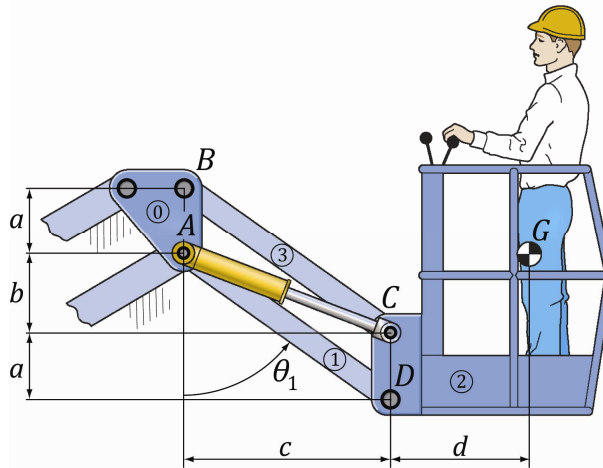


ESAME DI MECCANICA – solo PRIMA PARTE
Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica



Esercizio 1

Del sollevatore in figura, nella configurazione rappresentata, sono noti i seguenti parametri geometrici e cinematici: $a, b, c, d, \dot{\theta}_1, \ddot{\theta}_1$. Essendo $\overline{AB} = \overline{CD}$ ($=a$) e $\overline{BC} = \overline{AD}$, il meccanismo costituito dai corpi (0,1,2,3) è un parallelogrammo articolato.

In funzione dei dati del problema:

1. determinare la velocità angolare del cestello (corpo 2)
2. determinare la velocità del punto C
3. individuare tutti i centri delle velocità, sia assoluti che relativi
4. determinare l'accelerazione del punto C.

Esercizio 2

Si consideri lo stesso sollevatore dell'esercizio precedente. I corpi 1 e 3 ed il pistone idraulico hanno masse trascurabili, mentre il baricentro del sistema cestello+operatore (corpo 2), in cui è applicata la forza peso totale, coincide con il punto G in figura. L'attuatore idraulico agisce sui perni delle cerniere A e C, solidali rispettivamente ai corpi 1 e 3; a tale attuatore è affidato il compito di equilibrare staticamente il sistema.

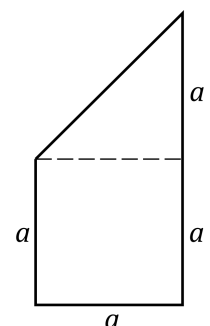
Si assumano i seguenti valori numerici: $a=395$ mm, $b=305$ mm, $c=1000$ mm, $d=670$ mm, $m=180$ kg (massa totale cestello+operatore).

Determinare le forze esercitate dall'attuatore idraulico sui perni A e C e le forze reattive in corrispondenza delle cerniere A, B, C e D.

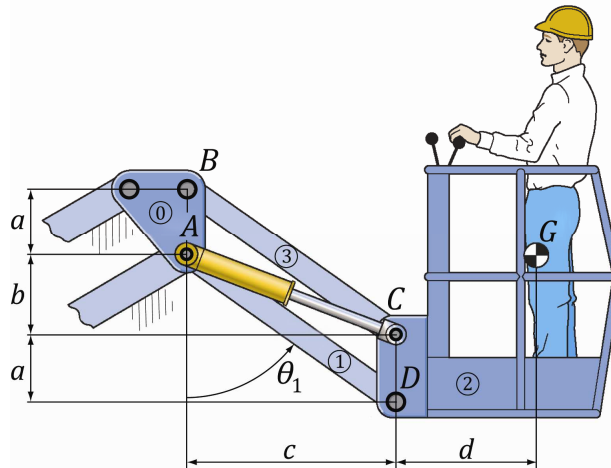
Indicare chiaramente l'ordine secondo cui vengono analizzati i vari corpi, e riportarne i diagrammi di corpo libero *risolti numericamente*.

Esercizio 3

Si determini per via grafica la posizione del baricentro della figura piana omogenea rappresentata a lato.



ESAME DI MECCANICA – PRIMA PARTE DI INTERO
Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica



Esercizio 1

Del sollevatore in figura, nella configurazione rappresentata, sono noti i seguenti parametri geometrici e cinematici: $a, b, c, d, \dot{\theta}_1, \ddot{\theta}_1$. Essendo $\overline{AB} = \overline{CD}$ ($=a$) e $\overline{BC} = \overline{AD}$, il meccanismo costituito dai corpi $(0,1,2,3)$ è un parallelogramma articolato.

In funzione dei dati del problema:

1. determinare la velocità angolare del cestello (corpo 2)
2. determinare la velocità del punto C
3. determinare l'accelerazione del punto C.

Esercizio 2

Si consideri lo stesso sollevatore dell'esercizio precedente. I corpi 1 e 3 ed il pistone idraulico hanno masse trascurabili, mentre il baricentro del sistema cestello+operatore (corpo 2), in cui è applicata la forza peso totale, coincide con il punto G in figura. L'attuatore idraulico agisce sui perni delle cerniere A e C, solidali rispettivamente ai corpi 1 e 3; a tale attuatore è affidato il compito di equilibrare staticamente il sistema.

Si assumano i seguenti valori numerici: $a=395$ mm, $b=305$ mm, $c=1000$ mm, $d=670$ mm, $m=180$ kg (massa totale cestello+operatore).

Determinare le forze esercitate dall'attuatore idraulico sui perni A e C e le forze reattive in corrispondenza delle cerniere A, B, C e D.

Indicare chiaramente l'ordine secondo cui vengono analizzati i vari corpi, e riportarne i diagrammi di corpo libero *risolti numericamente*.

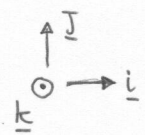
— ESERCIZIO 1 —

1) Dal momento che il corpo 2 costituisce la biella di un parallelogramma articolato, la sua orientazione non può variare: $\theta_2 = \text{cost.} \rightarrow \dot{\theta}_2 = 0$ e $\ddot{\theta}_2 = 0 \rightarrow$ il tipo di moto del corpo 2 è traslatorio curvilineo (risultato visto a lezione).

[Si poteva ottenere questo risultato anche risolvendo il problema delle velocità e quello delle accelerazioni per via "standard"].

2) Dato che il corpo 2 trasla: $\underline{v}_{CE2} = \underline{v}_{DE2} = \underline{v}_{DE1} = \dot{\theta}_1 \underline{k} \times \vec{AD}$, con $\vec{AD} = (c, -(a+b))$

Risolviendo il prod. vettoriale:

• $\underline{v}_c = \dot{\theta}_1 (a+b) \underline{i} + \dot{\theta}_1 c \underline{j}$, dove: 

3) • $C_{V_1} \equiv A$ (cerniera fissa)

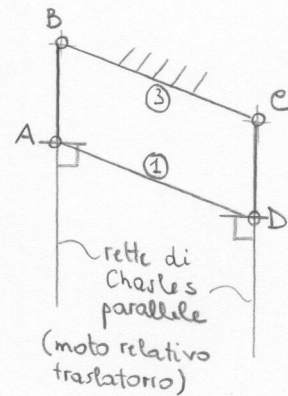
• $C_{V_3} \equiv B$ (" ")

• C_{V_2} non esiste (moto traslatorio)

• $C_{V_{12}} \equiv D$ (cerniera mobile)

• $C_{V_{23}} \equiv C$ (" ")

• $C_{V_{13}}$ non esiste:



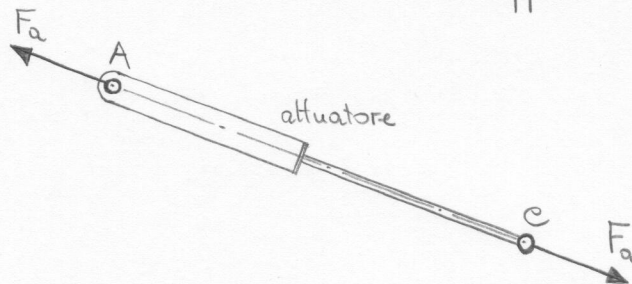
4) Dato che il corpo 2 trasla: $\underline{a}_{CE2} = \underline{a}_{DE2} = \underline{a}_{DE1}$
 $= \ddot{\theta}_1 \underline{k} \times \vec{AD} - \dot{\theta}_1^2 \vec{AD}$

Sviluppando:

• $\underline{a}_c = [\ddot{\theta}_1 (a+b) - \dot{\theta}_1^2 c] \underline{i} + [\ddot{\theta}_1 c + \dot{\theta}_1^2 (a+b)] \underline{j}$

— ESERCIZIO 2 —

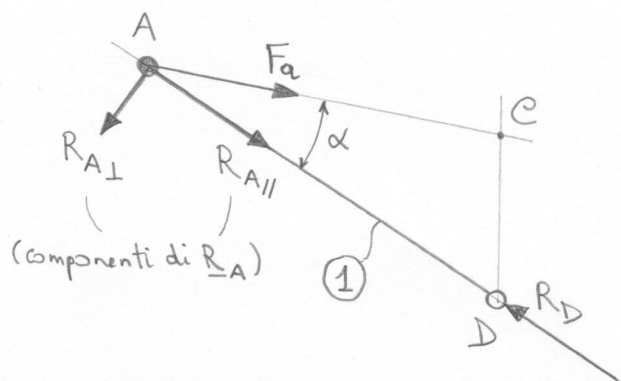
L'attuatore idraulico è vincolato al resto del sistema mediante due cerniere (ideali, prive di attrito). Non sono presenti forze ESTERNE agenti sull'attuatore; pertanto, le reazioni che quest'ultimo riceve dai perni delle cerniere A e C devono costituire una coppia a braccio nullo:



(F_a incognite; se i versi indicati fossero corretti, l'attuatore sarebbe in trazione)

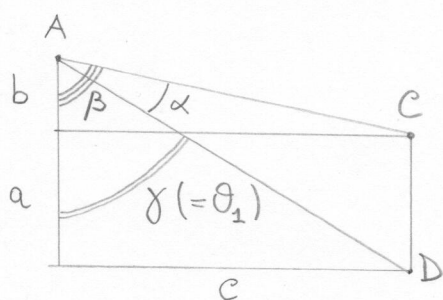
Le aste 1 e 3 sono aste scarse, ma si deve tener presente che l'attuatore carica i perni A e C di tali aste. Prendiamo in esame, ad esempio, l'asta 1, e vediamo cosa deve accadere affinché le reazioni in corrispondenza delle due cerniere A e D costituiscano una coppia a braccio nullo.

globalmente, la reazione R_A (esercitata dal telaio \emptyset sull'asta 1) e la forza F_a (esercitata dall'attuatore sul perno A dell'asta 1) dovranno dare come risultante una reazione uguale e opposta alla reazione R_D (esercitata dal corpo 2 sull'asta 1), ovvero $R_A + F_a = -R_D$; ma sviluppiamo analiticamente:



(naturalmente si puo' anche lavorare con componenti diverse, ad esempio con quelle secondo \underline{i} e \underline{j})

L'angolo α è di facile determinazione (ci sono ovviamente varie possibilità):



- $\beta = \arctan\left(\frac{c}{b}\right) \cong 73^\circ$
- $\gamma = \arctan\left(\frac{c}{a+b}\right) \cong 55^\circ$
- ↓
- $\alpha = \beta - \gamma \cong 18^\circ$

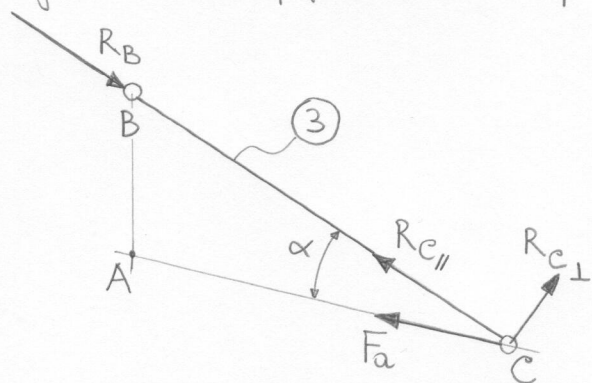
• Equilibrio asta 1. Prima cardinale lungo due direzioni (\parallel e \perp asta):

$$\parallel \cdot F_a \cos \alpha + R_{A\parallel} = R_D$$

$$\perp \cdot F_a \sin \alpha = R_{A\perp}$$

(seconda cardinale già soddisfatta)

Si ragiona in maniera perfettamente identica per l'asta 3:



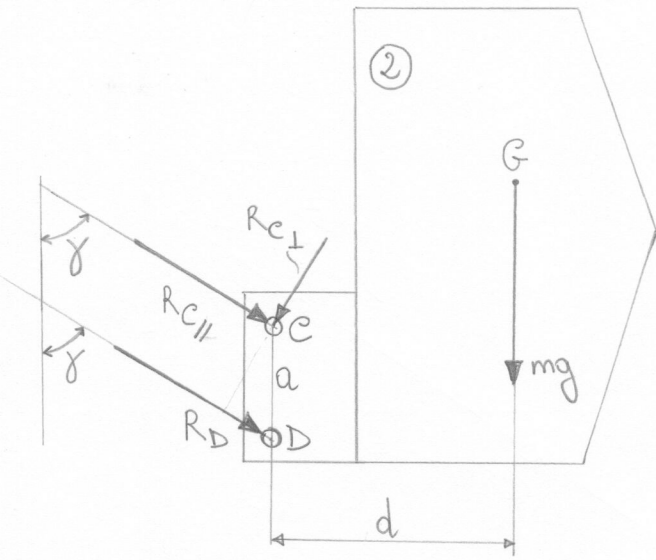
$$\parallel \cdot F_a \cos \alpha + R_{C\parallel} = R_B$$

$$\perp \cdot F_a \sin \alpha = R_{C\perp}$$

(seconda cardinale già soddisfatta)

Si sono scritte finora 4 eq.ⁿⁱ scalari nelle 7 incognite: $F_a, R_{A\parallel}, R_{A\perp}, R_D, R_{C\parallel}, R_{C\perp}, R_B$

Le 3 eq.ⁿⁱ scalari mancanti derivano dall'equilibrio del corpo 2.



$$i) R_{C||} \sin \gamma - R_{C\perp} \cos \gamma + R_D \sin \gamma = 0$$

$$j) -R_{C||} \cos \gamma - R_{C\perp} \sin \gamma - R_D \cos \gamma = mg$$

$$c) R_D a \sin \gamma = mgd \rightarrow R_D = \frac{mgd}{a \sin \gamma}$$

risolvendo

$$\bullet R_{C||} = -mg \frac{a \cos \gamma + d / \sin \gamma}{a} \quad (\text{negativa, verso errato})$$

$$\bullet R_{C\perp} = -mg \sin \gamma \quad (\text{"})$$

$$\bullet R_D = \frac{mgd}{a \sin \gamma} \quad (\text{positiva, verso corretto})$$

Andando a sostituire nelle semplici eq. a pag. 2 :

$$\bullet F_a = -mg \frac{\sin \gamma}{\sin \alpha}$$

$$\bullet R_{A\perp} = -mg \sin \gamma = R_{C\perp}$$

$$\bullet R_{A||} = mg \left(\frac{d}{a \sin \gamma} + \frac{\sin \gamma}{\tan \alpha} \right)$$

$$\bullet R_B = -mg \left(\frac{\sin \gamma}{\tan \alpha} + \frac{a \cos \gamma + d / \sin \gamma}{a} \right)$$

Numericamente :

$$\bullet F_a \cong -5457 \text{ N}$$

$$\bullet R_B \cong -8835 \text{ N}$$

$$\bullet R_D \cong 3131 \text{ N}$$

$$\bullet R_{A||} \cong 8320 \text{ N}$$

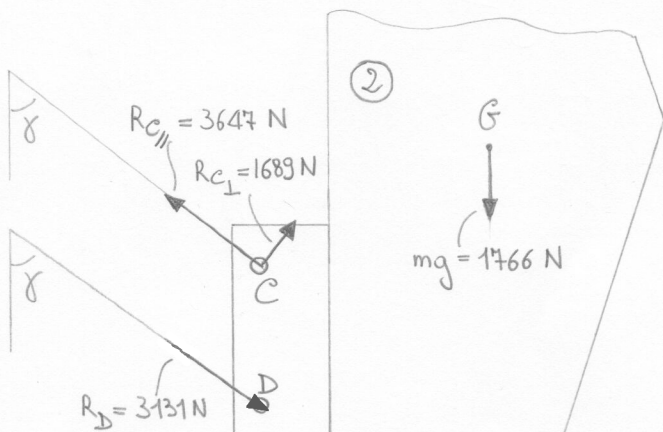
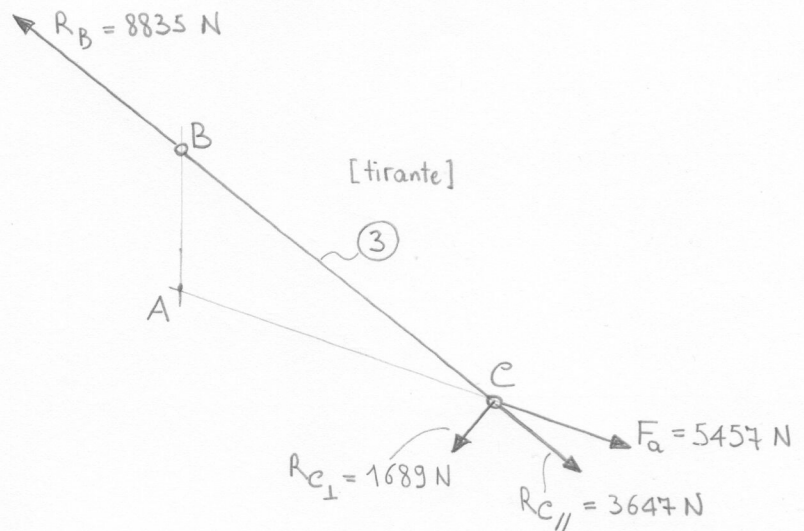
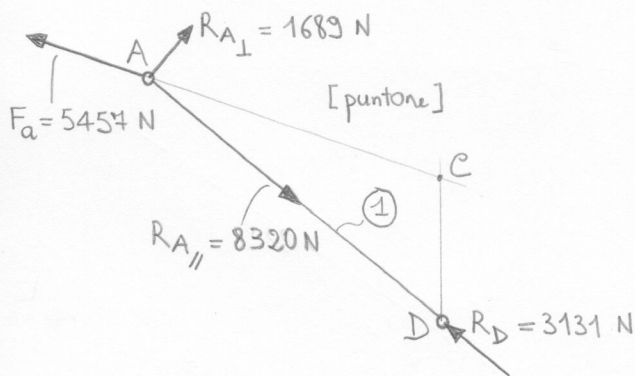
$$\bullet R_{C||} \cong -3647 \text{ N}$$

(da invertire sui DCL le reazioni con segno negativo)

$$\bullet R_{A\perp} \cong -1689 \text{ N}$$

$$\bullet R_{C\perp} \cong -1689 \text{ N}$$

• DCL risolti :



(L'attuatore idraulico è sollecitato dunque a compressione, non a trazione.)

$$\text{N.B. } F_a + R_{A||} + R_{A\perp} = -R_D \quad (\text{asta 1})$$

$$F_a + R_{C||} + R_{C\perp} = -R_B \quad (\text{asta 3})$$

- ESERCIZIO 3 -

La soluzione è identica a quella dell'esercizio 3 del compito del 17 febbraio 2015.