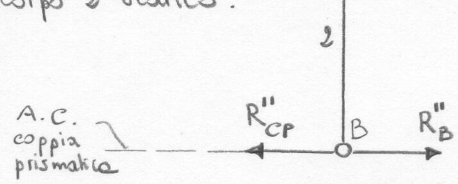
$$R'_A = R'_B = -\frac{M}{h}$$

<u>DCL risolti</u> :



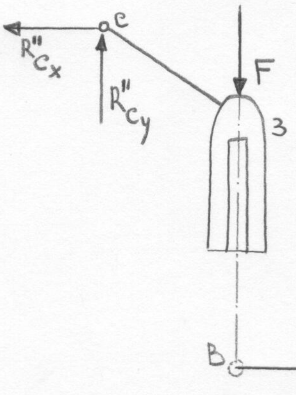
2) $\boxed{\text{Agisce } \underline{F}}$ Si procede in modo identico al caso precedente.

Corpo 2 scarico :



$$R''_B = R''_{CP}$$

Corpo 3 :

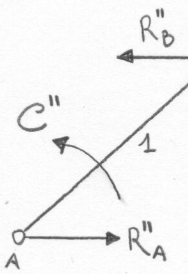


$$R''_{Cy} = F$$

$$R''_{Cx} = R''_{CP}$$

$$\circlearrowleft C)\quad R''_{CP}\,h - F d = 0 \longrightarrow R''_{CP} = F\frac{d}{h} = R''_{Cx} = R''_B$$

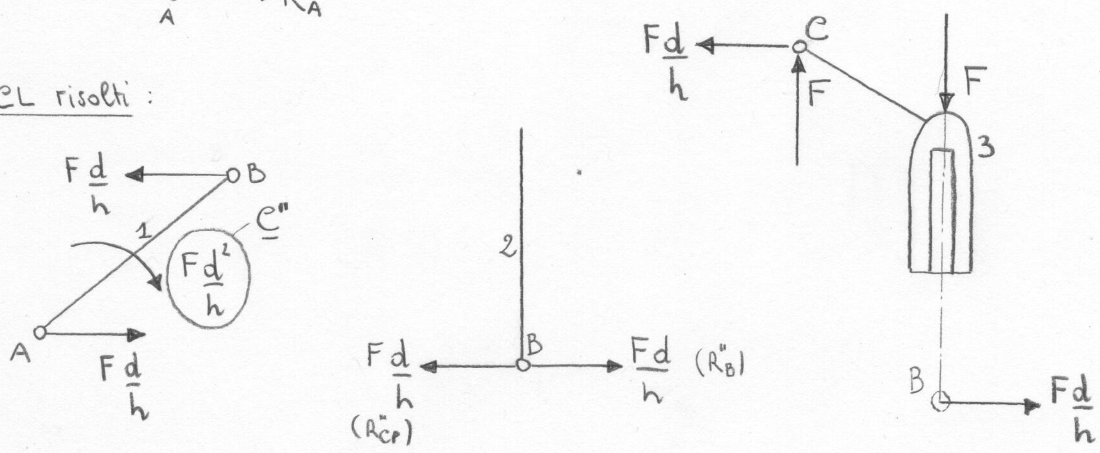
Infine il corpo 1:



$$R''_A = R''_B = F\frac{d}{h}$$

$$\text{A)}\quad C'' + R''_B\, d = 0 \longrightarrow C'' = -F\frac{d^2}{h}$$

DCL risolti:



- ESERCIZIO 3 -